

文章编号: 0258-7025(2003)03-0231-05

受硬边光阑限制的拉盖尔-高斯光束的 M^2 因子 ——自收敛束宽法及其与渐近分析法的比较

卿与三¹, 吕百达^{1,2,3}

(¹ 四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064; ² 宜宾学院电子信息技术与工程系, 四川 宜宾 644007)
³ 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074

摘要 将自收敛束宽法用于研究硬边衍射二维拉盖尔-高斯光束的光束参数传输规律和 M^2 因子。对所得结果作了分析与用渐近分析法的计算结果作了比较。研究表明, 自收敛束宽法本质上仍是基于由功率含量百分比确定的截断二阶矩法, 对两种方法的一致性作了讨论。

关键词 几何光学; 拉盖尔-高斯光束; 自收敛束宽法; 渐近分析法; 硬边光阑; M^2 因子

中图分类号 O 435 文献标识码 A

M^2 -factor of Hard-edge Apertured Laguerre-Gaussian Beams —Self-convergent Beam Width Method and Comparison with the Asymptotic Analysis

QING Yu-san¹, LÜ Bai-da^{1,2,3}

¹ Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China

² Department of Physics, Yibin College, Yibin, Sichuan 644007, China

³ State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract The self-convergent beam width method is used to study the beam parameter propagation and M^2 -factor of two-dimensional hard-edge diffracted Laguerre-Gaussian beams. The results are analyzed and compared with those calculated by using the asymptotic analysis. It is shown that essentially the self-convergent beam width method is based on the truncated second-order moments determined by the power fraction and the two correspondence between the two methods is discussed.

Key words geometrical optics; Laguerre-Gaussian beam; self-convergent beam width method; asymptotic analysis; hard-edge aperture; M^2 -factor

1 引言

光束的描述、传输变换和光束质量是近年来国际激光界研究的一个热门论题, 国际标准化组织 (ISO) 采用光束传输因子 (M^2 因子) 作为描述光束质量的参数^[1], 其主要优点是: 基于二阶矩定义的 M^2 因子在光束通过理想光学系统时是一个传输不变量, 且光束参数满足通常的传输公式, 例如在自由空间中, 束宽按双曲线规律变化。然而, 对于有硬边光阑限制的光束, M^2 因子的计算遇到发散困难, 因

而被排除在 ISO 文件之外。但是, 在实际工作中遇到的光束或多或少受到光阑限制, 为使 ISO 制定的文件有更广泛的应用意义, 对有硬边光阑限制光束的 M^2 因子计算已做了许多工作, 提出了不同的处理方法, 例如, 广义截断二阶矩法^[2,3]、渐近分析法 (AA)^[4~6] 和自收敛束宽法 (SCBW)^[7] 等。这些方法的共同特点是对光束参数定义式中的积分限加以限制以避免积分发散的困难。本文将自收敛束宽法的应用由一维光束推广到二维光束, 以受硬边光阑限制的二维拉盖尔-高斯光束为例, 使用自收敛束宽

收稿日期: 2001-07-16; 收到修改稿日期: 2002-04-09

基金项目: 激光技术国家重点实验室和四川省重点科技项目资助课题。

作者简介: 卿与山 (1943), 男, 教授, 主要从事激光光学研究。E-mail: yusaqin@sina.com

法计算光束的 M^2 因子,并将所得结果与渐近分析法的计算结果作比较,说明二者的联系,还指出了应进一步研究的工作。

2 拉盖尔-高斯光束自收敛束宽的计算方法

在柱坐标 (r, φ, z) 下,拉盖尔-高斯光束在 $z = 0$ 处的场分布为^[8]

$$E(r_0, \varphi_0, 0) = \left(\frac{\sqrt{2}r_0}{w_0}\right)^l \exp\left(-\frac{r_0^2}{w_0^2}\right) \times L_p^l\left(\frac{2r_0^2}{w_0^2}\right) \exp(-i l \varphi_0) \quad (1)$$

