

文章编号: 0258-7025(2003)03-0247-05

超结构光纤布拉格光栅的理论研究

贾宝华, 盛秋琴, 冯丹琴, 董孝义

(南开大学物理科学学院光电信息科学系, 天津 300071)

摘要 利用傅里叶变换的方法,对超结构光纤光栅的谱特性进行了分析,将其结论与耦合模理论的结果进行了比较和研究,在反射率较低时两者得到了很多一致的结论。经推导发现,取样光纤光栅的反射峰间隔 $\Delta\lambda$ 不只和光栅周期 p 有关,而且与取样率 T 关系密切。该结论在实验上得到了证实。

关键词 光电子学;超结构光纤光栅;傅里叶变换;传输矩阵分析

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Study on the Theory of Super-structured Fiber Bragg Grating

JIA Bao-hua, SHENG Qiu-qin, FENG Dan-qin, DONG Xiao-yi

(Department of Photoelectricity Information Science of Physics Institute, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract The spectral property of super-structured fiber grating was analyzed with Fourier transposition. It's conclusion was then compared with the results gotten form the deduction with coupled mode theory. The two outcomes were unified with each other in many aspects, when reflective ratio was low enough. Furthermore, it is found that the interval $\Delta\lambda$ between two reflective peaks of sample fiber grating was related not only to the period p of grating, but also closely to sampling rate T . The result has already been proved by experiment.

Key words optoelectronics; super-structure-grating; Fourier transposition; transmission matrix method

1 引言

由光纤光栅构成的新型光器件具有很多优异的性能,在光纤通信及光纤传感领域有着很好的应用前景^[1],目前已经成为国内外研究的热点。其中超结构光纤布拉格光栅因其特殊的滤波特性、严格的波长间隔以及结构紧凑、易于集成和低成本等特点,已引起了广泛的研究兴趣,用超结构光纤光栅构成的新型光子学器件在 WDM 光纤通信网中有着很好的应用潜力^[2~4]。对超结构光纤布拉格光栅的理论研究可以沿用傅氏变换的方法,也可用耦合模理论进行分析,两种方法有各自的特点。傅氏变换的方法比较简单、直观,在一定条件下对取样光栅的光谱特性的分析十分有效,但其一般只能做定性的解释;耦合模理论一般采用传输矩阵数值法解方程组来总结光谱特性,但严格求解耦合模方程非常困难,

分析过程也十分烦琐,且无解析解。本文用傅氏变换的方法对超结构布拉格光纤光栅的谱特性进行了分析,并与耦合模理论得到的结果进行了比较,在反射率较低的情况下两者得到了很多一致的结论。

2 傅里叶分析

从光栅的傅里叶变换法可以得到光栅函数 $f(x)$ 的傅里叶变换式

$$f(x) = \int F(f) \exp(j2\pi fx) df \quad (1)$$

$$F(f) = \int f(x) [\exp(j2\pi fx)]^* dx \quad (2)$$

其中 $f = 1/\lambda$ 为空间频率,即单位长度上的周期数。由光纤光栅中的布拉格公式 $\lambda = 2n_{\text{eff}}\Lambda$ (n_{eff} 为有效折射率)可知,波长为 λ 的光能否被反射,取决于光栅中有没有周期为 $\Lambda = \lambda/2n_{\text{eff}}$ 的周期结构存在。如

收稿日期:2001-11-26;收到修改稿日期:2002-03-07

基金项目:国家自然科学基金重点项目资助(编号:60137010)和华为基金资助项目。

作者简介:贾宝华(1977—),女,南开大学物理学院光电信息科学系硕士研究生,主要从事光纤光栅及光纤通信系统方面的研究工作。E-mail:jiabh@eyou.com

果这种结构存在,只要求出函数 $f(x/2n_{\text{eff}})$ 的傅里叶变换,即可求得折射率分布函数 $f(x)$ 的光纤光栅的反射谱 $F_1(1/\lambda)$ 。

我们所研究的超结构光纤光栅即矩形取样光纤光栅的折射率调制如图 1 所示。 x 轴为光纤长度方向,光栅长度为 l ,矩形取样函数的周期为 $p = a + b$, a 为取样长度, b 为空长,占空比即取样率为 $T = a/p$,取样个数为 $N = l/p$ 。

