

文章编号: 0258-7025(2003)02-0123-06

三维自散焦介质中由交叉相位调制效应 引发的光束聚焦

李华刚, 郭旗

(华南师范大学量子电子学研究所, 广东 广州 510631)

摘要 初步研究了三维自散焦介质中由交叉相位调制效应引发的光束聚焦, 详细分析了信号光在不同抽运光输入振幅时的演化过程。分析结果表明, 当抽运光输入振幅超过临界抽运光输入振幅时, 信号光出现聚焦且信号光束面在演化过程中由圆形逐渐演化为弯月形。

关键词 非线性光学; 光束聚焦; 交叉相位调制效应; 非线性折射率系数; 自散焦介质

中图分类号 O 437 文献标识码 A

Focusing of Optical Beams Induced by Cross-phase Modulation in Three-dimensional Self-defocusing Nonlinear Media

LI Hua-gang, GUO Qi

(Institute of Quantum Electronics, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510631, China)

Abstract The preliminary understanding is obtained about the focusing of optical beams induced by cross-phase modulation in three-dimensional self-defocusing nonlinear media. When the input amplitude of pump beam exceeds the critical amplitude, the probe beam begins to focus, and its spot size gradually becomes a crescent moon shape.

Key words nonlinear optics; focusing of optical beams; cross-phase modulation; nonlinear refractive index; self-defocusing media

1 引言

研究光束在传输过程中由非线性折射率系数(即 Kerr 系数) n_2 引发的非线性光学效应是非线性光学领域的一个重要课题。根据 n_2 的符号, Kerr 介质分为自散焦($n_2 < 0$)介质和自聚焦($n_2 > 0$)介质两类。自从上世纪 60 年代初发现自聚焦介质中光束自聚焦现象后^[1], 虽然对光束在自聚焦介质中的聚焦特性的研究常盛不衰^[2], 但人们根本就不曾奢望在自散焦介质中会存在类似的非线性光束聚焦行为。然而, 出人意料的是, 1990 年著名非线性导波光专家 Agrawal 却发现满足一定条件时在自散焦介质中也能实现光束的聚焦。他通过数值模拟证

明^[3]: 当一强一弱的两束光在自散焦介质中同向共同传输时, 由于交叉相位调制(XPM)效应的作用, 在一定的初始条件下强抽运光束将引起弱信号光束聚焦。Agrawal 的工作引发了一轮对自散焦介质中光束聚焦现象的研究热潮, 学者们不仅从理论上对此现象及其物理背景进行了更深入的研究^[4~7], 而且在实验上观察到了自散焦介质中的光束聚焦及其相关现象^[8,9]。

以上所有理论工作都是在二维(1+1 维)空间(即平面介质波导)的框架下进行的, 至今没人对三维(1+2 维)介质中两光束同向共同传输过程进行过研究。由于 1+2 维耦合非线性薛定谔方程组(不

收稿日期: 2001-10-23; 收到修改稿日期: 2002-01-21

基金项目: 广东省自然科学基金(No. 011455)、高等学校骨干教师资助计划、国家自然科学基金(No. 19674015)和广东省“千百十工程”优秀人才培养基金资助项目。

作者简介: 李华刚(1975—), 男, 河北省吴桥县人, 助理工程师, 华南师范大学 2000 级硕士研究生, 主要从事非线性光传输的研究。

可能求出解析解)的数值求解的计算量很大,数年前的计算机还难以胜任此项工作。只有现在计算机的运行速度才使得进行 1+2 维双光束同向共同传输的数值模拟成为可能。另一方面,在自聚焦介质中,1+1 维平面介质波导和 1+2 维体介质中的单光束传输有本质的不同:平面介质波导中可以得到稳定的空间孤子解^[10,11],而三维介质中的 1+2 维自陷解是不稳定的^[1]。类比自聚焦介质,对自散焦介质中 1+1 维同向共同传输双光束的演化过程有了深刻了解后,对 1+2 维的情况进行求解就显得很有必

