

文章编号: 0258-7025(2003)07-0651-04

# 波片位相延迟的测量方法

程笑天, 李银柱, 刘 诚, 薄 锋, 朱健强

(中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

**摘要** 用相位检测的方法,通过测量待测信号与参考信号的位相差来得到待测波片的位相延迟,与传统的方法相比,这种方法简化了测量设备和测量过程,测量的精度更加容易保证,并且能够测量任意位相延迟及任意波长下的波片。

**关键词** 应用光学;偏振光;波片的位相延迟;位相测量法

**中图分类号** TN 247 **文献标识码** A

## Method for Measuring the Retardation of a Wave Plate

CHENG Xiao-tian, LI Ying-zhu, LIU Cheng, BO Feng, ZHU Jian-qiang

(National Laboratory on High Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

**Abstract** This paper proposed a new method to measure the retardation of a wave plate, which is based on phase difference of reference signal and tested signal. This method is suitable for any wave plate and simplifies the measurement equipment.

**Key words** applied optics; polarization; retardation of the wave plate; phase comparator

## 1 引言

波片是光学系统中常用的部件之一,例如,在椭圆法测量<sup>[1~3]</sup>或相移干涉测量<sup>[4,5]</sup>中,需要波片对偏振光的偏振状态进行控制。位相延迟作为它的主要技术参数,对于实验结果有着非常重要的影响<sup>[6]</sup>。现有的测量技术和方法有很多种,有一些过于复杂<sup>[7~9]</sup>,需要引入补偿片、光电调制等,有一些只能用于测量四分之一波片<sup>[10]</sup>或者特定波长下的波片<sup>[11]</sup>。

传统的测量方法,是搭建一个由起偏器、波片、检偏器等组成的光路,通过转动光路中某一个或几个偏振器件,然后对出射光的光强进行连续的测量,再由模数转换,送入计算机,对数据进行拟合,计算出拟合曲线的各个参数,将这些参数与理论的光强曲线相比较,最后得到波片的位相延迟。这些测量方法的主要缺点在于,它们都要求对光强进行准确

的测量。由于实验过程中有各种因素,如光电探测器的动态范围、本底电流、转换的角速度、模数转换的精度等对光强测量都会产生误差,因此总的测量精度很难保证,而且测量中牵涉到电机驱动、数据采集、数据拟合等,测量装置复杂,测量过程费时费力。

本文提出了一种新的测量波片位相延迟的方法,通过测量两个信号之间的位相差,来得到待测波片的位相延迟,对比传统的测量方法,使用的测量设备少,避免了使用计算机及数据采集卡,测量过程得到简化,无需拟合数据曲线,而且能够测量任意位相延迟,任意波长下的波片。

## 2 测量原理

考虑到在光路中引入波片后,不仅对出射光的强度产生调制,而且其对出射光强曲线的位相也会产生一个调制,通过引入一个位相比较器,对待测信

收稿日期:2002-02-08;收到修改稿日期:2002-04-23

作者简介:程笑天(1977—),男,中国科学院上海光学精密机械研究所硕士研究生,研究方向为光电子检测及光电子学。  
E-mail: whoisxct@hotmail.com

号和参考信号的位相进行比较,直接得到波片的位相延迟。由于我们是从待测光  $I_t$  和参考光  $I_r$  的位相差中提取待测波片的位相延迟信息,不对光强进行直接的测量,因此避免传统测量方法中对光强测量引入的误差,并且简化了实验装置,去除了测量光强数据所需要的数据采集卡及计算机等设备,所能达到的精度主要由位相比较器的测量精度决定。

测量光路如图 1 所示。

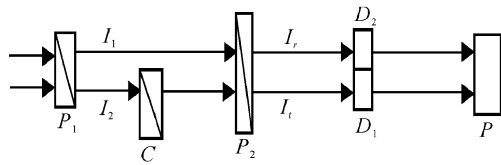


图 1 实验装置图

$P_1$ :起偏器; $P_2$ :检偏器; $C$ :待测波片;

$D_1, D_2$ :探测器; $P$ :位相比较器

Fig. 1 Schematic diagram for measuring the retardation of a wave plate

$P_1$ : polarizer;  $P_2$ : analyzer;  $C$ : tested wave plate;

$D_1, D_2$ : photodetector;  $P$ : phase comparator

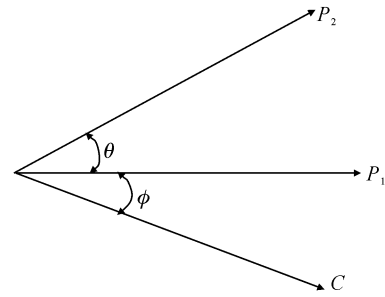


图 2  $P_1, P_2$  和  $C$  的位置示意图

Fig. 2 Relative position of  $P_1, P_2$  and  $C$

在测量的初始位置,以  $P_1$  的主轴方向为  $x$  轴,  $P_1$  与  $P_2$  的主轴夹角为  $\theta$ ,与  $C$  的主轴有  $\phi$  的夹角,如图 2 所示。