式中 $L_p^l\left(\frac{2r_0^2}{w_0^2}\right)$ 为缔合拉盖尔多项式, p, l 分别为径向和角向指数, r_0, φ_0 分别为径向和角向坐标, w_0 为束腰宽度。

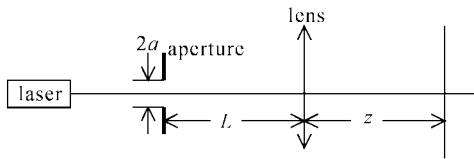


图1 光学系统示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the optical system

拉盖尔-高斯光束经图1所示光学系统后的场分布用 Collins 公式描述^[9]

$$E(r, \varphi, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_0^{2\pi} \int_0^a E(r_0, \varphi_0, 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [Ar_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi_0)]\right\} r_0 dr_0 d\varphi_0 \quad (2)$$

式中 λ 为波长, k 为波数, a 为光阑半径, A, B, C, D 为光阑后光学系统 ABCD 矩阵的矩阵元, 并设薄透镜的口径远大于光束宽度。对图1所示光学系统, 其 ABCD 矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f' & L + z - Lz/f' \\ -1/f' & 1 - L/f' \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 f' 为透镜焦距, L 为光阑到透镜的距离, z 为计算面到透镜的距离。将(1), (3)式代入(2)式对 φ_0 积分得

$$E(r, z, \varphi) = \frac{ik}{B} \exp(-i l \varphi) i^l \left(\frac{\sqrt{2}r_0}{w_0}\right)^l \exp\left(-\frac{r_0^2}{w_0^2}\right) \times L_p^l\left(\frac{2r_0^2}{w_0^2}\right) J_l\left(\frac{krr_0}{B}\right) \exp\left(-\frac{ikAr_0^2}{2B}\right) r_0 dr_0 \quad (4)$$

计算面上的光强分布为

$$I(r, z) = |E(r, z, \varphi)|^2 \quad (5)$$

用自收敛束宽法定义的光强 $I(r, z)$ 二阶矩为^[7]

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{P} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{lim}} I(r, z) r^3 dr d\varphi \quad (6)$$

式中

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{lim}} I(r, z) r dr d\varphi \quad (7)$$

当 $r_{lim} \rightarrow \infty$ 时, P 表示光束的总功率。积分限 r_{lim} 由下式决定

$$r_{lim} = F_s W(F_s) \quad (8)$$

式中 W 为自收敛束宽, F_s 为一个正常数, 称为自收敛束宽因子, 而

$$W(F_s) = \sqrt{2}\sigma_r \quad (9)$$

其迭代计算步骤详见文献[7]。

图2是根据计算结果作出的拉盖尔-高斯光束自收敛束宽随轴向坐标 z 变化的曲线。所取参数为 $w_0 = 0.8 \text{ mm}$, $f' = 450 \text{ mm}$, $L = 420 \text{ mm}$, $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ (以下同)。图中的数据点是直接由自收敛束宽法计算出的, 曲线是用最小二乘法拟合得到的双曲线。由图2可见: 1) 拉盖尔-高斯光束自收敛束宽与无截断二阶矩定义的束宽一样, 都满足(10)式所示的双曲线传输定律; 2) 当光阑效应可忽略时(如图2(c)所示), 用不同 F_s 得到的自收敛束宽几乎相同; 3) 当光阑效应不可忽略时(如图2(a), (b)所示), 自收敛束宽随 F_s 的增大而增大。此外, 自收敛束宽还与径向指数 p 和角向指数 l 有关。

拉盖尔-高斯光束的光束传输参数(束腰宽度 W_0 , 束腰位置 z_0 , M^2 因子和远场发散角 Θ_0) 用束宽在自由空间的传输公式

$$W(z)^2 = W_0^2 + \left(\frac{\lambda M^2}{\pi W_0}\right)^2 (z - z_0)^2 \quad (10)$$

