

文章编号: 0258-7025(2003)09-0809-05

弱导光纤的标量衍射光束特性分析

林 斌¹, 郭福源^{1,2}, 陈钰清¹, 曹向群¹, 上官成木生²

(¹ 浙江大学光电系现代光学仪器国家重点实验室, 国家光学仪器工程技术研究中心, 浙江 杭州 310027)
² 福建师范大学物理系激光研究所, 福建 福州 350007)

摘要 仿照罗兰圆光学系统构造罗兰球光学系统, 在罗兰球中简化电磁波的瑞利-索末菲标量衍射积分公式, 推导出折射率阶跃分布的弱导光纤 LP 模衍射场分布和空间频谱的计算公式。提出 LP₀₁ 模远场衍射分布存在类似于平面波圆孔夫琅禾费衍射艾里斑的中央亮斑概念, 并给出中央亮斑角半宽度的计算公式。

关键词 导波光学; 弱导光纤; 瑞利-索末菲衍射; 空间频谱; 中央亮斑

中图分类号 TN 25; O 436 **文献标识码** A

Beam Characteristic Analysis of Scalar Diffraction from Weakly Guiding Optical Fiber

LIN Bin¹, GUO Fu-yuan^{1,2}, CHEN Yu-qing¹,
CAO Xiang-qun¹, SHANGGUAN Cheng-mu-sheng²

(¹ Chinese National Engineering & Technology Research Centre for Optical Instrument, State Key Lab of Modern Optical Instrumentation, Department of Optical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)
² Institute of Laser, Department of Physics, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China)

Abstract Imitated the optical system of Rowland circle structure, the Rowland sphere structure is built in this paper, the Rayleigh-Sommerfeld diffraction scalar integral formula of electromagnetic wave is simplified on the Rowland sphere structure, the computational formulas of spatial frequency spectrum and diffractive far field distribution from the weakly guiding optical fiber LP mode are derived. The concept of central disc in LP₀₁ mode optical fiber diffractive far field, which had analogy to the Airy disc of plane wave Fraunhofer diffraction from circular aperture, is presented, and the calculational formulas of LP₀₁ mode optical fiber diffractive far field divergence half width is deduced in the end of this paper.

Key words guided-wave optics; weakly guiding optical fiber; Rayleigh-Sommerfeld diffraction; spatial frequency spectrum; central disc

1 引 言

横截面呈圆形的光纤是三维正规光波导中最简单、最重要的一种, 在芯层和包层折射率都为均匀分布且折射率差很小的情况下, 为了简化光纤模式的描述, D. Gloge 于 1971 年提出弱导光纤的概念^[1]。在弱导条件下, 光纤的模式特征采用标量法描述^[2]为线偏振 (Linearly Polarized) 模, 简称 LP 模, 芯层场分布由贝塞尔 (Bessel) 函数描述, 包层场分布由

虚宗量汉克尔 (Hankel) 函数描述。然而, 由于高斯 (Gauss) 光束的概念和 Gauss 函数的积分变换等运算方法比较成熟, 现有文献对光纤、波导和半导体激光器光束特性的描述仍然采用 Gauss 函数近似^[3,4], 实际上, 平面波导衍射场分布或空间频谱为 sinc 函数形式^[5], LP 模光纤衍射场分布或空间频谱应为 Bessel 函数形式。以 Gauss 函数近似的衍射场分布或空间频谱在利用衍射场进行多光束干涉等

收稿日期: 2002-08-09; 收到修改稿日期: 2002-12-11

基金项目: 浙江省自然科学基金 (编号: 601133) 资助项目。

作者简介: 林斌 (1964—), 男, 杭州人, 博士, 副教授, 主要从事光电子技术应用研究。E-mail: wjlin@zju.edu.cn

情况下,由于忽略了场分布在数值上的正、负号,将有可能引起较大的误差。

C. Won 等^[6]采用惠更斯-菲涅耳(Huygens-Fresnel)公式计算中空光纤的近场衍射,Y. I. Shin 等^[7]采用瑞利-索末菲(Rayleigh-Sommerfeld)标量衍射积分公式计算发现中空光纤 LP₁₁模的近场衍射存在中央暗斑。