$I_1, I_2$  为线偏光,它们的 Jones 向量分别为

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad I_2 = A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中  $A$  为两光束的强度比值。

待测波片  $C$  的 Jones 矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) + i\cos 2\phi \sin(\delta/2) & -i\sin 2\phi \sin(\delta/2) \\ -i\sin 2\phi \sin(\delta/2) & \cos(\delta/2) - i\cos 2\phi \sin(\delta/2) \end{bmatrix}$$

检偏器  $P_2$  的 Jones 矩阵为

$$P_2 = \begin{bmatrix} \cos^2(\omega t + \theta) & \frac{\sin 2(\omega t + \theta)}{2} \\ \frac{\sin 2(\omega t + \theta)}{2} & \sin^2(\omega t + \theta) \end{bmatrix}$$

在测量中,令  $P_1$  和  $C$  静止,  $P_2$  绕光轴以角速度  $\omega$  旋转。由此可以得到参考光  $I_r$  及待测光  $I_t$  的 Jones 向量分别为

$$I_r = P_2 \times I_1 = \begin{bmatrix} \cos^2(\omega t + \theta) \\ \frac{\sin 2(\omega t + \theta)}{2} \end{bmatrix}$$

$$I_t = P_2 \times C \times I_2 = A \begin{bmatrix} \cos^2(\omega t + \theta) \cos(\delta/2) + i\cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \theta + 2\phi) \sin(\delta/2) \\ \sin(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \theta) \cos(\delta/2) + i\sin(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \theta + 2\phi) \sin(\delta/2) \end{bmatrix}$$

则  $I_r$  及  $I_t$  的光强分别为

$$E_r = \cos^4(\omega t + \theta) + \sin^2(\omega t + \theta) \cos^2(\omega t + \theta) = \frac{1}{2} [1 + \cos 2(\omega t + \theta)]$$

$$\begin{aligned} E_t &= A [\cos^4(\omega t + \theta) \cos^2(\delta/2) + \cos^2(\omega t + \theta) \cos^2(\omega t + \theta + 2\phi) \sin^2(\delta/2) + \\ &\quad \sin^2(\omega t + \theta) \cos^2(\omega t + \theta) \cos^2(\delta/2) + \sin^2(\omega t + \theta) \cos^2(\omega t + \theta + 2\phi) \sin^2(\delta/2)] = \\ &= A [\cos^2(\omega t + \theta) \cos^2(\delta/2) + \cos^2(\omega t + \theta + 2\phi) \sin^2(\delta/2)] = \\ &= \frac{A}{2} \{1 + [1 - 2\sin^2(\delta/2) \sin^2 2\phi] \cos 2(\omega t + \theta) - \sin^2(\delta/2) \sin 4\phi \sin 2(\omega t + \theta)\} = \\ &= \frac{A}{2} \{1 + K \cos [2(\omega t + \theta) + \psi]\} \end{aligned}$$

其中 
$$\psi = \arccot \frac{1 - 2C \sin^2 2\phi}{C \sin 4\phi}, \quad K = \sqrt{1 + 4C \sin^2 2\phi (C - 1)}, \quad C = \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

可以看出,参考光  $I_r$  和待测光  $I_t$  的光强都是一个常数和余弦函数的组合,只是余弦函数的振幅和相位有差异,差值由待测波片与起偏检偏器主轴的夹角  $\phi$  及波片的相位延迟  $\delta$  共同决定。将  $I_r$  和  $I_t$  通过光电探测器转换为与光强成正比的电压信号,同时送入一个位相比较器,测出两信号的相位差  $\psi$ ,当  $\phi$  为已知时,通过上式,即可算出待测波片的  $\delta$ 。

例如,当取  $\phi$  为  $\pi/8$  时, $\delta$  的计算公式为

$$\delta = 2\arcsin \sqrt{\frac{1}{1 + \tan\psi}}$$

### 3 测试结果

为了直观地观察该测量方法得到的结果,将参考光  $I_r$  和待测光  $I_t$  通过光电探测器后的信号送入计算机,绘出光强变化的波形。如图 3,4 所示。