要。基于上述原因,本文对 1+2 维自散焦介质中两光束(强抽运光和弱信号光)同向共同传输的过程进行了数值模拟。

2 双光束传输方程

在傍轴近似条件下,无耗、均匀、稳定的三维介质中两束 CW 或准 CW 光束同向共同传输须满足下列耦合非线性薛定谔方程组^[3]

$$\begin{cases} \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{i}{2k_1} \left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} \right) = \frac{ik_1 n_2}{n_{01}} (|A_1|^2 + 2|A_2|^2) A_1 \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{i}{2k_2} \left(\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} \right) = \frac{ik_2 n_2}{n_{02}} (|A_2|^2 + 2|A_1|^2) A_2 \end{cases} \quad (1)$$

其中, A_j 为傍轴近似光束函数(慢变包络振幅), $k_j = 2\pi n_{0j}/\lambda_j$, $n_{0,j}$ 是波长为 λ_j ($j = 1, 2$, 下同) 时的线性折射率, n_2 是非线性系数,在自散焦介质中为负值。(1)式右边两项分别是自相位调制(SPM)项和交叉相位调制项。

通过下列变换

$$U_j = \frac{A_j k_1 \omega_0 |n_2|^{1/2}}{n_{01}^{1/2}}, \quad Z = \frac{z}{k_1 \omega_0^2}, \quad X = \frac{x}{\omega_0}, \quad Y = \frac{y}{\omega_0} \quad (2)$$

其中 ω_0 为光束的初始束宽(假设两入射光束为中心对称光束且束宽相同),对耦合非线性薛定谔方程组(1)进行无量纲化

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial Z} - \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right) = -i(|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1 \\ \frac{\partial U_2}{\partial Z} - \frac{i}{2r} \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right) = -ir(|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $r = \lambda_1/\lambda_2$ 为两光束的波长比。(3)式中,忽略了线性折射率的色散,即认为 $n_{01} \approx n_{02}$,同时由于 $n_2 < 0$,两式右端取负号。

3 光斑和束宽

3.1 熵束宽的定义

对于横截面中心对称的 1+2 维光束,用光斑或束宽作为描述光束传输的特征参量是等价的,(任意方向的)束宽即等于光斑(圆)的直径。但对于不具备中心对称性的光束而言,有时需要分别用光斑和束宽来表述其传输过程。

本文采用熵束宽来表示 1+2 维光束的 X 方向束宽或 Y 方向束宽。X 方向(Y 方向)熵束宽的表达式如下^[12]

$$\begin{aligned} \omega_{X(Y)} &= \exp(s_{X(Y)}) \\ s_{X(Y)} &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G_{X(Y)}|^2}{p_{X(Y)}} \ln \frac{|G_{X(Y)}|^2}{p_{X(Y)}} dX(dY) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $G_X(X, Z) = U(X, Y_{\max}, Z)$, $G_Y(Y, Z) =$

$U(X_{\max}, Y, Z)$ 分别是传输方向某 Z 点处光束函数 U(方程(3)的解)的最大值点 (X_{\max}, Y_{\max}) 沿 X(Y) 方向的剖面分布函数, $p_{X(Y)} = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{X(Y)}|^2 dX(dY)$, s 是剖面函数的归一化强度函数 $(|G|^2/p)$ 的熵。 s 与 Shannon 的信息熵具有相同的数学表达式,但两者并没有相同的含义。

3.2 熵束宽与常用束宽参量的比较

以前一般都用脉(束)宽(半功率宽度)作为光函数演化的特征参量。脉(束)宽的方法尽管直观可测,但计算量很大,误差也很大。而且由于计算半高宽时只考虑脉冲中心部分,忽略了两边的旁瓣和次峰,也带来了误差。Siegman 等提出用光函数的二阶矩代替束宽作为光函数传输的特征参量,并指出它不需给出脉冲的具体形状,在测量超短脉冲时比半高宽好。但是二阶矩束宽对光束的旁瓣、次峰和噪音等低能量的成分敏感,据其计算所得的束宽值往往大于光函数的实际束宽。而熵束宽对光束的旁瓣、次峰和噪音等低能量的成分不敏感。与二阶矩相似,熵束宽是一个