由于 Rayleigh-Sommerfeld 公式^[8,9]适用于发生衍射的整个空间,它对衍射源和观察区相对于观察距离的最大尺寸均没有限制。本文根据罗兰(Rowland)圆光学系统在凹面衍射光栅中所具有的独特光谱性能和聚焦作用^[10],将 Rowland 圆沿其对称轴进行旋转构造 Rowland 球,并借鉴像质评价中的 Rayleigh 判断,简化 Rayleigh-Sommerfeld 公式,推导出弱导光纤衍射场分布或空间频谱的解析函数表达式,提出 LP₀₁模光纤衍射场存在类似于平面波圆孔夫琅禾费(Fraunhofer)衍射艾里(Airy)斑的中央亮斑概念,给出中央亮斑角半宽度的计算公式,明确了弱导光纤衍射场的物理意义,分析结果对 LP₀₁模光纤的近场模场、远场发散角和光束传输因子等光束参数分析有一定的指导意义。

2 弱导光纤端口标量衍射公式

在 Rayleigh-Sommerfeld 标量衍射积分公式中,观察点 P 处的电场分布 $E(P)$ 可利用衍射源 P_0 处的场分布 $E(P_0)$ 来表示

$$E(P) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma} E(P_0) \left(\frac{1}{L} - ik \right) \cos(n, L) \frac{\exp(ikL)}{L} ds \quad (1)$$

式中, L 为观察点 P 到衍射源 P_0 的距离, Σ 为衍射区域, $\cos(n, L)$ 为倾斜因子, n 的方向为 z 轴方向, $k = 2\pi/\lambda$ 为 λ 波长电磁波的波矢。

Rowland 球结构由 Rowland 圆沿其对称轴 (z 轴) 旋转而成,由半径为 R 的球面 1 和直径为 R 的球面 2 组成,球面 1 和 2 在光纤端口轴心 O 点处相切,其子午面如图 1 所示,在笛卡儿(Descartes)坐标系 (x, y, z) 中 (y 轴垂直于子午面),球面 1 上 P_0 点的坐标为 $(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z)$, 其中, r 为柱面坐标系 (r, φ, z) 中的径向坐标, φ 为角向坐标,且 P_0 点的坐标满足球面方程: $r^2 + (R - z)^2 = R^2$, 球面 2 上的 P 点设在子午面上,坐标为 $(R \cos \theta \sin \theta, 0, R \cos^2 \theta)$, 则 P_0, P 之间的距离 L 可表示为

$$L^2 = (R \cos \theta - r \sin \theta \cos \varphi)^2 +$$

$$(R - \sqrt{R^2 - r^2})^2 \sin^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \quad (2)$$

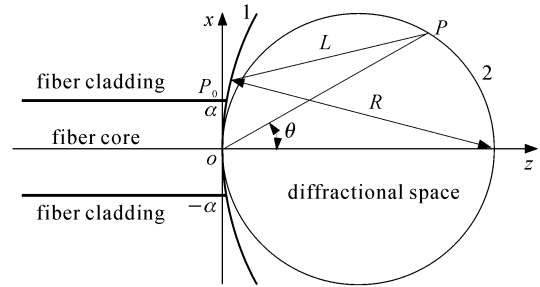


图 1 光纤与罗兰球系统的子午面示意图
Fig. 1 Meridian plane of fiber and Rowland sphere system

当观测点 P 位于衍射远场和近轴区时, $R \gg r$, $L \gg \lambda$, 忽略倾斜因子变化的影响, $\cos(n, L) \approx \cos \theta \approx 1$, 本文借鉴 Rayleigh 判断“实际波面与参考波面之间的最大波像差不超过 $\lambda/4$ 时,此波面可看作是无缺陷的”简化(2)式。简化时引入的误差不超过 $\lambda/4$, 则当 $R \gg 2r^2 \sin \theta \tan \theta / \lambda$ 时, (2) 式可简化成

$$L = R \cos \theta - r \sin \theta \cos \varphi \quad (3)$$

由于光纤芯层尺寸较小,芯层集中了大部分的光能量,单模光纤产品的模场直径在 $10 \mu\text{m}$ 左右,可见,上述简化条件是可以满足的,则在 Rowland 球系统中的标量衍射积分可简化成

$$E(P) = \frac{a^2 \exp(ikR \cos \theta)}{i\lambda R} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} E(P_0) \times \exp(-iF\rho \cos \varphi) \rho d\rho d\varphi \quad (4)$$