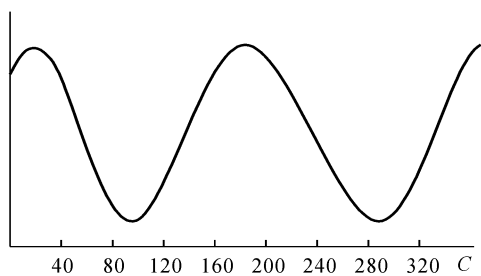


图 3 待测信号  $I_t$  的光强曲线

Fig. 3 Recorded tested signals  $I_t$  with the tested wave plate

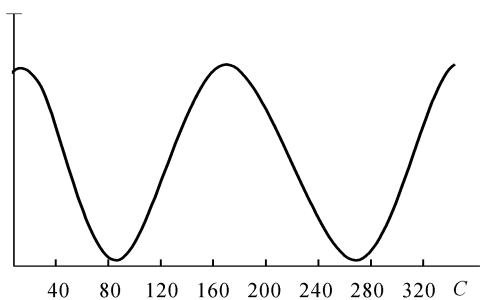


图 4 参考信号  $I_r$  的光强曲线

Fig. 4 Recorded reference signals  $I_r$  without the tested wave plate

其中,图 3 显示的是待测信号  $I_t$  的光强曲线,图 4 显示的是参考信号的光强  $I_r$  的曲线。可以看到,这两个光强波形存在一个位相差值。该位相差值由待测波片与起偏检偏器的主轴夹角  $\phi$  与波片的位相延迟  $\delta$  共同决定。通过位相比较器得到这个差值,经过运算,就可以获得波片的位相延迟。

使用上述方法对某一应用波长为 530 nm 的  $\lambda/4$  云母波片进行了 5 次测量,使用的光源为 530 nm 的半导体激光器,结果如表 1 所示。位相延迟的平均值为  $91.566^\circ$ ,均方根误差为  $0.29^\circ$ 。

表 1 测量结果

Table 1 Summary of measurement results

1	2	3	4	5
$91.2^\circ$	$91.64^\circ$	$91.93^\circ$	$91.32^\circ$	$91.74^\circ$

## 4 误差分析

### 4.1 起偏器 $P_1, P_2$ 引入的误差

实际使用的起偏器的消光比可以达到  $10^{-4} \sim 10^{-6}$  量级,与理想的起偏器消光比为 0 比较,其引入的误差在测量过程中是可以忽略的。

### 4.2 光电探测器 $D_1, D_2$ 不匹配引入的误差

光电探测器产生的电流与它接受的光强成正比,  $D_1, D_2$  的差异使得它们在接收相同的光强时产生的电流是不同的,但由于测量过程中并不牵涉到光强的测量,只是比较参考信号和测量信号位相上的差异,所以这种不匹配不会对测量结果产生影响。

### 4.3 $P_1$ 的主轴与 $C$ 的主轴夹角 $\phi$ 取值不准确引入的误差

通常波片的主轴位置并不标明,因此在测量时还需要通过其他方法对波片与起偏器的主轴夹角进行定位,定位误差对随后波片位相延迟的测量会产生影响。为了尽可能地消除这种误差,进行了两次测量,在第二次测量时,令起偏器转动  $45^\circ$ ,两次测量信号的位相差分别可表示为

$$\tan\psi_1 = \frac{1 - 2C\sin^2 2\phi}{C\sin 4\phi} \quad \tan\psi_2 = \frac{1 - 2C\cos^2 2\phi}{-C\sin 4\phi}$$

于是可以得到由  $\psi_1$  与  $\psi_2$  表示的  $\phi$  值为

$$\phi = \frac{1}{4} \arctan \frac{2}{\tan\psi_1 + \tan\psi_2}$$

由于起偏器的转动角度的精度很容易保证,这样就大大降低了由于  $\phi$  取值不准确引入的误差。

实验中使用的转动装置的转动精度可以达到  $2'$ ,在取  $\phi = \pi/8, \delta = \pi/2$  的情况下,上述转动角度误差引起的  $\phi$  的偏差在  $1''$  以内。

### 4.4 入射光与波片表面不垂直引入的误差

当入射光以  $\theta$  角入射波片时,寻常光和非常光在波片内将以不同的路径传播,如图 5 所示。

此时两束透射光的位相差可表示为<sup>[12]</sup>

$$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda \cos\theta_a} (n' - n_o)$$

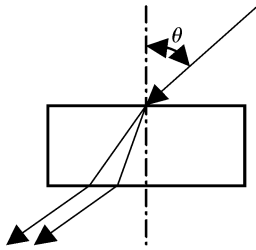


图 5 波片内的光路图

Fig. 5 Optical path inside the wave plate

其中,  $h$  为波片的厚度,  $\theta_a$  为两束投射光折射角的平均值,  $n$  为与非常光对应的折射率。

在入射角  $\theta$  为一个小量的情况下, 可以用寻常光的折射角  $\theta_o$  来取代  $\theta_a$ , 这样上式可变为

$$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda \cos\theta_o} (n' - n_o)$$