拟合得到。图3给出了拉盖尔-高斯光束的光束传输参数随自收敛束宽因子的变化曲线。图3表明, 在光阑效应可忽略的情况下(如图中虚线所示), 当 F_s 较小($F_s \leq 1.5$) 时, 用自收敛束宽法与无截断二阶矩法得到的光束传输参数相比发生了变化, 即束腰变小, 远场发散角减小, M^2 因子变小, 当 F_s 很小时, 甚至使无光阑拉盖尔-高斯光束的 M^2 因子小于1。例如, 当 $p = 0, l = 0, F_s = 1.5$ 时, $M^2 = 0.937$, 这有违于无截断光束的 M^2 因子大于1的结论, 由此得出自收敛束宽因子选择基本判据是应使不考虑光阑时用自收敛束宽法与用无截断二阶矩法所得结果相同, 对本文计算例, 有 $F_s > 1.5$ 。当光阑效应不能

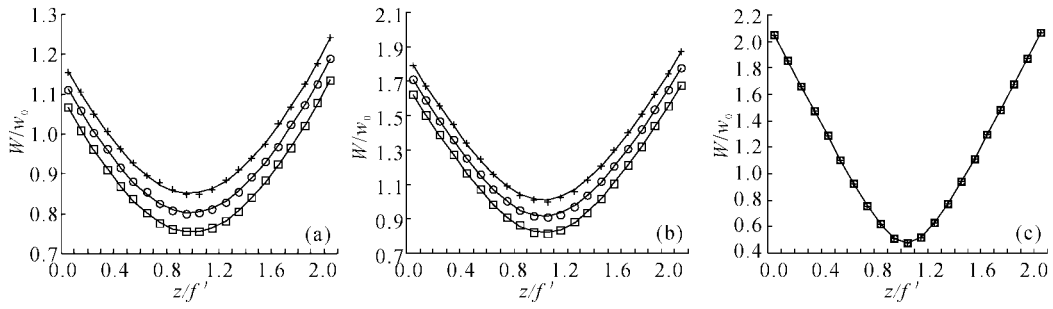


图 2 拉盖尔-高斯光束 ($p = 1, l = 1$) 归一化自收敛束宽 W/w_0 的传输

Fig. 2 Propagation of the normalized SCBW W/w_0 of a Laguerre-Gaussian beam of $p = 1$ and $l = 1$

□: $F_s = 3$; ○: $F_s = 4$; +: $F_s = 5$. (a) $a/w_0 = 0.9$; (b) $a/w_0 = 1.5$; (c) $a/w_0 = 4$