积分量,进行数值计算时不存在半功率束宽计算精度和计算量之间的矛盾。数值计算熵束宽所需采样点数不多,计算量小,不论光束的形状如何,它总可以给出较好的结果。对于高斯光束 $u = \exp[-x^2/(2\tau^2)]$,其二阶矩束宽是 2.309τ ,熵束宽是 2.066τ ,与标准 $1/e^2$ 束宽 2τ 相比熵束宽更接近。

3.3 熵光斑的定义

将熵束宽的概念拓展,可得到如下熵光斑(面积)的表达式

$$B = \exp\left(-\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|U|^2}{P} \ln \frac{|U|^2}{P} dXdY\right) \quad (5)$$

其中 $P = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 dXdY$ 。

由于熵束宽和熵光斑具有各种好的特性,本文将将其作为数值描述光束变化过程的特征参量。以下将 X 方向的熵束宽, Y 方向的熵束宽,熵光斑(面积)分别简称为 X 束宽, Y 束宽和光斑。

4 数值模拟与分析

假定抽运光 U_1 和信号光 U_2 的初始输入均为高斯型

$$\begin{cases} U_1(X,Y,0) = a_1 \exp\left(-\frac{X^2 + Y^2}{2}\right) \\ U_2(X,Y,0) = a_2 \exp\left[-\frac{(X - X_0)^2 + Y^2}{2}\right] \end{cases} \quad (6)$$

其中 a_1, a_2 分别为抽运光和信号光的输入振幅, X_0 为抽运光和信号光初始光束中心在 X 轴方向上的间距。在程序处理上用分步傅里叶变换法进行计算。

4.1 信号光在不同抽运光输入振幅时的演化

图 1 是信号光在不同抽运光输入振幅 a_1 时的演化过程。可以看到, X 束宽, Y 束宽, 最大光强和光斑都出现光束聚焦的特征。比较图 1(a), (b) 和

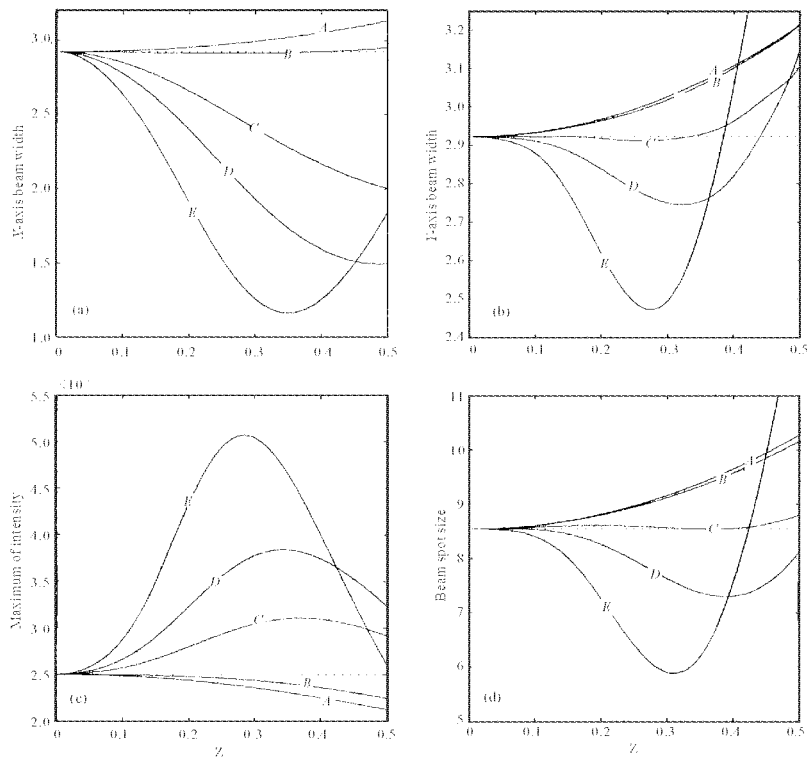


图 1 不同抽运光输入振幅时的信号光演化图

(a) X 束宽演化图; (b) Y 束宽演化图; (c) 光强演化图; (d) 光斑演化图。各图中的虚线分别对应各个光束传输特征参量的初始值。初始条件: $a_2 = 0.05, X_0 = 1.5, r = 1.1$, A, B, C, D, E 曲线分别对应 $a_1 = 0.6, 1.1, 2.62, 3.6, 5$

