

文章编号: 0258-7025(2003)07-0609-05

分数傅里叶变换衍射光学束匀滑器件的 精细化设计

谭峭峰, 严瑛白, 金国藩, 徐端颐

(清华大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘要 采用精细化设计方法,进行了分数傅里叶变换衍射光学束匀滑器件的设计,利用爬山-模拟退火混合优化算法,获得了真实的束匀滑分布,不仅控制了算法采样点上的光强分布,还控制了其他非采样点上的光强分布。

关键词 光电子学;分数傅里叶变换;衍射光学器件;束匀滑;精细化设计

中图分类号 O 436.1 **文献标识码** A

Precise Design of Diffractive Optical Element for Beam Smoothing in Fractional Fourier Transform Domain

TAN Qiao-feng, YAN Ying-bai, JIN Guo-fan, XU Duan-yi

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments,
Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In this paper, by using the hybrid algorithm merging hill-climbing with simulated annealing, the precise design of the diffractive optical element (DOE) for beam smoothing in fractional Fourier transform domain is completed. True beam smoothing has been obtained, the intensity distribution of any point, besides the used sampling point in the optimization, on the output plane is consistent with the demand for beam smoothing.

Key words optoelectronics; fractional Fourier transform; diffractive optical element; beam smoothing; precise design

1 引言

在许多强激光应用领域,需要束匀滑光强分布,而衍射光学是实现束匀滑光强分布的一种行之有效的技术途径。通常情况下,束匀滑光强分布在夫琅和费衍射区获得,即光学系统实现傅里叶变换,优化衍射光学器件的位相,使其透过率函数的傅里叶变换的振幅谱满足所需匀滑分布。而分数傅里叶变换^[1~4]是传统傅里叶变换在分数级次上的推广,与傅里叶变换有着密切联系,但又具有特殊的变换性质,已在光学信息处理^[5]、光束整形^[6,7]等方面得到了应用,例如丛文相等在分数傅里叶变换域中,从理论上证明了高斯光束整形问题不能获得理想的均匀

光束,只能寻求最佳逼近解,并利用杨-顾算法优化设计了衍射光学光束整形器件,讨论了分数傅里叶变换阶数对整形性能的影响^[7]。

采用数值方法优化求解,不可避免地要对输入面与输出面进行离散采样,如何确保在输出面上获得真实的束匀滑分布,而不仅仅是在输出面采样点上获得所需的束匀滑分布?针对傅里叶变换,无论是一维情形,还是圆对称情形,选取特定的输出面采样间隔进行精细化设计,已获得了真实的束匀滑分布^[8,9]。本文针对一维分数傅里叶变换,同样选取特定的输出面采样间隔,进行了衍射光学束匀滑器件的精细化设计,同时控制了采样点与非采样点上

收稿日期: 2002-04-09; **收到修改稿日期:** 2002-06-05

基金项目: 国家高技术项目(863-804-9-2),国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(10276021)与中国博士后科学基金资助项目。

作者简介: 谭峭峰(1974—),男,博士,助理研究员,主要从事衍射光学器件的研制。E-mail: tanqf@pim. tsinghua. edu. cn

的光强分布,在输出面上获得了真实的束匀滑分布。

2 设计原理

利用单透镜实现分数傅里叶变换的光学系统如图 1 所示,当满足

$$\begin{cases} f = F \sin \alpha \\ d = F(1 - \cos \alpha) \end{cases} \quad (1)$$

时,对于一维情形,有

$$\begin{aligned} \psi_1(f_x) = F_a[\psi_0(x)] = A \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0(x) \times \\ \exp\left\{i\left[\frac{\pi(x^2 + f_x^2)}{\lambda f \tan \alpha} - \frac{2\pi x f_x}{\lambda f \sin \alpha}\right]\right\} dx \quad (2) \end{aligned}$$

其中 F 为单透镜焦距, ψ_0 为输入面 Σ_0 上的光场分布, ψ_1 为输出面 Σ_1 上的光场分布, λ 为工作波长, $\alpha = p \times (\pi/2)$, p 为分数傅里叶变换的阶数, A 为一与 α 有关的常数。