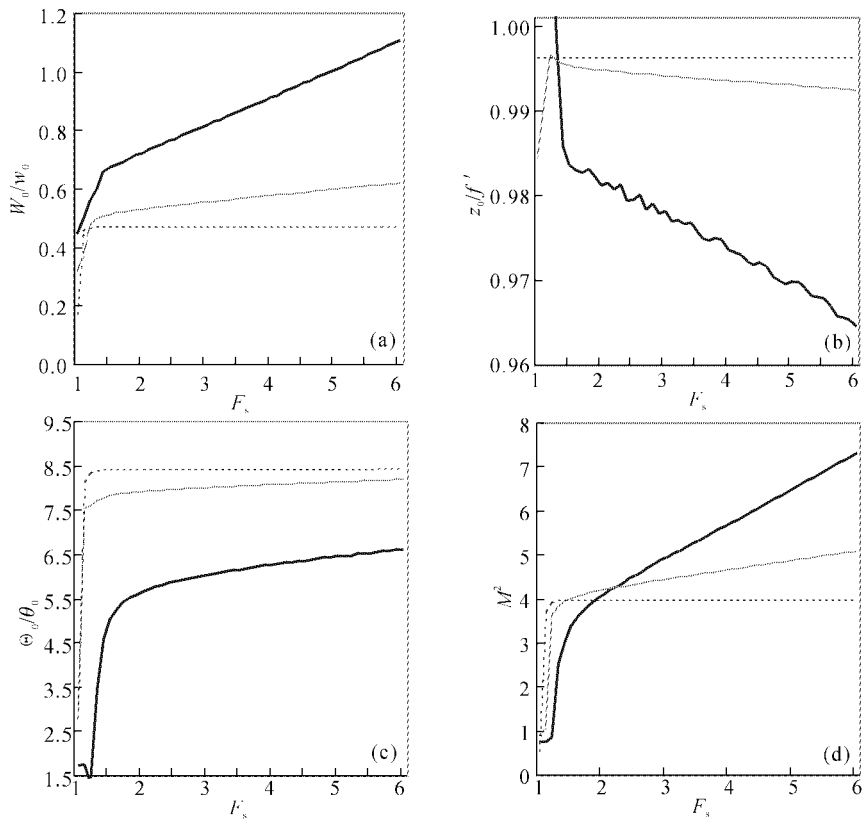


图 3 拉盖尔-高斯光束 ($p = 1, l = 1$) 归一化

(a) 束宽 W_0/w_0 ; (b) 束腰位置 z_0/f' ; (c) 远场发散角 θ_0/θ_0 ($\theta_0 = \lambda/\pi w_0$); (d) M^2 因子随自收敛束宽因子 F_s 的变化

Fig. 3 Normalized (a) beam width W_0/w_0 ; (b) waist position z_0/f' ; (c) far-field divergence angle θ_0/θ_0 ($\theta_0 = \lambda/\pi w_0$)

and (d) M^2 factor of a Laguerre-Gaussian beam of $p = 1$ and $l = 1$ as a function of SCBW factor F_s

—: $a/w_0 = 1.5$; - - : $a/w_0 = 2$; ···: $a/w_0 = 4$

忽略时, 光束传输参数随光束截断程度和自收敛束宽因子变化; 当光束截断程度一定时, 随着自收敛束宽因子 F_s 的增大, 束腰宽度和远场发散角增大, 束腰位置离透镜越近, M^2 因子增大。

3 自收敛束宽法与渐近分析法的比较

现用渐近分析法对受光阑限制拉盖尔-高斯光

束的 M^2 因子作计算。该方法的要点是^[4]: 由功率含量百分比 f 确定在空间域中截断二阶矩的积分限 r_{lim} , 于是可计算出空间域中的截断二阶矩 σ_s^2 , 在空间-频率域中的截断二阶矩 σ_s^2 可用类似方法求得, 由此得出^[10]

$$M^2 = 2\pi \sqrt{\sigma_s^2 \sigma_s^2} \tag{11}$$

为与自收敛束宽法作比较, 首先应计算下式

$$f = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_{\text{lim}}} I(r, z) r dr}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} I(r, z) r dr} = \frac{\int_0^{r_{\text{lim}}} |E(r, \varphi, z)|^2 r dr}{\int_0^{\infty} |E(r_0, \varphi_0, 0)|^2 r_0 dr_0} \quad (12)$$

图 4 是拉盖尔-高斯光束的功率含量百分比随轴向坐标 z 的变化曲线。由图 4 可见,当光阑效应不能忽略时,拉盖尔-高斯光束的功率含量百分比 f 随轴向坐标 z 变化,但变化范围较小,因此,可用渐近分析法求出拉盖尔-高斯光束 M^2 因子的取值范围;当光阑效应可忽略时,拉盖尔-高斯光束的功率含量百分比 f 不随轴向坐标 z 变化, f 与 F_s 有一一对应的关系。表 1 是分别用自收敛束宽法和渐近分

析法计算得出的拉盖尔-高斯光束的 M^2 因子。由表 1 可见,当光阑效应不能忽略时,用自收敛束宽法与用渐近分析法求出的 M^2 因子近似相等,自收敛束宽法与渐近分析法在一定程度上是等价的;当光阑效应可忽略时,用自收敛束宽法与用渐近分析法求出的 M^2 因子相等。可见,在光阑效应可忽略时自收敛束宽法与渐近分析法是完全等价的。计算结果还表明,当 F_s 足够大时,用自收敛束宽法不仅与用渐近分析法求出的 M^2 因子相等,而且等于无光阑限制时拉盖尔-高斯光束 M^2 因子的计算公式^[10]

