

文章编号: 0258-7025(2003)07-0601-04

阶梯透射光栅衍射效率的研究

张耀举

(温州师范学院物理与电子信息科学系, 浙江 温州 325027)

摘要 阐述了标量近似与 Snell 定律和 Fresnel 关系相结合的方法,并推导出阶梯透射光栅的衍射场强分布和衍射效率公式。以四阶梯透射光栅为例,详细分析计算了衍射效率及其影响因素。研究表明所得结果优于纯标量近似的结果。该方法避免了完全矢量波理论的麻烦,克服了标量近似的不足,特别适宜于研究周期大于 4λ 的光栅的衍射。对周期小于 4λ 的光栅,本方法的使用受到了限制。

关键词 物理光学;衍射效率;标量近似;阶梯光栅

中图分类号 O 436.1 **文献标识码** A

Study of Diffraction Efficiency of Step Transmission Grating

ZHANG Yao-ju

(Department of Physics and Electron-information Science,
Wenzhou Teachers' College, Wenzhou, Zhejiang 325027, China)

Abstract A method uniting the scalar approximation with the Snell's law and the Fresnel relations is presented in detail. Two formulae of the energy flux density and the diffraction efficiency are derived for the step transmission grating. As a example of application, the diffraction efficiency and the factors influencing on them are analyzed and calculated for the transmission grating with 4 steps. The results show that it is excellent for the gratings of $d > 4\lambda$, because this kind of the method can not only avoid the complexity of the complete arrow wave theory, but also overcome the insufficiency of the pure scalar approximation. It isn't suitable for the gratings of $d < 4\lambda$.

Key words physical optics; diffraction efficiency; scalar approximation; step grating

1 引 言

衍射光栅是一种重要的衍射光学元件,已广泛应用于摄谱仪、光学互连、光计算、光学通讯、光学信息处理和光学精密测量等各个方面。常见的衍射光栅有全息光栅、闪耀光栅和 Ronchi 光栅。闪耀光栅能将尽可能多的能量集中在某一特定的衍射级次上,且衍射效率远高于前两类光栅。但是三角形闪耀光栅比全息光栅和 Ronchi 光栅制作难度大、成本高。自 20 世纪 80 年代后期以来,国际上出现了一种二元光学制作光栅方法^[1,2],这种二元光学方法所制作的光栅表面往往呈台阶状,且制作成本低、质量好,于是人们就用这种阶梯光栅逼近三角形闪耀

光栅。

对于阶梯光栅的衍射研究已有一些文献报道^[2~6]。从理论上讲,光栅衍射效率的计算方法分两大类:一类是矢量波理论,另一类是标量衍射理论。前者可得到较为准确的结果,但计算过程很复杂;后者计算过程较简单,物理图像也很直观,在光栅周期比较大时采用这种方法,一般也能得到比较满意的结果。文献[5]对一个实际的 4 阶梯长周期二元光栅 1 级闪耀衍射效率的测量结果为 68%,与纯标量近似的理论值 81%相差较大^[2]。本文研究发现,这么大的差别除了制作上的因素之外,纯标量近似的不足也是造成这一较大差别的原因之一。

收稿日期: 2002-01-16; **收到修改稿日期:** 2002-06-18

基金项目: 温州师范学院重点科研基金和高级人才工程资助项目。

作者简介: 张耀举(1960. 7—),男,硕士,温州师范学院副教授,主要从事教学和二元光学的研究工作。E-mail: zhangyj@

2 理论与公式

相位衍射光栅分透射型和反射型两种。本文分析透射型,其方法对反射型同样适用。阶梯透射光栅的模型如图 1 所示。光从折射率为 n_0 介质入射,穿过折射率为 n 的光栅介质后透射进入折射率仍为 n_0 的介质中,一般光栅周围的介质取为空气($n_0 = 1$)。基本的处理方法为:光与上下两界面的相互作用采用矢量波理论,光在介质中的传播采用标量近似,忽略介质的吸收作用。

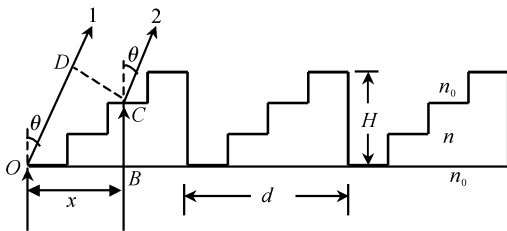


图 1 阶梯透射光栅模型

Fig. 1 Model of step transmission gratings

设每个台阶高度相同,台阶总数 $L = 2N$ (N 是正整数),光栅常数为 d ,有 M 个周期,刻蚀最大深度为 H 。若振幅为 A 的单色平行光(TE 波)垂直入射到光栅上 O, B (第 l 个台阶) 二处,以 O 处的光为参考光时,出射光线 1, 2 的相位差为