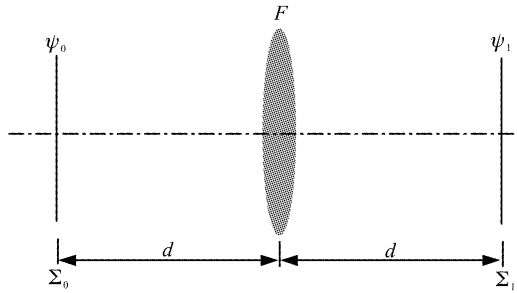


图 1 单透镜实现分数傅里叶变换

Fig. 1 Schematic of realizing fractional Fourier transform with simple lens

在衍射光学器件的位相优化设计与套刻加工中,器件需离散化为多台阶位相结构。设器件大小为 D ,位相等分为 N 单元,则其透过率函数为

$$T(x) = \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j) \text{rect}\left[\frac{x - (j - N/2 - 1/2)a}{a}\right] \quad (3)$$

其中, φ_j 为器件第 j 个单元的位相值, $a = D/N$

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } |x| \leq 1/2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

在大型激光系统中,输出光束一般为有畸变的平面波。若理想平面波入射时,当衍射光学器件放置在 Σ_0 ,忽略位相因子及常数项, Σ_1 上的光场分布为

$$\begin{aligned} \psi_1(f_x) = \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j) \int_{(j-N/2-1)a}^{(j-N/2)a} \cdot \\ \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f \tan \alpha} \left(x - \frac{f_x}{\cos \alpha}\right)^2\right] dx = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j) \int_{x_{j1}}^{x_{j2}} \exp\left(i\frac{\pi}{2}x^2\right) dx = \\ B \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j) \{C(x_{j2}) - C(x_{j1}) + \\ i[S(x_{j2}) - S(x_{j1})]\} \quad (5) \end{aligned}$$

其中

$$x_{j1} = \left[(j - N/2 - 1)a - \frac{f_x}{\cos \alpha}\right] \sqrt{\frac{2}{\lambda f \tan \alpha}},$$

$$x_{j2} = \left[(j - N/2)a - \frac{f_x}{\cos \alpha}\right] \sqrt{\frac{2}{\lambda f \tan \alpha}},$$

$$\begin{aligned} B = \sqrt{\lambda f \tan \alpha / 2}, \text{ 且 } C(x) = \int_0^x \cos \frac{\pi z^2}{2} dz, S(x) \\ = \int_0^x \sin \frac{\pi z^2}{2} dz \text{ 为非涅耳函数。} \end{aligned}$$

设输出面 Σ_1 上的采样间隔为 Δf_x ,则离散采样点上的光强分布为

$$\begin{aligned} I(m) = I(m\Delta f_x) = |\psi_1(m\Delta f_x)|^2 = \\ \left| B \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j) \{C(x_{jm2}) - C(x_{jm1}) + \\ i[S(x_{jm2}) - S(x_{jm1})]\} \right|^2 \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } x_{jm1} = \left[(j - N/2 - 1)a - \frac{m\Delta f_x}{\cos \alpha}\right] \sqrt{\frac{2}{\lambda f \tan \alpha}},$$

$$x_{jm2} = \left[(j - N/2)a - \frac{m\Delta f_x}{\cos \alpha}\right] \sqrt{\frac{2}{\lambda f \tan \alpha}}.$$

通过式(6)计算出的输出面光场分布对于任意的分数阶数、任意的光学系统参数都是准确的;而直接对式(2)进行离散化以采用快速傅氏变换进行计算,当分数阶数非足够大时,输出面光场分布有很大的计算误差,在此不举例说明。

按照传统采样定理, Σ_1 上的采样间隔可选取为

$$\Delta f_x = \sin \alpha \frac{\lambda f}{D} \quad (7)$$

利用爬山-模拟退火混合优化算法,按此采样间隔优化得到的衍射光学器件不能获得真实的束匀滑分布,束匀滑性能随着采样点选取的不同而有较大的变动,与傅里叶变换情形是完全相同的。对于傅里叶变换,无论是一维情形,还是圆对称情形,选取符合传统采样定理的输出面采样间隔也不能获得真实的束匀滑分布,只有采样间隔选取小于/等于传统采样间隔的一半时,进行衍射光学器件的精细化设计,才能获得真实的束匀滑分布^[8,9]。对于分数傅里叶变换,本文选取传统采样间隔(式(7))与传统采样间隔的一半进行衍射光学束匀滑器件的设计,模拟计算结果得出与傅里叶变换情形相同的结论。

3 设计结果

为比较而言,以两种采样间隔进行分数傅里叶变换衍射光学束匀滑器件的设计。光学系统参数 λ, F, D, N, p 分别选为 $1.053 \mu\text{m}, 600 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 256, 0.9$, 束匀滑光斑大小约为 1.5 mm 。采样间隔由式(7)给出时,利用爬山-模拟退火混合优化算法,设计如图 1 所示,其光能利用率 η 与顶部不均匀性 rms 分别为 $96.9\%, 2.0\%$ 。