式中, $F = ka \sin \theta$ 为归一化空间频率, $\rho = r/a$ 为光纤归一化尺寸, a 为光纤芯层半径。

根据 Bessel 函数的积分公式: $J_m(F\rho) = \frac{i^{-m}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i(F\rho \cos \varphi - m\varphi)] d\varphi$, 式中, m 为 Bessel 函数的阶数, 则(4)式可简化成

$$E(P) = \frac{2\pi a^2 \exp[i(kR \cos \theta + \varphi_0)]}{i\lambda R} S(\theta) \quad (5)$$

式中, $\varphi_0 = m\pi/2$ 为波导模式场分布在 z 轴的初始相位, $m = 0, 1, 2, \dots$ 为模式序号, $S(\theta)$ 为空间频谱, 其表达式为场分布的 m 阶 Hankel 变换形式

$$S(\theta) = \int_0^{\infty} E(P_0) \exp(-im\varphi) J_m(F\rho) \rho d\rho \quad (6)$$

根据麦克斯韦(Maxwell)方程的边界条件,在光纤输出端口平面内、外两侧的电场、磁场切向分量连续,可见,光纤衍射场的初始场分布与光纤模式场分布相同,在 LP 模标量描述情况下,芯层 ($|\rho| \leq 1$) 场分布为 Bessel 函数 $J_m(U\rho)$ 形式,包层 ($|\rho| > 1$) 场分布为虚宗量 Hankel 函数 $K_m(W\rho)$ 形式,它

们的归一化电场分布分别为^[2]

$$E(\rho, \varphi) = \frac{J_m(U\rho)}{J_m(U)} \exp(im\varphi) \quad (7)$$

$$E(\rho, \varphi) = \frac{K_m(W\rho)}{K_m(W)} \exp(im\varphi) \quad (8)$$

式中, U 为芯层驻波参量, W 为包层衰减参量。

根据 LP 模光纤的特征方程: $\frac{UJ_{m-1}(U)}{J_m(U)} + \frac{WK_{m-1}(W)}{K_m(W)} = 0$, (6) 式可化成有限积分域的 Hankel 变换形式

$$S(\theta) = \frac{V^2}{F^2 + W^2} \frac{1}{J_m(U)} \int_0^1 J_m(U\rho) J_m(F\rho) \rho d\rho \quad (9)$$

式中, $V = \sqrt{U^2 + W^2}$ 为光纤的归一化频率。

则, 当空间频率 $F \neq U$ 和 $F = U$ 时, LP 模衍射场的空间频谱 $S(\theta)$ 分别为

$$S(\theta) = \frac{V^2}{(F^2 - U^2)(F^2 + W^2)} \times \left[\frac{UJ_{m-1}(U)J_m(F)}{J_m(U)} - FJ_{m-1}(F) \right] \quad (10)$$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \left[J_m(U) - \frac{J_{m-1}(U)J_{m+1}(U)}{J_m(U)} \right] \quad (11)$$