Fig. 1 Evolution of a probe beam with the different input pump beam amplitude

(a) X-axis beam width; (b) Y-axis beam width; (c) maximum of intensity; (d) beam spot size

Dotted lines are the initial values of these corresponding beam parameters. The initial conditions: $a_2 = 0.05, X_0 = 1.5$, and $r = 1.1$, and the lines A, B, C, D and E correspond to $a_1 = 0.6, 1.1, 2.62, 3.6$ and 5 , respectively

(c) 可看出, X 束宽与 Y 束宽在开始压缩时需要的

a_1 不同(如 B 曲线), 在相同条件下, X 束宽与 Y 束

宽的压缩程度有差别,且随 a_1 的增大差别越大(如 C, D, E 曲线)。X 束宽和 Y 束宽的变化不同步致使信号光束面由圆形逐渐演化为不是中心对称的图形, X 束宽(或 Y 束宽)的演化过程只能描述信号光在 X(或 Y) 方向上的演化特点,所以 X 束宽和 Y 束宽都不适合作为信号光演化的综合描述量。而光斑是与信号光束面大小相对应的量,信号光束面大小的变化在光斑上都能体现出来,因此用光斑作为信号光演化的综合描述量是合适的。X 束宽, Y 束宽与光斑的关系是整体与部分的关系。

从图 1(d) 可看到,随 a_1 增大,存在一 a_{1c} 值使信号光在演化过程中的光斑最小值与信号光初始光斑大小相同(如 C 曲线)。 a_1 小于 a_{1c} 时,光斑始终增大,信号光扩散; a_1 大于 a_{1c} 时,光斑在演化过程中的最小值小于初始光斑值,信号光出现聚焦。因此可得信号光在演化过程中出现聚焦的临界抽运光输入振幅 a_{1c} 的定义:信号光光斑在演化过程中的最小值与信号光初始光斑大小相同时的抽运光输入振幅 a_1 。

4.2 信号光、抽运光的输入振幅变化对信号光演化的影响

4.2.1 信号光输入振幅变化的影响

从图 2 可见, a_1 大于 a_{1c} 时,信号光在演化过程中 X 束宽的最小值和光斑的最小值不随信号光输入振幅 a_2 的变化而变化,几乎为一定值;从图 3 可见,在 $Z = 0.3$ (a), $Z = 0.5$ (b) 时, $a_2 = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10$ 的 X 剖面的波形重合得很好,可知信号光输入振幅 a_2 的变化对信号光的演化过程无影响。其物理机制是强抽运光和弱信号光同向共同传输时,信号光自相位调制相对于交叉相位调制很小,可以忽略。

4.2.2 抽运光输入振幅变化的影响

抽运光输入振幅 a_1 小于临界抽运光输入振幅 a_{1c} 时(如图 1 中 A 曲线),比较图 1(a) 和图 1(b) 可看到,信号光 X 束宽和 Y 束宽的演化过程近似一致,可知这时信号光在传输过程中应始终近似于圆高斯光束。从图 4(A) 信号光演化图(等高线图)可看到,信号光束面在传输过程中始终近似于圆形,这时最大光强处 X 剖面和 Y 剖面的波形在图 4(A) 中也可看出几乎没有区别(由于存在间距 X_0 , X 剖面和 Y 剖面的波形在各自的横坐标轴上位置不同)。 a_1 等于 a_{1c} 时(如图 1 中 C 曲线),比较图 1(a) 和图 1(b) 可看到,信号光 X 束宽和 Y 束宽的演化过程相差较大, X 束宽在 $Z < 0.5$ 时始终在压缩,而 Y 束宽在 $Z > 2.5$ 左右时已开始扩散。易知这时信号光在演化