由图 2 可知,在输出面 Σ_1 的算法采样点上获得了性能优良的束匀滑分布,但进一步计算表明非采样点却难以满足束匀滑要求。保持图 2(a)的位相分布不变,选取不同的 Δf_x , 例如 $\Delta f_x = \sin\alpha \frac{\lambda f}{2D}$, 利

用式(6)重新计算光强分布,如图 3 所示,所要求的束匀滑区域内,光斑光强分布轮廓与 $\eta (96.0\%)$ 基本保持不变,但顶部出现了较大的强度调制, rms 为 16.0% , 与 $\Delta f_x = \sin\alpha (\lambda f/D)$ 采样时计算出的 2.0% 的设计结果相差较远。当 Δf_x 选取为 $2 \mu\text{m}$ 时,同样重新计算输出面上的光强分布,如图 4 所示,其 rms 为 15.7% 。选取另外几种采样间隔,计算光强分布, rms 均保持在 16% 左右,与 Δf_x 选取为 $\sin\alpha \frac{\lambda f}{2D}$ 计算出的性能相同。从图 2~4 可知,以传统采样间隔(式(7))进行分数傅里叶变换衍射光学束匀滑器件是不能获得真实的束匀滑分布的。

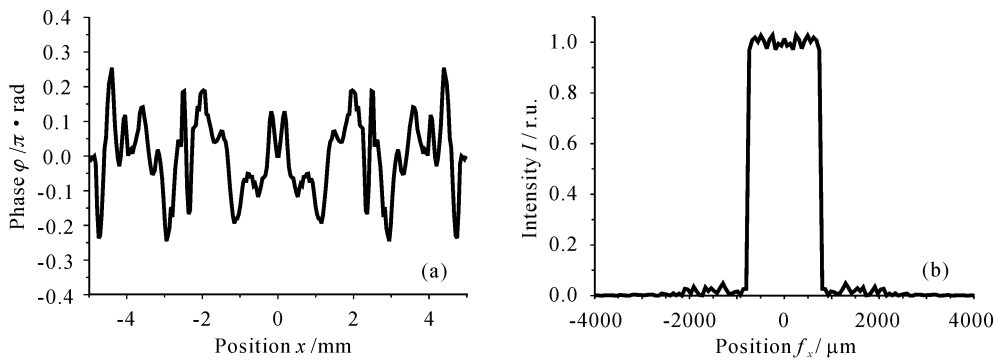


图 2 衍射光学束匀滑器件的设计结果

(a) 位相分布; (b) 强度分布

Fig. 2 Design results of the diffractive optical element (DOE) for beam smoothing

(a) phase distribution; (b) intensity distribution

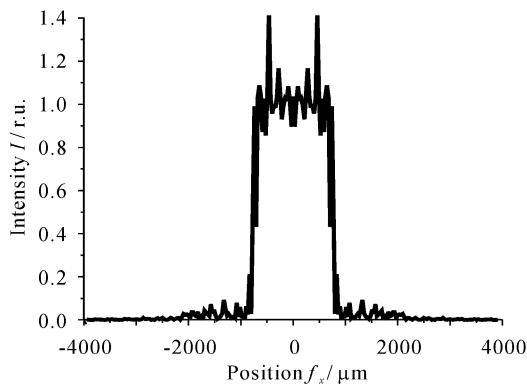


图 3 传统采样间隔一半时的光强分布

Fig. 3 Intensity distribution with half of the traditional sampling interval

为获得真实的束匀滑分布,类似于傅里叶变换情形,保持设计参数不变,选取采样间隔为传统采样间隔的一半,即 $\Delta f_x = \sin\alpha (\lambda f/2D)$, 进行衍射光学束匀滑器件的精细化设计,设计结果如图 5 所示,其

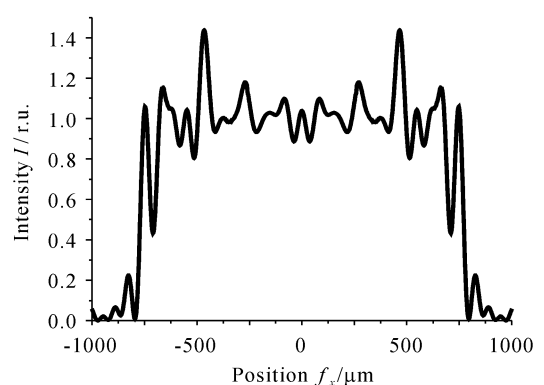


图 4 采样 $2 \mu\text{m}$ 时的光强分布

Fig. 4 Intensity distribution with $2 \mu\text{m}$ sampling interval

η 与 rms 分别为 $94.4\%, 5.8\%$ 。同样保持位相分布(图 5(a))不变,选取 Δf_x 为 $2 \mu\text{m}$ 时,按照式(6)重新计算输出面上的光强分布,如图 6 所示,不仅光强轮廓与 $\eta (94.2\%)$ 基本保持不变, rms 也基本保持