根据(10), (11)式, 得出弱导光纤 LP₀₁, LP₁₁, LP₀₂, LP₁₂ 模的衍射频谱分布, 如图 2 所示。

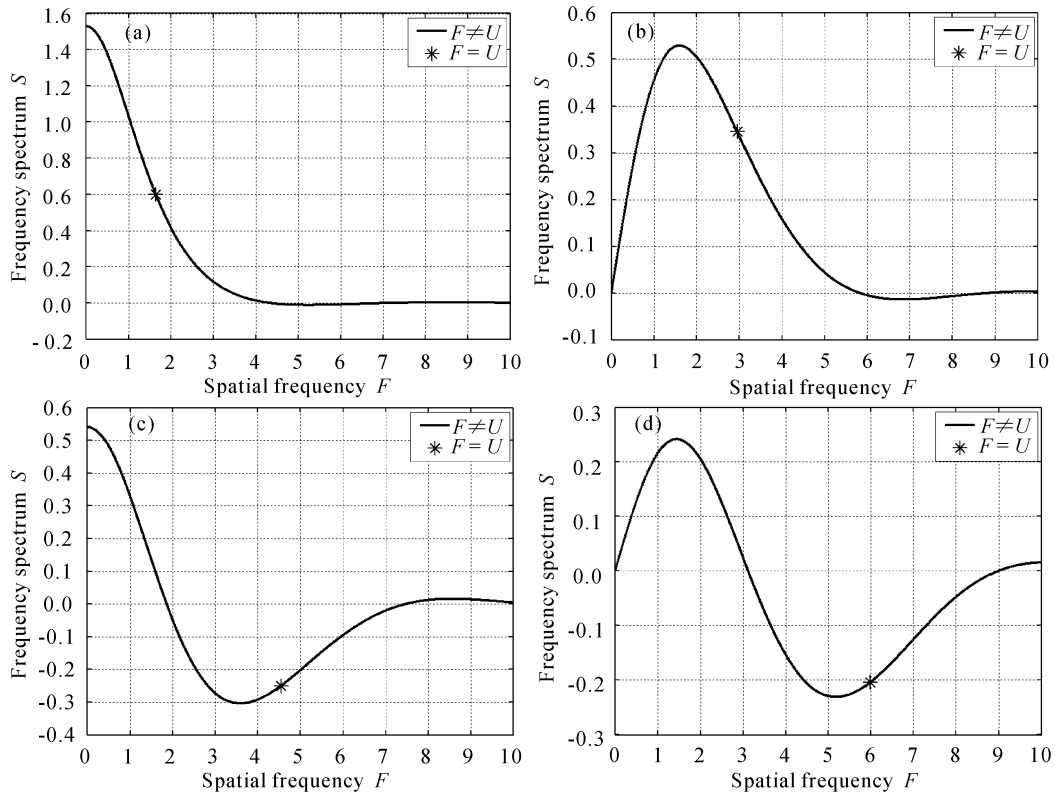


图 2 弱导光纤 LP 模的衍射频谱

Fig. 2 Diffraction frequency spectrum of weakly guiding optical fiber LP mode

(a) LP₀₁ mode $V = 2.4048$; (b) LP₁₁ mode $V = 3.8317$; (c) LP₀₂ mode $V = 5.5201$; (d) LP₁₂ mode $V = 7.0156$

3 弱导光纤衍射场的中央亮斑

在上述的衍射远场和近轴近似条件下, 由(5), (10), (11)式知, 当 $F \neq U$ 和 $F = U$ 时, 在 LP₀₁ 模的衍射场观察点 P 处的光强 I 为

$$I = \frac{I_0 U^2 W^4}{(F^2 - U^2)^2 (F^2 + W^2)^2} \times \left[UJ_0(F) - \frac{FJ_1(F)J_0(U)}{J_1(U)} \right]^2 \quad (12)$$

式中, I_0 为观察点 P 在 z 轴上的光强, 即图 1 中直径为 R 的球面 2 上的衍射光斑的最大光强。

以 $V = 1, V = 2.4048, V \rightarrow \infty$ 为例, 弱导光纤基模 LP₀₁ 模在以 R 为直径的 Rowland 球面上观测点 P 的归一化光强分布如图 3 所示, 它们与平面波圆孔 Fraunhofer 衍射场相似, 存在着明、暗相间的圆环, 其中, 衍射场中央为亮斑, 与 Airy 斑相似, 其

$$I = \frac{I_0 U^2 W^4}{4V^4} \left[J_1(U) + \frac{J_0^2(U)}{J_1(U)} \right]^2 \quad (13)$$

强度最大,其他亮环(次极大)的强度比中央亮斑的强度要小得多,当次极大按照靠近中央亮条纹情况排序时,越离开中央位置,序号越大的次极大的归一化强度越弱,同一序号次极大的归一化强度随 V 增加而单调增加,当 $V \rightarrow \infty$ 时,次极大的归一化强度在同一序号中为最大。图 3 中, F_{1/e^2} 为基于场分布二阶矩或微分算子定义的半宽度, $F_{3\text{dB}}$ 为参照半导体激光器常用的半最大值定义的半宽度, F_0 为中央亮斑的最大空间频率。

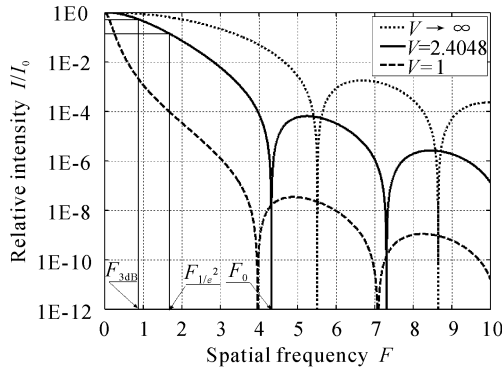


图 3 弱导光纤 LP_{01} 模衍射的光强归一化分布

Fig. 3 Normalized luminous intensity distribution of diffraction from weakly guiding optical fiber LP_{01} mode