$$M^2 = 2p + l + 1 \quad (13)$$

对本文计算例, $p = l = 1$ 时 $M^2 = 4 (F_s > 1.5)$ 。

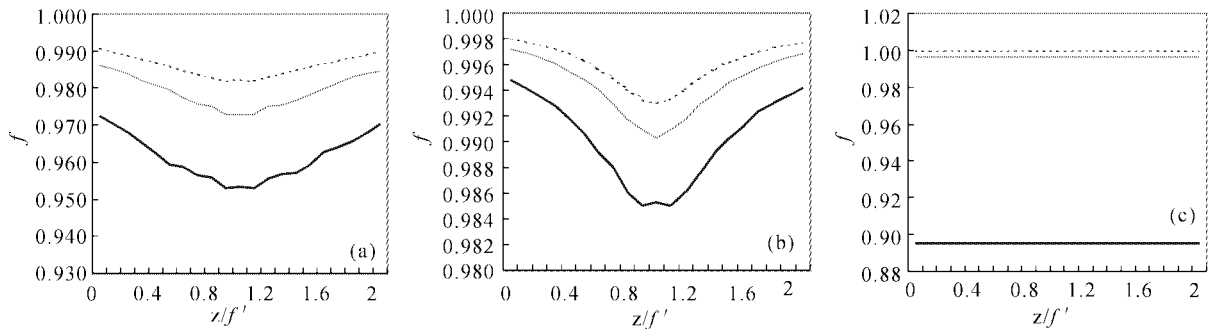


图 4 拉盖尔-高斯光束 ($p = 1, l = 1$) 功率含量百分比 f 随归一化距离 z/f' 的变化

Fig. 4 Power fraction f of a Laguerre-Gaussian beam of $p = 1$ and $l = 1$ versus normalized propagation distance z/f'
 (a) $a/w_0 = 1.5$; (b) $a/w_0 = 2$, —: $F_s = 2$, - - : $F_s = 3$, ...: $F_s = 4$; (c) $a/w_0 = 4$, —: $F_s = 1.05$, - - : $F_s = 1.25$, ...: $F_s = 2$

表 1 自收敛束宽法(SCBW)与渐近分析法(AA)计算结果的比较

Table 1 Comparison of the calculation results by using the self-convergent beam width (SCBW) and asymptotic analysis(AA)

a/w_0	1.5	1.5	1.5	2.0	2.0	2.0	4.0	4.0	4.0
F_s	2	3	4	2	3	4	1.05	1.25	2
f	0.9532 ~0.9725	0.9729 ~0.9861	0.9822 ~0.9907	0.9850 ~0.9948	0.9903 ~0.9972	0.9930 ~0.9980	0.8954	0.9963	1.000
M^2 (SCBW)	4.096	4.942	5.727	4.207	4.456	4.672	3.410	3.964	4.000
M^2 (AA)	4.100 ~4.617	4.633 ~5.617	5.198 ~6.458	4.213 ~4.670	4.352 ~5.180	4.521 ~5.623	3.410	3.964	4.000

4 结 论

使用自收敛束宽法对受硬边光阑限制的拉盖尔-高斯光束的 M^2 因子和光束参数传输作了计算分析,并与渐近分析法的计算结果作了比较。研究表明,这两种方法都能推广用于二维截断光束的 M^2 因子计算,并且实质上它们都是用功率含量百分比确定的截断二阶矩方法,因此,当 f 和 F_s 有一一对应关系时,应得到相同的计算结果。物理上,这对应

于光阑效应可忽略情况。当光阑效应不可忽略时, f 随传输距离 z 变化,但 F_s 仍与 f 的一个很小的变化范围相对应,使用两种方法得到近似一致的结果。虽然使用自收敛束宽法和渐近分析法都能克服截断光束 M^2 因子发散的困难,但它们的一个共同的缺点是 M^2 因子随 f (或 F_s) 而变化,目前对 f 和 F_s 所提出的判据还不能唯一确定 f 和 F_s 的值。因此,欲使这些方法能成为 ISO 文件中对有硬边衍射光束的