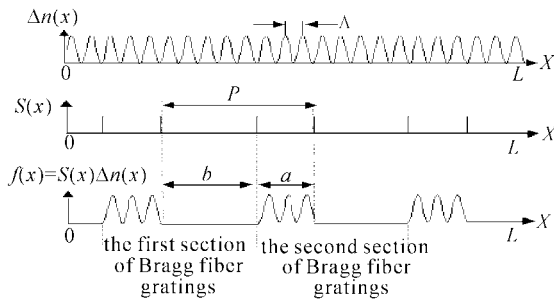


图 1 取样光纤光栅的折射率调制示意图

Fig. 1 Modulation of refractive index on sampled fiber gratings

布拉格光纤光栅的折射率调制函数为

$$\Delta n(x) = \overline{\Delta n} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{l}\right) \quad (3)$$

式中 $\overline{\Delta n}$ 为折射率调制深度, Λ 为光栅周期。矩形取样函数 $S(x)$ 的表达式为(式中 $*$ 为卷积符号)

$$S(x) = \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) * \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \quad (4)$$

超结构光纤光栅的折射率分布函数是矩形取样函数 $S(x)$ 对均匀周期光栅的折射率分布 $\Delta n(x)$ 进行调制的结果,可以表示为

$$f(x) = S(x)\Delta n(x) = \left[\text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) * \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right] * \left[\overline{\Delta n} \left(1 + \cos\frac{2\pi x}{\Lambda} \right) \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{l}\right) \right] \quad (5)$$

将(5)式对 $f(x/2n_{\text{eff}})$ 进行傅里叶变换,即可得到超结构光纤光栅的反射谱 $F_1(1/\lambda)$

$$\begin{aligned} F \cdot T \cdot f\left(\frac{x}{2n_{\text{eff}}}\right) &= [2n_{\text{eff}} p \text{comb}(2n_{\text{eff}} p f) * \\ & 2n_{\text{eff}} a \text{sinc}(2n_{\text{eff}} a f)] * \\ & \left\{ \overline{\Delta n} \left[\delta(f) + \frac{1}{2} \delta\left(f - \frac{1}{2n_{\text{eff}} \Lambda}\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{2} \delta\left(f + \frac{1}{2n_{\text{eff}} \Lambda}\right) \right] * [2n_{\text{eff}} l \text{sinc}(2n_{\text{eff}} l f)] \right\} = \\ & \overline{\Delta n} p a l (2n_{\text{eff}})^3 \text{comb}(2n_{\text{eff}} p f) \text{sinc}(2n_{\text{eff}} a f) * \\ & \left\{ \text{sinc}(2n_{\text{eff}} l f) + \frac{1}{2} \text{sinc}\left[2n_{\text{eff}} l \left(f + \frac{1}{2n_{\text{eff}} \Lambda}\right)\right] + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \frac{1}{2} \text{sinc}\left[2n_{\text{eff}} l \left(f - \frac{1}{2n_{\text{eff}} \Lambda}\right)\right] \right\} \quad (6)$$

(6) 式表示的是离散傅里叶谱,中心波长在 λ_B (λ_B 为布拉格光纤光栅的布拉格波长) 附近的光谱,只需考虑第 3 项

$$\begin{aligned} F_1\left(\frac{1}{\lambda}\right) &= 4 \overline{\Delta n} p a n_{\text{eff}}^3 l \text{comb}\left(2n_{\text{eff}} p \frac{1}{\lambda}\right) * \\ & \text{sinc}\left(2n_{\text{eff}} a \frac{1}{\lambda}\right) * \text{sinc}\left[2n_{\text{eff}} l \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B}\right)\right] \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式表示的光纤光栅的反射谱,用数学方法模拟后其示意图如图 2 所示。由(7)式可知,第一个 sinc 函数与梳状函数相乘,形成 comb 函数的包络函数,也就是 comb 函数被周期为 $1/a$ 的 sinc 函数调制。如图 2 所示,曝光长度 a 影响反射谱的均匀性,也就

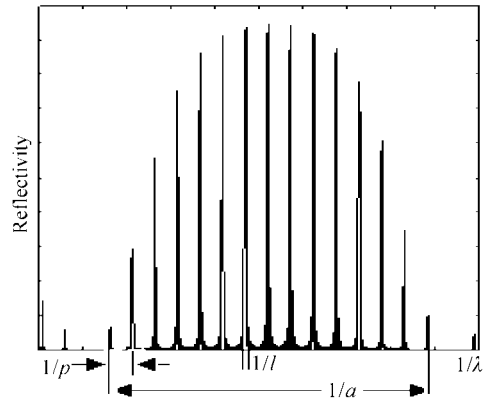


图 2 傅里叶变换的超结构光纤光栅的反射谱示意图

Fig. 2 Sketch of the reflective spectrum of super-structured fiber grating using Fourier transposition