当 $V \rightarrow \infty$ 时, (12) 式化成

$$I = I_0 \left[\frac{2.4048^2 J_0(F)}{F^2 - 2.4048^2} \right]^2 \quad (14)$$

次极大位置满足方程

$$(F^2 - 2.4048^2) J_1(F) + 2F J_0(F) = 0 \quad (15)$$

由(14), (15) 式知, 第一次极大位置 $F_{1,\max} = 6.6925$, 相对强度 $I/I_0 = 0.18\%$ 。

对于单模光纤 ($0 < V < 2.4048$) 的最大归一化频率 $V = 2.4048$, 第一次极大位置 $F_{1,\max} = 5.0258$, 相对强度 $I/I_0 = 0.0064\%$ 。

与平面波圆孔 Fraunhofer 衍射比较, 平面波圆孔 Fraunhofer 衍射强度分布公式为: $I = 4I_0 J_1^2(F)/F^2$, 次极大位置满足: $J_2(F) = 0$, 第一次极大位置 $F_{1,\max} = 5.1356$, 相对强度 $I/I_0 = 1.75\%$ 。

可见, LP_{01} 模衍射光束具有较弱的次极大, 中央亮斑集中了衍射光束的绝大部分光能量, 计算表明, 中央亮条纹的光能量相对于衍射光束总能量的百分比 $\eta_0 > 99.16\%$, 其中, 对于单模波导, $\eta_0 > 99.93\%$, 而平面波圆孔 Fraunhofer 衍射 Airy 斑相应的百分比仅为 $\eta_0 = 83.18\%$ 。

由(12)式和图 3 知, 观察点 P 的光强存在极小值 $I = 0$, 且同一序号极小值位置的空间频率 F 随 V

的增加而单调增加, 极小值位置满足方程

$$F J_1(F) J_0(U) = U J_1(U) J_0(F) \quad (16)$$

其中, $F = U, F = -U$ 除外。

由于弱导光纤 LP_{01} 模衍射光束中央亮斑集中了衍射光束的绝大部分光能量, 本文仅关注第一个极小值位置的空间频率, 也就是中央亮斑的最大空间频率 F_0 , 它与归一化频率 V 的关系如图 4 所示, F_0 随 V 增加而单调增加, 当 $V \rightarrow 0$ 时, $F_0 = 3.8317$, 当 $V = 2.4048$ 时, $F_0 = 4.3294$, 当 $V \rightarrow \infty$ 时, $F_0 = 5.5201$, 可见 LP_{01} 模衍射场中央亮斑的最大空间频率 F_0 的范围为

$$3.8317 < F_0 < 5.5201 \quad (17)$$

单模光纤衍射场中央亮斑的最大空间频率 F_0 的范围为

$$3.8317 < F_0 < 4.3294 \quad (18)$$

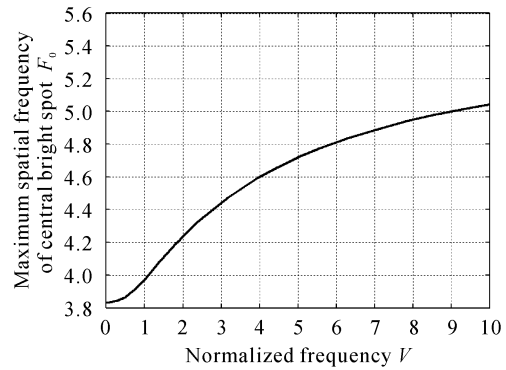


图 4 中央亮斑最大空间频率 F_0 与归一化频率 V 的关系曲线

Fig. 4 Characteristic of the maximum spatial frequency of central bright disc F_0 versus normalized frequency V

对于傍轴光束, 由于 $\sin\theta \approx \theta$, 则 $F \approx ka\theta$, 参照平面波圆孔 Fraunhofer 衍射 Airy 斑的角半宽度的定义, LP_{01} 模衍射光束中央亮斑的角半宽度 $\Delta\theta_0$ 为

$$\Delta\theta_0 = \frac{F_0 \lambda}{\pi 2a} \quad (19)$$

由(17)~(19)式知, LP_{01} 模衍射场中央亮斑的角半宽度 $\Delta\theta_0$ 的范围为

$$\frac{0.6098\lambda}{a} < \Delta\theta_0 < \frac{0.8786\lambda}{a} \quad (20)$$