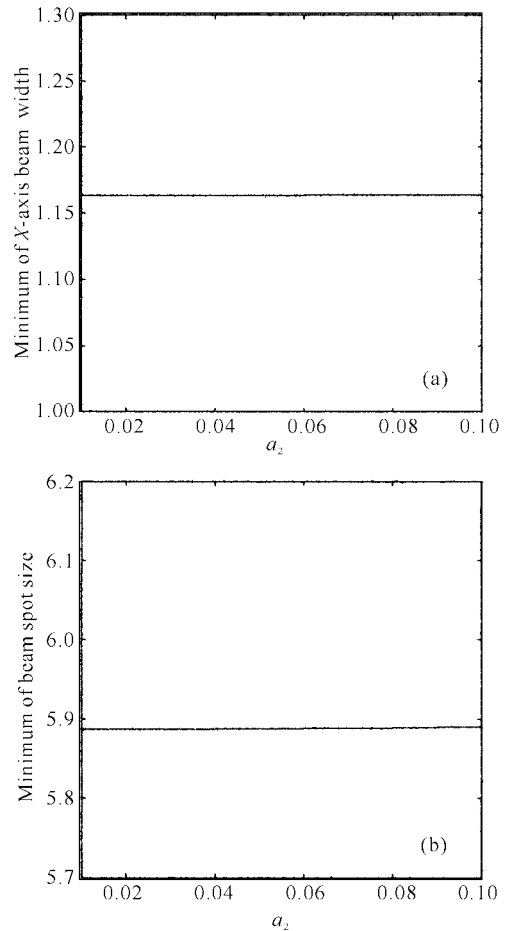


图 2 信号光入射强度与信号光 X 束宽最小值(a), 光斑最小值(b)的关系图

初始条件: $X_0 = 1.5, a_1 = 5, r = 1.1, a_2 = 0.01 \sim 0.10$

Fig. 2 Function relations between the input amplitude of probe beams and the minimums of X-axis beam width (a) and beam spot size of probe beams (b)

The initial conditions: $X_0 = 1.5, a_1 = 5, r = 1.1$ and $a_2 = 0.01 \sim 0.10$

过程中将有新特点。从图 4(B) 可见,束面在演化过程中由圆形逐渐过渡到半月形, X 剖面和 Y 剖面的波形有显著区别, X 剖面束宽压缩程度比 Y 剖面束宽压缩程度大。 a_1 大于 a_{1c} 时(如图 1 中 E 曲线),比较图 1(a) 和图 1(b) 可看到,信号光的 X 束宽和 Y 束宽的演化过程相差更大, X 束宽在 $Z = 3.5$ 左右出现最小值(1.163), Y 束宽在 $Z = 2.7$ 左右出现最小值(2.473),这时信号光在传输过程中的变化可以从图 4(C) 中看到,束面在传输过程中由圆形逐渐过渡到弯月形, X 剖面和 Y 剖面的波形比临界聚焦时的差别更大, X 剖面束宽压缩程度较 Y 剖面束宽压缩程度大得多,并且 X 剖面波形有较大的偏移。