是 a 越大, $1/a$ 越小,反射谱的均匀性越差。梳状函数的每个“齿”即为每个反射波长的位置,因此,comb 函数中的取样周期 p 决定着每个波长的间隔 $\Delta\lambda$ 。又根据光纤光栅的布拉格公式可得

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_B^2}{2n_{\text{eff}} p} \quad (8)$$

因此, p 越大,波长间隔 $\Delta\lambda$ 越小。由(7)式还可以看到,第二个 sinc 函数与 comb 函数卷积,使得每一个波长反射谱的形状均变成 sinc 函数的形状。因此,各反射波长的谱宽与第二个 sinc 函数中的光栅长度 l 成正比,也就是说 l 越大,反射谱越尖锐,而且各个反射峰的两边均存在边瓣。通过在超结构光纤光栅上运用切趾法(又称旁瓣缩减法)可实现其光谱特性的优化。也就是选择合适的折射率调制函数 $\Delta n(x)$,从而改变耦合系数 k ,将 $\Delta n(x)$ 改为升余弦

函数(如(9)式)或高斯函数(如(10)式)所示,其中 m 可取为 4, 8, 12)

$$\Delta n(x) = \frac{1}{2} \overline{\Delta n} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi x}{W_{\text{FWHM}}}\right) \right] \quad (9)$$

$$\Delta n(x) = \overline{\Delta n} \exp\left(-\frac{m \ln 2 x^2}{W_{\text{FWHM}}}\right) \quad (10)$$

由于矩形取样函数的反射谱包络调制为 sinc 函数,各波长反射率峰值很不均匀,不利于应用。一种解决方案就是采用 sinc 函数取样,因为 sinc 函数的傅里叶变换为 rect 函数,所以反射谱的包络调制为矩形函数,这就使得各个峰值反射率趋于一致。

傅里叶变换法是以标量理论为基础的,事实上每一周期成分的布拉格光栅并非只对布拉格波长的光波进行反射。折射率分布函数 $f(x)$ 与反射谱之间的傅里叶变换关系仅在反射率较低条件下成立^[5],因此这只是一种近似的方法,若要得到更精确的结果,需采用耦合模理论严格求解。

3 耦合模理论

根据耦合模理论,折射率微扰的每一个傅里叶分量均将引起光纤光栅反射谱中一个反射峰。超结构光纤光栅的耦合系数为

$$k(m) = kS(m) = k \frac{a}{p} \frac{\sin(\pi ma/P)}{\pi ma/P} \times \exp(-i\pi ma/P) \quad (11)$$

其中 m 为第 m 级傅里叶分量; k 为布拉格光纤光栅的耦合系数,它是一个周期函数,描述的是光纤光栅引起的前向波和后向波之间耦合的强弱,其大小与折射率调制深度有关: $k = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_B} \eta$,其中 $\eta = 1 - \nu^2$, ν 为光纤特性常数。反射系数可表示为

$$R(m) = \tanh^2(|k(m)|l) \quad (12)$$

对耦合模方程的严格求解十分繁琐,而传输矩阵分析法^[6,7] 则可以通过将一个非均匀的光纤光栅近似为一系列小的均匀周期的光栅的串联将问题简化。这样,只要将每一个小的均匀周期光纤光栅的传输矩阵相乘,就可由光纤光栅左边的光波场推算出其右边的光波场。下面利用传输矩阵法对光纤光栅的光谱特性进行一些简单直观的分析。

光波通过光纤光栅长度为 a 的曝光区,可以表示为以下的形式

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ D_0 \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中 F 矩阵^[8] 为

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_{11} &= [\cosh(\gamma a) + i\Delta\beta l \sinh(\gamma a)/(\gamma a)] \exp(i\beta a) \\ F_{12} &= -\kappa a \sinh(\gamma a) \exp[-i(\beta a + \varphi)]/(\gamma a) \\ F_{21} &= -\kappa a \sinh(\gamma a) \exp[i(\beta a + \varphi)]/(\gamma a) \\ F_{22} &= [\cosh(\gamma a) - i\Delta\beta a \sinh(\gamma a)/(\gamma a)] \exp(-i\beta a) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\gamma^2 = \kappa^2 + (\Delta\beta)^2$, $\Delta\beta = \beta - \pi/\Lambda$, $\beta = 2\pi n_{\text{eff}}/\lambda$ 为传播常数, φ 为光栅相位。 F 矩阵是个么模矩阵,满足 $|F| = F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} = 1$ 。对光栅性能的分析可从 F 矩阵入手。