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(n - \cos\theta) l \frac{H}{L} - x \sin\theta \right] = \frac{2\pi \left[(d/L) f_0 l - f x \right]}{\lambda} \quad (1)$$

其中, $f = \frac{\sin\theta}{\lambda}$, $f_0 = \frac{n - \cos\theta}{\lambda} \cdot \frac{H}{d}$, 由此可求出由于相位的原因,第 l 个台阶的透过率相位差因子 t_1 为

$$t_1 = \exp[2\pi(d/L) f_0 l] \quad (2)$$

考虑光通过上下两个面引起的 2 次反射损失,根据矢量波理论中的 Snell 定律和 Fresnel 关系式^[7]可以求出,第 l 个台阶的透过率振幅方向性因子 t_2 为

$$t_2 = (1 - \rho^2) \cdot \sqrt{\cos\theta} \quad (3)$$

其中, $\rho = \frac{n - n_0}{n + n_0}$ 为界面的振幅反射系数。考虑到振幅和相位双重因素,第 l 个台阶的透过率函数 $t_l = t_1 \cdot t_2$, 由式(2), (3) 可得光栅的透过率函数 t 为

$$t = \left[\sum_{l=0}^{L-1} t_l \cdot \text{rect}\left(\frac{x - ld/L}{d/L}\right) \right] * \sum_{m=0}^{M-1} \delta(x - md) \quad (4)$$

式中 $*$ 表示卷积。根据傅里叶光学可以求出波长为 λ 的单色光垂直入射光栅时,在光栅后焦面上的光

强分布为^[8]

$$I(\theta) = I_0 |F(t)|^2 = M^2 I_0 [(1 - \rho^2)^2 \cos\theta] \cdot \left[\frac{\sin(M\pi d \sin\theta/\lambda)}{M \sin(\pi d \sin\theta/\lambda)} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(\pi d \sin\theta/L\lambda)}{\pi d \sin\theta/L\lambda} \right]^2 \cdot \left\{ \frac{\sin[\pi d (\sin\theta - (n - \cos\theta) H/d)/\lambda]}{L \sin[\pi d (\sin\theta - (n - \cos\theta) H/d)/L\lambda]} \right\}^2 \quad (5)$$

上式右边各项的物理意义是非常明显的:第 1 个括弧内代表按矢量理论的 Fresnel 关系和 Snell 定律所决定的振幅衰减因子;第 2 个括弧内代表光栅干涉因子;第 3 个括弧内代表单个台阶的衍射因子;第 4 个括弧内代表一个周期内台阶之间的干涉因子。

由式(5)可得在衍射角为 θ 方向的透射率 $\eta(\theta)$ 为

$$\eta(\theta) = [(1 - \rho^2)^2 \cos\theta] \cdot \left[\frac{\sin(M\pi d \sin\theta/\lambda)}{M \sin(\pi d \sin\theta/\lambda)} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(\pi d \sin\theta/L\lambda)}{\pi d \sin\theta/L\lambda} \right]^2 \cdot \left\{ \frac{\sin[\pi d (\sin\theta - (n - \cos\theta) H/d)/\lambda]}{L \sin[\pi d (\sin\theta - (n - \cos\theta) H/d)/L\lambda]} \right\}^2 \quad (6)$$

定义第 k 级条纹的衍射效率为

$$e_k = \frac{E_k}{E_T} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} I(\theta) d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} I(\theta) d\theta} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \eta(\theta) d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \eta(\theta) d\theta} \quad (7)$$

其中, E_k 为第 k 级衍射光的能量, E_T 为整个衍射光的能量。

以式(6), (7) 为基础,作如下一些分析与计算。

3 分析与计算

由(6) 式可以看出,透射率与 d, λ, n, n_0, H, L 和 θ 等多种因素有关。一般选择 +1 级闪耀,则 +1 级闪耀的透射率为

$$\eta_{+1} = [(1 - \rho^2)^2 \sqrt{1 - (\lambda/d)^2}] \cdot \left[\frac{\sin(\pi/L)}{\pi/L} \right]^2 \quad (8)$$

该式的第 2 个方括弧因子是纯标量近似的结果^[2], L 一定时,它是一常量;第 1 个方括弧因子是考虑了光栅上下两个表面处各 1 次折射所引起的振幅变化的效率因子,这个因子对透过率产生了较大影响。为了便于比较,计算时有关参数取实际制作参数^[5]: $n = 1.46$, $n_0 = 1$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $L = 4$, $H = 1.0317$