单模光纤衍射场中央亮斑的角半宽度 $\Delta\theta_0$ 的范围为

$$\frac{0.6098\lambda}{a} < \Delta\theta_0 < \frac{0.6890\lambda}{a} \quad (21)$$

可见, 它比平面波圆孔 Fraunhofer 衍射 Airy 斑的角半宽度 $\Delta\theta_0 = 0.6098\lambda/a$ 略大一些。由于中央亮条纹集中了衍射光束的 99.16% 以上光能量,

角半宽度 $\Delta\theta_0$ 的大小可以作为衍射效应的标志。

4 结 论

弱导光纤衍射场分布或空间频谱为 Bessel 函数形式, LP_{01} 模远场衍射分布形状与平面波圆孔 Fraunhofer 衍射相似, 存在类似于 Airy 斑的中央亮斑, 中央亮斑集中了衍射光束的 99.16% 以上光能量, 角半宽度 $\Delta\theta_0$ 略比 Airy 斑的角半宽度大。

参 考 文 献

- 1 D. Gloge. Weakly guiding fibers [J]. *Appl. Opt.*, 1971, **10**(10):2252~2258
- 2 Wu Chongqing. *Optical Waveguide Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 40~46 (in Chinese)
- 3 Wu Xiaoping, Tang Weizhong, Zhou Wen. Binary optical microlenses for coupling of lasers to fibers [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(5):406~410 (in Chinese)
- 4 Wei Chaojiong, Zha Kaide, Wang Xinhong. Diode laser coupling to a cone-endface-fiber [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1998, **A25**(1):46~50 (in Chinese)
- 5 Guo Fuyuan, Lin Bin, Chen Yuqing *et al.*. Characteristic analysis of diffraction from planar waveguide [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(12):1513~1517 (in Chinese)
- 6 C. Won, S. H. Yoo, K. Oh *et al.*. Near-field diffraction by a hollow-core optical fiber [J]. *Opt. Comm.*, 1999, **161**(1~3):25~30
- 7 Y. I. Shin, K. Kim, J. A. Kim *et al.*. Diffraction-limited dark laser spot produced by a hollow optical fiber [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(3):119~121
- 8 J. D. Gaskill. *Linear System, Fourier Transforms, and Optics* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1978. 385~390
- 9 W. Freude, G. K. Grau. Rayleigh-Sommerfeld and Helmholtz-Kirchhoff integrals; Application to the scalar and vectorial theory of wave propagation and diffraction [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(1):24~32
- 10 M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* [M]. 6th Edition. Oxford: Pergamon Press, 1980. 412~414



第九届中国国际激光及光电子产品展览会 (ILOPE 2004)

由国务院批准创办的“中国国际激光及光电子产品展览会”(英文简写“ILOPE”)是中国最早创办, 最具代表性和影响力的国际专业光电贸易展会。2004 年 4 月 27~30 日, 第九届中国国际激光及光电子产品展览会将在中国北京国际展览中心举行。

主办单位 中国国际贸易促进委员会, 中国光学光电子行业协会, 中国国际展览中心集团公司

承办单位 中国光学光电子行业协会, 中展集团北京华港展览有限公司

支持单位 信息产业部, 国家科学技术部, 中国科学院, 中国兵器工业集团公司, 亚太经济合作组织

展品大类 光电材料和元件, 激光器与应用, 光通讯产品, 显示技术及设备, 光信息产品, 光学仪器, 红外、传感技术等相关应用

展位规格及价位表

类 型	国内企业	国外企业
	及国内产品	及国外产品
标准展位(起租 9 m ²)	¥6750 元/9 m ²	US \$ 3600 元/9 m ²
室内光地(起租 18 m ²)	¥650 元/m ²	US \$ 350 元/m ²

优惠办法 (1) 凡在 2003 年 11 月 15 日前报名的企业可享受 5% 的优惠。(2) 凡参加过 ILOPE2002, 2001 和 ILOPE2000 的企业以及中国光学光电子行业协会的会员单位均可享受 5% 的优惠(可累加)。

联系方式

中展集团北京华港展览有限公司:

方 芳, 刘宝存, 梁 晨

电话: (010)84600344, 84600339, 84600335

传真: (010)84600325, 84600346

电子邮件: fang@ciec-exhibition.com,

lc@ciec-exhibition.com

中国光学光电子行业协会:

所洪涛

电话: (010)64362211-490

传真: (010)64347322

电子邮件: COEMA@PUBLIC2.BTA.NET.CN

展会网址: www.ilope-expo.com