综上所述,三维自散焦介质中信号光在有聚焦

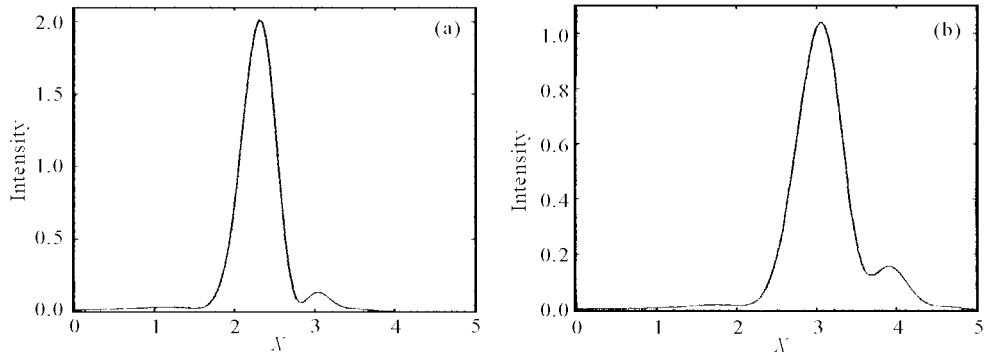


图 3 信号光 X 剖面波形比较图

(a) $Z = 0.3$ 和 (b) $z = 0.5$ 时 X 剖面波形比较图

纵坐标为信号光光强与信号光初始最大光强的比值

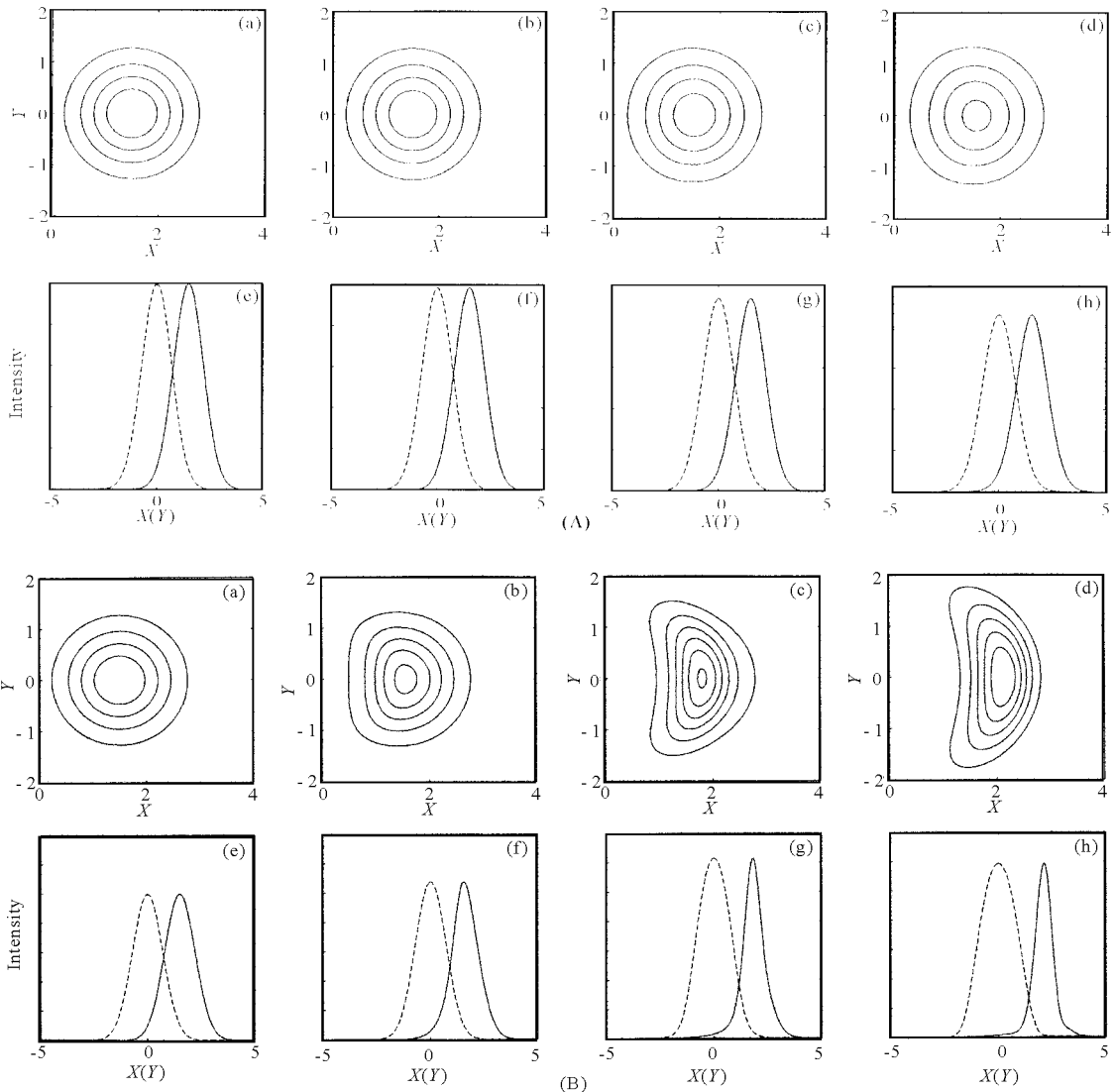
初始条件: $X_0 = 1.5, a_1 = 5, r = 1.1, a_2 = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10$

Fig. 3 Comparison of the probe beam profile along X-axis

(a) The profile at $Z=0.3$; (b) The profile at $Z=0.5$

The vertical coordinate is the ratio of the probe beam intensity to the maximum of the initial intensity.