长度为 b 的非曝光区对传输光模式的影响仅仅是造成相位延迟,因此其传输矩阵可写成

$$N = \begin{bmatrix} e^{-i\beta b} & 0 \\ 0 & e^{i\beta b} \end{bmatrix} \quad (16)$$

则光波在经过第 1 段 Bragg 光栅后变为

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} C_0 \\ D_0 \end{bmatrix} = N \cdot F \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

经过 N 段 Bragg 光栅也就是经过整个取样光栅后的光波可由下述关系式表示

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} A_{N-1} \\ B_{N-1} \end{bmatrix} = S^2 \begin{bmatrix} A_{N-2} \\ B_{N-2} \end{bmatrix} = \dots = S^N \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

亦即

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = (S^{-1})^N \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

只考虑前向光波的情况下,反向传输模式 $B_0(r, z, t)$ 仅为前向传输模式 $A_0(r, z, t)$ 的反射光波,而在 $Z = l$ (l 为取样光栅总长度) 时, $B_N(r, z, t) = 0$, 所以取样光栅反射率函数可以写为

$$R = |r|^2 = |B_0/A_0|^2 \quad (20)$$

要求解(20)式中的反射率 R , 只要求得 $(S^{-1})^N$ 即可。对于么模矩阵 S^{-1} , 利用切比雪夫(Chebyshev)等式^[9], 可以把矩阵 $(S^{-1})^N$ 简化为

$$(S^{-1})^N = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} AU_{N-1} - U_{N-2} & BU_{N-1} \\ CU_{N-1} & DU_{N-1} - U_{N-2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中

$$U_{N-1} = \sin(N+1)K\Lambda/\sin K\Lambda$$

本征值 K 满足

$$K\Lambda = \cos^{-1}[(A+D)/2] =$$

$$\cos^{-1} \left[\frac{\cos(\beta b - qa) - r^2 \cos(qa + \beta b)}{1 - r^2} \right]$$

根据边界条件: $B_N = 0$ 和(21)式,式(19)可写成

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AU_{N-1} - U_{N-2} & BU_{N-1} \\ CU_{N-1} & DU_{N-1} - U_{N-2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_N \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_N(AU_{N-1} - U_{N-2}) \\ A_N CU_{N-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

所以 R 的表达式为

$$R = \left| \frac{B_0}{A_0} \right|^2 = \left| \frac{CU_{N-1}}{AU_{N-1} - U_{N-2}} \right|^2 = \left| \frac{C}{A - \sin NK\Lambda / \sin(N+1)K\Lambda} \right|^2 \quad (23)$$