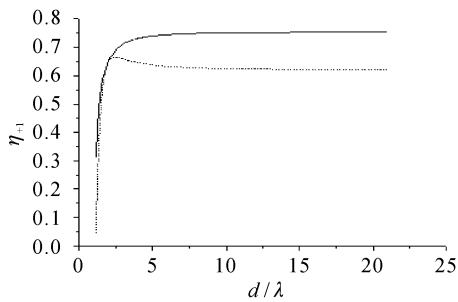


图2 η_{+1} 随 d/λ 的变化
实线对应式(8);虚线对应式(6)

Fig. 2 η_{+1} versus d/λ
solid; equation (8); dashed; equation (6)

μm , $d=10\ \mu\text{m}$ 。首先作出 $\eta_{+1} \sim d/\lambda$ 曲线如图2所示,图中实线和虚线分别对应公式(8)和公式(6)的计算结果。由图可见,在 d 比较小时,闪耀时的透过率和实际透过率变化规律基本一致,随 d/λ 的增加, η_{+1} 迅速增加;在 $d/\lambda > 2.5$ 以后二者的变化趋势截然不同,前者随 d/λ 的增加而增加,最终逐渐趋于极限值 75.4%(图中实线所示),而后者随 d/λ 的增加则逐渐减小(图中虚线所示)。这一点也是不难理解的,因为由公式(5)和(6)可见,若 d/λ 增加,光强逐

渐偏离闪耀值,因而 +1 级透过率渐渐减小。取上述实际制作参数分别用实际透过率和 +1 级闪耀透过率代入公式(7),算得 +1 级闪耀时的衍射效率 $e_{+1} = 75.3\%$,实际衍射效率 $e_{+1}' = 62.2\%$ 。这就是说,这种光栅的最大衍射效率为 75.3%,不可能达到纯标量近似理论计算值 81%。按实际参数的计算值(62.2%)虽与实际观测值(68%)比较接近,但仍有一些偏差。下面给出产生这一偏差的因素分析。

由于制作时各参量不能精确控制和测量方面的误差,都可能使透射率偏离闪耀值,在这种情况下应由公式(6)计算透射率而不能用公式(8)计算。由图2可见,光栅常数比较大时按公式(6)或(8)算得的 η_{+1} 随 d 的变化都不敏感,因此刻蚀时, d 的误差不会对衍射效率产生大的影响。但是,衍射效率对折射率 n ,最大刻蚀深度 H 和入射波长 λ 比较敏感。图3(a)~(c)分别为 +1 级透射率 η_{+1} 随折射率 n ,最大刻蚀深度 H 和入射波长 λ 的变化曲线。由这些图可见,当 n, H 的观测值小于实际值,或入射光的非单色性,使得短波成分所占比例较大都可能造成理论计算值小于实际观测值。

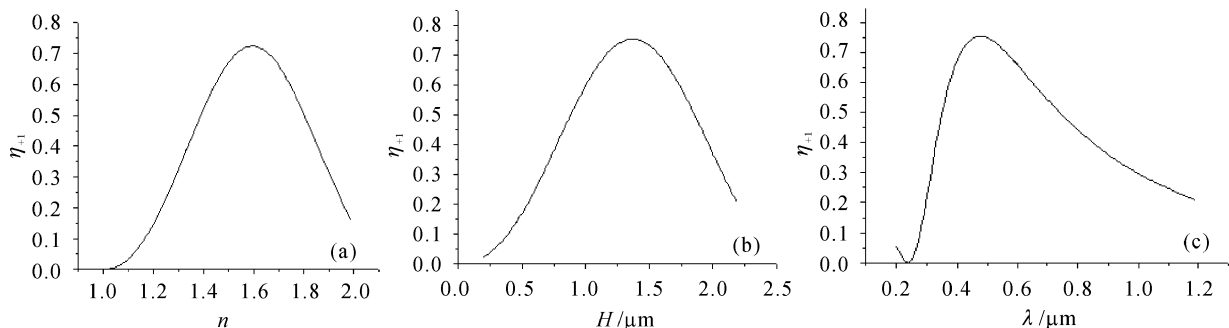


图3 η_{+1} 随 n (a), H (b)和 λ (c)的变化

Fig. 3 η_{+1} versus n (a), H (b) and λ (c)

除了上述因素之外,这里我们只考虑了光在光栅的上下两表面各一次折反射,而忽略了二次以上的折反射也是一个原因。计算发现,二次以上的折反射对效率约有 2% 的贡献。

需要说明的是,上述详细分析了 4 阶梯透射光栅的衍射。实际上,公式(6)和(8)适用于任意阶梯的情形。随着阶梯数的增加衍射效率增加,如图4所示。在混合光学系统中的衍射光学元件大多数都利用 +1 级衍射,并要求有较高的衍射效率,由图4可见,量化台阶选取 8~16 就可以达到要求。