不变(5.6%)。进一步选取不同的 Δf_x 进行光强分布计算,其 rms 与 Δf_x 的关系如图 7 所示,均保持

在 5.6%附近,这说明在输出面 Σ_1 上获得了真实的束匀滑分布。

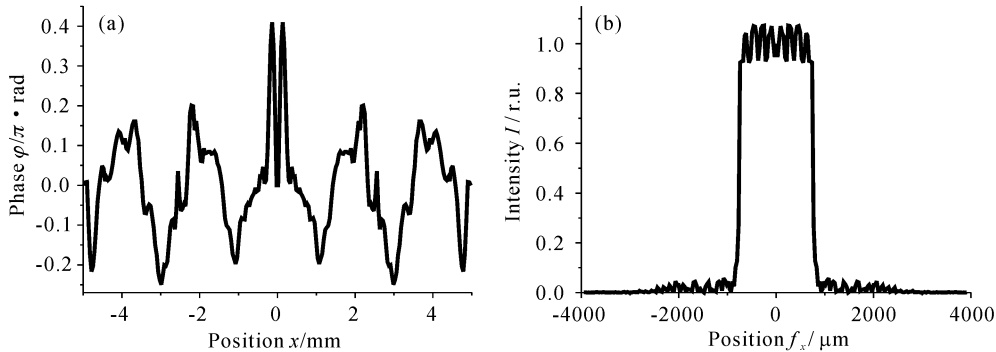


图 5 衍射光学束匀滑器件的精细化设计结果

(a) 位相分布; (b) 强度分布

Fig. 5 Design results of the DOE for beam smoothing with precision design

(a) phase distribution; (b) intensity distribution

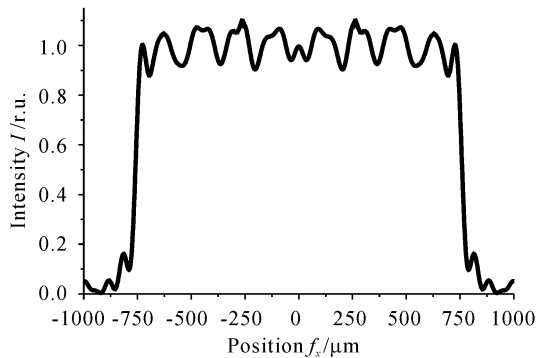


图 6 采样 2 μm 时的光强分布

Fig. 6 Intensity distribution with 2 μm sampling interval

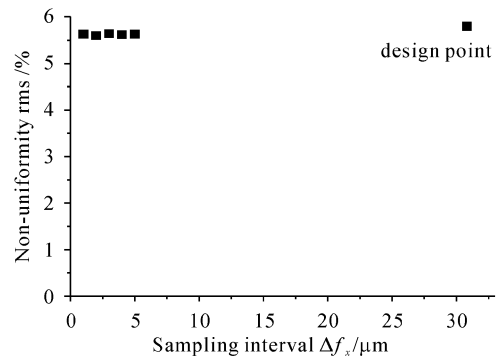


图 7 顶部不均匀性与采样间隔的关系

Fig. 7 Relationship between rms and sampling interval

表 1 分数阶数对光束匀滑性能的影响

Table 1 The influence of the fractional order to the performance of beam smoothing

Fractional order p		0.85	0.88	0.90	0.92	0.95
With DOE	η	90.8%	92.7%	94.4%	90.5%	88.8%
	rms	11.6%	7.2%	5.8%	9.3%	8.0%
Without DOE	η	66.6%	88.8%	95.5%	98.5%	99.2%
	rms	13.4%	17.2%	26.3%	51.2%	94.9%

为比较不同的分数阶数对束匀滑性能的影响,在 $p = 0.9$ 附近选了几种情形,按照相同的优化策略,在相近的优化时间内,优化结果如表 1 所示。选取不同的 p ,优化得到的束匀滑性能是不一样的;兼顾 η 与 rms,在 $p = 0.9$ 或 0.88,在 Σ_0 上不放置衍射光学器件时, Σ_1 上的束匀滑性能已经比较好,进一步优化,能获得好的束匀滑性能。