以  $\theta$  角入射的入射光与波片光轴的夹角  $\phi$  可以用下式表示

$$\sin\phi = \sin\theta \cos\alpha$$

其中,  $\alpha$  为入射光在波片表面的投影与光轴的夹角。

对于本实验中使用的石英单轴晶体, 有下式

$$\frac{1}{n'^2} = \frac{\cos^2\phi}{n_o^2} + \frac{\sin^2\phi}{n_e^2}$$

由以上各式可以得到由于入射光角度误差引起的  $\Delta\delta$  为

$$\Delta\delta = \frac{2\pi h}{\lambda \cos\theta_o} (n' - n_o - \cos\theta_o n_e + \cos\theta_o n_o)$$

一般情况下我们无法得到  $\Delta\delta$  的一个简单的表达式, 但如果入射光在与光轴垂直的平面内, 则  $\alpha = 0$ , 上式可简化为

$$\Delta\delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_e - n_o) \left( \frac{1}{\cos\theta_o} - 1 \right)$$

当入射角很小时,  $\theta_o \approx \frac{\theta}{n}$ , 取一级近似,  $\frac{1}{\cos\theta_o} \approx 1 + \frac{\theta^2}{2n^2}$ , 得到  $\Delta\delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_e - n_o) \frac{\theta^2}{2n^2}$ 。

当入射角  $\theta = 1^\circ$  时, 代入实验参数 ( $h = 0.5$  mm,  $\lambda = 0.53 \mu\text{m}$ ,  $n_e - n_o = 0.0092$ ,  $n_o = 1.55$ ), 可以得到  $\Delta\delta = 11.34^\circ$ 。可见对于多级波片, 入射角引起的位相延迟误差十分显著, 测量时应仔细调整, 尽量使光垂直于波片入射。

在测量中需要注意的是,  $\phi$  的取值需要满足  $\phi \neq n\pi/4$ , 否则得到的相差信号  $\psi$  中将丢失关于波片位相延迟  $\delta$  的信息, 使测量无法进行。

## 5 结 论

本方法在测量精度上, 由于不对光强直接测量, 因此避免了传统中对光强测量引入的各种误差。所能得到的精度主要由位相比较器的分辨能力和光电探测器的线性范围决定。本实验中, 相位检测误差最大为  $0.5^\circ$ , 重复检测误差不超过  $0.3^\circ$ , 与文献[13~15]中得到的精度相当。

## 参 考 文 献

- 1 H. Takasaki. Photoelectric measurement of polarized light by means of an ADP polarization modulator [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1961, **51**(4):462~463
- 2 R. M. A. Azzam, N. M. Bashara. Ellipsometry and Polarized Light [M]. Amsterdam: North-Holland, 1977. Chap. 5, 364
- 3 P. S. Hauge, F. H. Dill. Design and operation of ETA, an automated ellipsometer [J]. *IBM J. Res. Dev.*, 1973, **17**:472~489
- 4 D.-C. Su, L.-H. Shyu. Phase shifting scatter plate interferometer using a polarization technique [J]. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(5):951~959
- 5 J. H. Brunning. Fringe Scanning Interferometers in Optical Shopping Testing [M]. D. Malacara, ed., New York: Willey, 1978. 409~437
- 6 M. P. Kothiyal, C. Delisle. Polarization component phase shifters in phase shifting interferometry: error analysis [J]. *J. Opt. Acta*, 1986, **33**:787~793
- 7 H. G. Jerrard. Optical compensators for measurement of elliptical polarization [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1948, **38**(1):35~59
- 8 H. G. Jerrard. Transmission of light through birefringent and optically active media: the Poincare sphere [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1954, **44**(8):634~640
- 9 R. C. Plumb. Analysis of elliptically polarized light [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1960, **50**(9):892~894
- 10 B. R. Grunstra, H. B. Perkins. A method for the measurement of optical retardation angles near 90 degrees [J]. *J. Appl. Opt.*, 1966, **5**(4):585~587
- 11 C. M. McIntyre, S. E. Harris. Achromatic wave plates for the visible spectrum [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1968, **58**(12):1575~1580
- 12 Max Born, Emil Wolf. Principles of Optics [M]. Pergamon Press, 1975. Chapter 14, 698
- 13 Gao Hong. Simple method for phase-delay measurement of wave plate [J]. *J. Opt. Technique*, 1992, (6):39~43
- 14 Lih-Horng Shyu, Chieh-Li Chen, Der-Chin Su. Method for measuring the retardation of a wave plate [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(22):4228~4231
- 15 Zhang Jingbin, Li Guohua. Feasible study on the measurement of phase delay of mica plate by interference method [J]. *Optoelectronics • Laser* (光子 • 激光), 1997, **8**(3):202~204 (in Chinese)