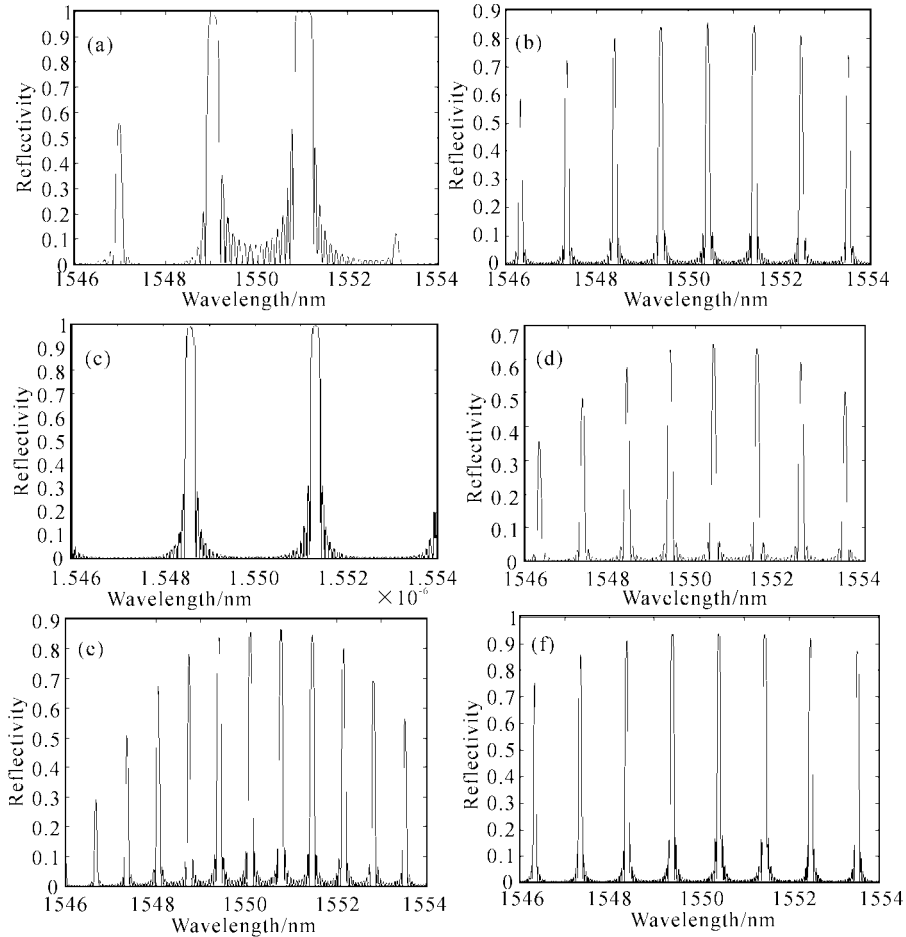


图3 理论计算得到的取样光纤光栅的反射谱

Fig. 3 Theoretical calculation on refractive spectrum of sampled fiber gratings

- (a) $a=0.3$ mm, $l=15$ mm, $p=1.0$ mm; (b) $a=0.1$ mm, $l=15$ mm, $p=1.0$ mm;
(c) $a=0.1$ mm, $l=15$ mm, $p=0.5$ mm; (d) $a=0.1$ mm, $l=10$ mm, $p=1.0$ mm;
(e) $a=0.5$ mm, $l=15$ mm, $p=1.5$ mm; (f) $a=0.1$ mm, $l=20$ mm, $p=1.0$ mm

采用数值法解方程组得到的超结构光纤光栅的反射谱如图3所示。计算中取 $\overline{\Delta n} = 5.0 \times 10^{-4}$, $n_{\text{eff}} = 1.46$, $\lambda_B = 1550$ nm。光纤光栅总长度 l , 取样周期 p , 以及每一段布拉格光栅曝光长度 a 分别如图1所示。从图3中可以看出, 取样光纤光栅的反射谱呈现多个分立的反射峰。通过对图3(a), (b)两图的分析可以得到如下结论: 1) 曝光长度 a 越大, 反射峰的均匀性越差, 反射峰值随着其中心波长远离布拉格波长而迅速下降; 另外, 由于光纤光栅的有效

长度增加, 其反射率变大。2) 超结构光纤光栅的反射峰数目与取样率 $T(T = a/p)$ 的大小有关, 当 $T \leq 0.5$ 时, T 越小, 反射峰数目越多, 反射峰间隔 $\Delta\lambda$ 越小, 形状越尖锐。这可以通过比较图3(a), (b), (c)三图得到(三图分别对应 $T = 3/10, 1/10, 1/5$)。图4的实验结果也证明了 this 结论的正确性, 其中光纤光栅总长度 $l = 1$ cm, 取样周期 $p = 1500$ nm。因此, 在 T 较小时, 超结构光纤光栅的反射峰间隔 $\Delta\lambda$ 与取样率 T 有关, 这个结论与一般文献^[9,10]中提

到的不同。比较图 3(b), (c), (e) 三图可得如下结论: 3) 反射峰数目随着取样周期 p 的增加而增加, 通道间隔明显变小。4) 随着 p 值的增加, 反射峰的均匀性逐渐变差。比较图 3(b), (d), (f) 可得: 5) 反射率随着光栅总长度 l 的增加而提高, 但 l 不影响反射峰的数目。6) 随着 l 的增加, 反射谱的谱宽 $\Delta\lambda$ 逐渐减小, 光谱变得尖锐。7) 相同的 p 值基本对应相同的波长间隔 $\Delta\lambda$, 同一周期内反射峰的数目基本相同, 也就是 p 基本上不影响取样光栅的反射峰谱宽