实际大型激光系统的输出包含波前畸变,其中位相畸变较之振幅畸变对衍射光学器件影响更大。

在此,以高斯分布的位相畸变为模型,分析位相畸变对顶部不均匀性的影响。

高斯型位相畸变可描述为

$$\Delta\phi = N[0, a \cdot 2\pi] \quad (8)$$

其中, $N[0, a \cdot 2\pi]$ 代表均值为零、方差为 $a \cdot 2\pi$ 的高斯分布, a 反映畸变大小。

对图 5 的设计结果进行分析,如图 8 中曲线(a)所示,计算中所用的 Δf_x 为 2 μm;曲线(b)为高斯型位相畸变对傅里叶变换域中精细化设计的束匀滑器

件的顶部不均匀性的影响^[10], 对每个 a , 图 8 中的点代表了 30 个样本的平均值。由图 8 可知, 工作在分数傅里叶变换的光束匀滑器件对波前畸变的宽容度相对较小。

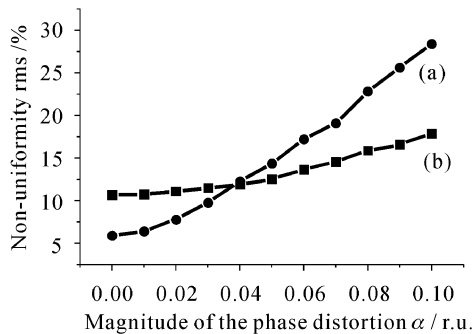


图 8 高斯波前畸变对顶部不均匀性的影响

Fig. 8 Influence of the Gaussian distributed phase distortion to non-uniformity

4 结 论

本文类比于傅里叶变换情形下的精细化设计方法, 进行了分数傅里叶变换衍射光学束匀滑器件的精细化设计。模拟结果显示, 当输出面采样间隔选取为传统采样间隔的一半时, 能在输出面上获得真实的束匀滑分布。如果输出面采样间隔小于传统采样间隔的一半, 也能获得真实的束匀滑分布。

在分数傅里叶变换域中进行光束匀滑, 可以根据具体的设计参数, 选取恰当的分数阶数以获得好的束匀滑性能; 并且所优化得到的位相分布最大最小值的差值(本文设计实例小于 0.7π) 远远小于在傅里叶变换区域优化得到的位相变化范围^[8~10]。这是因为在不放置衍射光学器件时, 已经有较好的束匀滑性能, 衍射光学器件无需引入很大的位相调制, 就能获得好的束匀滑性能, 这将降低衍射光学束匀滑器件的加工难度; 但其对波前畸变的宽容度较小, 对输入波前提出了更高的要求。

无论是傅里叶变换还是分数傅里叶变换, 模拟计算结果表明, 为获得真实的束匀滑分布, 输出面采样间隔必须选取为小于/等于传统采样间隔的一半, 对于其他变换, 也应该有类似结论, 但如何在理论上严格证明, 尚需进一步研究。

参 考 文 献

- 1 D. Mendlovic, H. M. Ozaktas. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(9):1875~1881
- 2 H. M. Ozaktas, D. Mendlovic. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: II [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(12):2522~2531
- 3 A. W. Lohmann. Image rotation, Wigner rotation, and fractional Fourier transform [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(10):2181~2186
- 4 P. Pellat-Finet. Fresnel diffraction and the fractional-order Fourier transform [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(18):1388~1390
- 5 M. A. Kutay, H. M. Ozaktas. Optimal filtering in fractional Fourier domains [J]. *IEEE Trans. Sign. Proces.*, 1997, **45**(5):1129~1143
- 6 Yan Zhang, Bizhen Dong, Benyuan Gu *et al.*. Beam shaping in the fractional Fourier transform domain [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(5):1114~1120
- 7 Wenxiang Cong, Nanxian Chen, Benyuan Gu. Beam shaping and its solution with the use of an optimization method [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(20):4500~4503
- 8 Tan Qiaofeng, Yan Yingbai, Jin Guofan *et al.*. Precise design of diffractive optical element for beam smoothing [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 2002, **A29**(1):29~32 (in Chinese)
- 9 Wang Jinyu, Tan Qiaofeng, Yan Yingbai *et al.*. Precise design of circular-symmetrical diffractive optical element for beam smoothing [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 2003, **30**(3):206~210 (in Chinese)
- 10 Tan Qiaofeng, Yan Yingbai, Jin Guofan *et al.*. Development of large aperture diffractive optical element for beam smoothing [J]. *High Power Laser and Particle Beams* (强激光与粒子束), 2001, **13**(4):451~455 (in Chinese)