M^2 因子计算方法,对优化选择 f, F_s 的方法和相关问题尚待作进一步的研究工作。

参 考 文 献

- 1 ISO Document, Terminology and test methods for lasers [S]. ISO/TC 172/SC 9/WG 1 N80, 1995
- 2 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias, M. Arias. Parametric characterization of coherent, lowest-order Gaussian beams propagating through hard-edged apertures [J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(2):124~126
- 3 Baida Lü, Shirong Luo. Beam propagation factor of hard-edge diffracted cosh-Gaussian beams. [J]. *Opt. Comm.*, 2000, **178**:275~281
- 4 P.-A. Belanger, Y. Champagne, C. Pare. Beam propagation factor of diffracted laser beams [J]. *Opt. Comm.*, 1994, **105**(3,4):233~242
- 5 C. Pare, P.-A. Belanger. Propagation law and quasi-invariance properties of the truncated second-order moment of a diffracted laser beam [J]. *Opt. Comm.*, 1996, **123**:679~693
- 6 Baida Lü, Shirong Luo. Asymptotic approach to the truncated cosh-Gaussian beams [J]. *Opt. Quantum Electron.*, 2001, **33**(1):107~113
- 7 S. Amarande, A. Giesen, H. Hügel. Propagation analysis of self-convergent beam width and characterization of hard-edge diffracted beams [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(22):3914~3924
- 8 A. E. Siegman. Lasers [M]. Mill Valley CA, University Science Books, 1986
- 9 S. A. Collins, Jr.. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9):1168~1177
- 10 A. E. Siegman. New developments in laser resonators [C]. *SPIE*, 1990, **1224**:2~4

LASERS-16 Shanghai' 2003

第十六届全国激光学术会议征文通知

中国光学学会与中国电子学会联合主办的系列会议——第十六届全国激光学术会议,定于2003年10月在上海举行。本次会议将为我国激光与光电子新老学者提供探讨新思想、交流新技术的讲台,促进学术领域的科技创新和科技成果转化。多名两院院士和著名专家到会作特邀报告,同时各分会将安排高水平的邀请报告。欢迎积极投稿,踊跃参加。

上海是全国著名的经济文化中心,拥有众多激光研究、应用、开发的研究所、高校和企业。近年来涌现许多著名的现代景观,如东方明珠电视塔、金茂大厦、APEC会址以及世界首列运营性磁悬浮列车等。热情欢迎激光领域研究与开发的专家学者光临会议。

会议主办单位:中国电子学会,中国光学学会;
会议承办单位:中国科学院上海光学精密机械研究所;
会议时间:2003年10月中下旬;会议地点:上海;
名誉主席:王大珩;主席:范滇元、周寿桓;副主席:朱健强、梅遂生、姚建铨、许祖彦、王益德;秘书长:田守云。

征稿范围:1) 激光物理;2) 超短脉冲激光与非线性光学;3) 全固态激光器与非线性光学;4) 光通讯有源及无源器件;5) 工业激光及其应用;6) 医用

激光及激光与生物组织相互作用;7) 光束传输、控制及光束质量;8) 激光光学材料、薄膜及元器件;9) 其他相关领域。

征文要求:需提交500字摘要和300字提要各一份,分别用于审稿和出版会议指南。摘要应能准确反映研究成果的创新点,包括目的、方法、结果、结论等内容。请用第三人称叙述,不引用参考文献、数学公式和化学式。不接受已在国内外正式出版刊物上发表过的论文。论文截稿期为2003年6月30日。

来稿需注明论文题目、作者姓名、单位、通讯地址(包括邮编、电话、E-mail等)、关键词3~6个。用宋体小四号字按word格式编排,以E-mail附件方式发送,发送至laser2003@siom.ac.cn,务必在左上角标明所属征稿范围的第几类。一般不接受书面邮寄件,如发送E-mail确有困难者,可书面邮寄至上海800-211信箱《中国激光》编辑部收,邮编201800,请在信封上标明“会议投稿”及所属征文范围第几类,联系电话:021-69918016,网址:www.siom.ac.cn。经审稿录用的论文,将由《中国激光》以增刊形式出版。

2003年3月