$\Delta\lambda$ 和反射率的大小。从数值法解方程知, T 值的大小影响反射率的大小, 而当 $T \leq 0.1$ 时反射率较低, 反射峰间隔 $\Delta\lambda$ 基本和 T 无关, 而由 p 决定, 即在反射率较低条件下, 傅里叶变换和耦合模理论所得的结果相符, 也就是以上第 1), 3), 5), 6) 结论与傅里叶变换的结论一致。需要强调的是傅里叶变换只是一种近似的研究方法, 它只能讨论 a, p, l 对反射峰的独立的影响, 如果精确求解必须要用耦合模理论研究超结构光纤光栅。

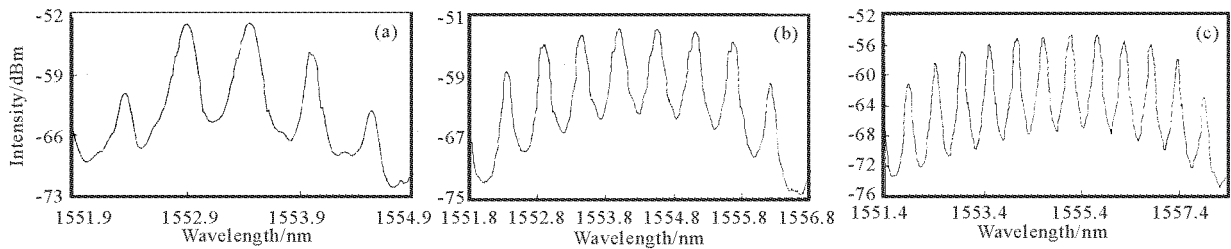


图 4 实验得到的超结构光纤布拉格光栅的反射谱

Fig. 4 Reflective spectra of super-structured FBG gained in experiment

(a) $T=1/2$; (b) $T=1/5$; (c) $T=1/9$

4 结 论

利用傅里叶变换和耦合模数值计算的方法对超结构光纤光栅进行了研究, 并将两者的结论进行了比较, 发现在反射率较低时两者可以得到很多一致的结论。但是, 两种方法的适用范围和繁简程度明显不同。当取样光纤光栅的反射率不高且只要求对其进行定性的讨论时, 宜使用简便的傅里叶分析法, 但是要求精确求解时, 必须应用耦合模理论进行研究。本文研究的结果, 得出了一些与一般文献不同的结论, 即超结构光纤光栅的反射谱特性不只是和光栅周期 p 有关, 而且和取样率 T 有关。这个结论对光纤光栅的制作及其应用有重要的实际意义。

致谢 本文中的实验结果是由关柏鸥博士提供的, 在此表示深切的谢意。

参 考 文 献

- 1 Lin Junxiu, Peng Wei. Optical fiber Bragg grating and its application [J]. *Optical Technology* (光学技术), 1999, (2): 50~53 (in Chinese)
- 2 M. Ibsen, J. Hubner, J. E. Pedersen *et al.*. 30 dB sampled gratings in germanosilicate planar waveguides [J]. *Electron. Lett.*, 1996, **32**(24): 2233~2235
- 3 M. Ibsen, M. K. Durkin, M. J. Cole *et al.*. Sinc-sampled fiber Bragg gratings for identical multiple wavelength operation [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1998, **10**(6): 842~844
- 4 H. Ishii, Y. Tohmori, M. Yamamoto *et al.*. Modified multiple-phase-shift super-structure-grating DBR lasers for broad wavelength tuning [J]. *Electron. Lett.*, 1994, **30**(14): 1141~1142
- 5 H. Kogelnik. Filter response of nonuniform almost-periodic structures [J]. *The Bell System Technol. J.*, 1976, **55**(1): 109~126
- 6 Makoto Yamada, Kyohei Sakuda. Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguides via a fundamental matrix approach [J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(16): 3474~3478
- 7 H. Ke, K. S. Chiang, J. H. Peng. Analysis of phase-shift long-period fiber gratings [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1998, **10**(11): 1596~1598
- 8 Bao Jilong, Zhang Xianmin, Chen Kangsheng *et al.*. Analysis of dual wavelength fiber optic Bragg grating using matrix method [J]. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2000, **29**(1): 87~90 (in Chinese)
- 9 Wang Qingya, Qin Li, Wei Zhanxiong *et al.*. Design and its fabrication of comb-filter with filter grating [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser* (光电子 • 激光), 1999, **11**(1): 20~22 (in Chinese)
- 10 Zhai Ronghui, Ding Hao, Zhao Hao *et al.*. Sinc-sampled fiber Bragg grating [J]. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 1999, **19**(2): 226~229 (in Chinese)