为了与矢量算法对比,特按文献[9]来选取参

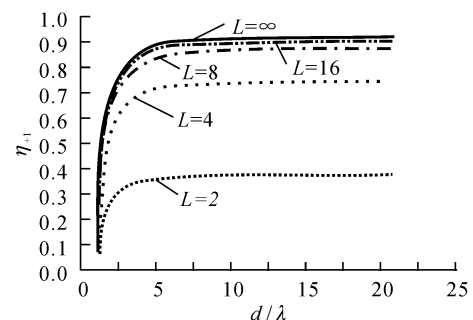


图4 η_{+1} 随 L 和 d/λ 的变化

Fig. 4 η_{+1} versus L and d/λ

数,取周期 $d = 2 \mu\text{m}$, $L = 2$ (填充系数为 0.5),槽深 $H = 1.56 \mu\text{m}$,基片的折射率 $n = 1.5$ 。平行单色光垂直入射,电场的方向沿光栅线方向,以 0 级透射率为纵坐标,以波长为横坐标,取光波的波长范围为 $0.4 \sim 0.7 \mu\text{m}$,所得结果如图 5 所示。分析图 5 可得:当 $d > 4\lambda$ 时,本文结果与矢量结果^[9]严格一致;当 $d < 4\lambda$ 时,本文结果与矢量结果有偏差, λ 越大,偏差越大。

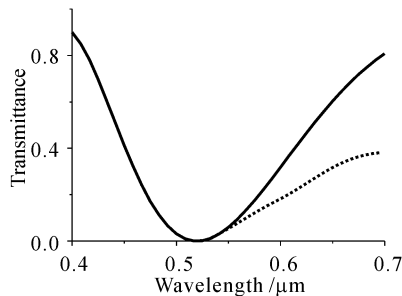


图 5 第 0 级透射率随波长的变化

Fig. 5 Zeroth-order transmittance as a function of wavelength

solid; the present result; dash; the result from Ref. [9]

4 结 论

1) 应用标量近似和 Snell 定律及 Fresnel 关系式相结合的方法推导出了阶梯透射光栅的衍射场强分布和衍射效率解析表达式,这些公式适用于任意阶梯透射光栅的衍射。而完全矢量波理论则不能给出统一的解析表达。

2) 详细分析计算了 4 阶梯透射光栅的透射率和衍射效率,所得理论结果与实验值较为接近,这说明忽略振幅和偏振的影响,用纯标量近似处理是比较粗略的。同时,我们分析了理论值和观测值产生差别的原因,这些结果对实际阶梯光栅的制作有一定指导意义。

3) 标量近似下,光栅衍射效率与光栅周期无关,而矢量结果表明衍射效率与光栅周期有关。特

别是在光栅周期比较小时,由图 2 可见,衍射效率与光栅周期有很大的关系,此时,纯标量近似已不再适用,而本文的标量近似和矢量理论相结合的方法却仍然有效。

4) 本文的方法避免了完全矢量波理论的麻烦,克服了标量理论不能处理比较小的周期光栅的缺陷,特别适宜于研究周期大于 4λ 的光栅的衍射,但对于 $d < 4\lambda$ 的光栅,本方法的使用受到了限制,这种情况则必须用完全的矢量波理论进行研究。

参 考 文 献

- 1 D. M. Mackie, D. W. Prather, Shouyan Shi. Preoptimization improvements to subwavelength diffractive lenses [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(29):6168~6175
- 2 Jin Guofan, Yan Yingbai, Wu Minxian. Binary Optics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998. 22~25 (in Chinese)
- 3 Xu Ping, Tang Jiyue, Guo Lirong *et al.*. Deep etch binary optics element [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(12):1796~1801 (in Chinese)
- 4 Fu Kexiang, Zhang Dayue, Wang Zhiheng *et al.*. Rigorous model theory of phase grating and the total reflectance property [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1998, **47**(8):1278~1288 (in Chinese)
- 5 Zhou Jin, Gao Wenqi, Huang Xinfan *et al.*. High efficient diffractive gratings produced by binary optics [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1995, **A22**(2):123~125 (in Chinese)
- 6 T. K. Gaylord, M. G. Moharam. Analysis and applications of optical diffraction by gratings [J]. *Proc. IEEE*, 1985, **73**(5):894~937
- 7 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. New York: Pergamon, 1980. 36~47
- 8 Zhao Bo, Yan Lei, Li Yanqing *et al.*. Analysis of blaze gratings with Fourier optics [J]. *Optical Technique* (光学技术), 2001, **27**(2):103~105, 108 (in Chinese)
- 9 Fu Kexiang, Wang Zhiheng, Zhang Dayue *et al.*. A vector analytical method of phase diffraction grating [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(12):1652~1659 (in Chinese)