The initial conditions: $X_0 = 1.5, a_1 = 5, r = 1.1,$ and $a_2 = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09$ and 0.10



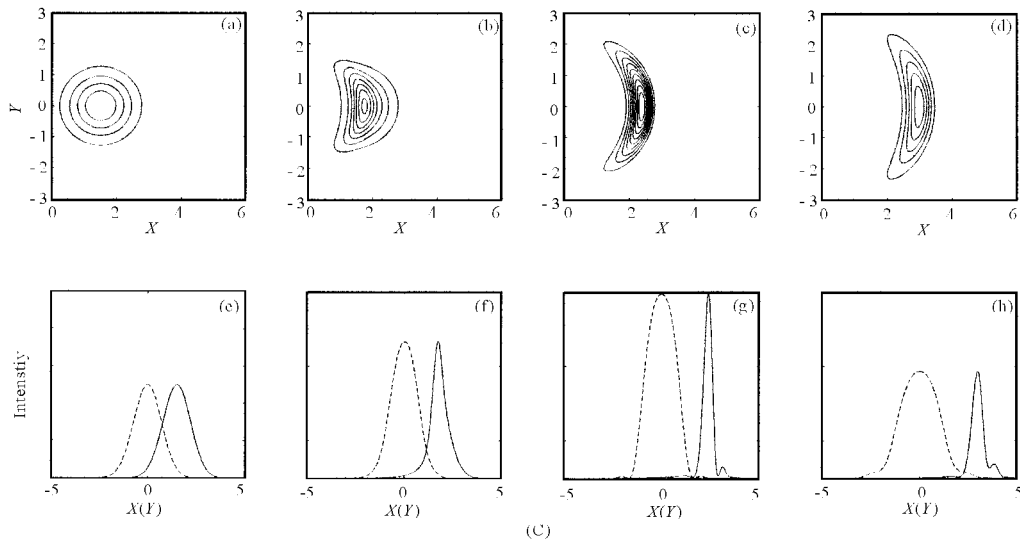


图 4 信号光演化图

(A), (B), (C) 中 (a), (b), (c), (d) 分别对应 $Z = 0, 0.1667, 0.3333, 0.5$ 。(a) ~ (d) 为等高线图, (A), (B), (C) 中 (e) ~ (h) 为 X 剖面 (实线) 和 Y 剖面 (虚线) 波形图。初始条件: $a_2 = 0.05, X_0 = 1.5, r = 1.1$

Fig. 4 Evolution of probe beams

(A), (B), (C) — (a), (b), (c) and (d) correspond to $Z = 0, 0.1667, 0.3333$ and 0.5 , respectively. Contour maps of a probe beam are on the (a) ~ (d) and the profile along $Y = X_{\max}$ (dashed line) and the profile along X -axis (solid line) are on the (A), (B), (C) — (e) ~ (h). The initial conditions: $a_2 = 0.05, X_0 = 1.5$, and $r = 1.1$. A: $a_1 = 0.6$; B: $a_1 = 2.62$; C: $a_1 = 5$

现象时的基本演化过程为:信号光束面由圆形逐渐演化成弯月形;与此同时,信号光光束中心逐渐沿 X 轴远离抽运光的光束中心(由于两个光束中心有一初始间距 X_0 ,两束光中心的间距逐渐增大);经过一段距离信号光聚焦到最大后开始扩散,两束光中心继续偏离。在平面介质波导中因光束在 Y 方向受限,光束演化过程只受 X 方向演化特性的影响;在三维介质中, Y 方向和 X 方向的演化特性都对光束演化过程有影响,又因 X 方向和 Y 方向在 a_1 大于 a_{1c} 时演化特性相差很大,致使三维介质中信号光在有聚焦现象时演化过程中出现束面由圆形逐渐演化为弯月形的新奇特点。

参 考 文 献

- 1 Y. R. Shen. The Principles of Nonlinear Optics [M]. Beijing: Science Press, 1987 (in Chinese)
- 2 Qi Guo, Shen Chi. Nonlinear light beam propagation in uniaxial crystals: nonlinear refractive index, self-trapping and self-focusing [J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2000, **2**(1):5~15
- 3 G. P. Agrawal. Induced focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(21):2487~2490
- 4 G. P. Agrawal. Transverse modulation instability of copropagating optical beams in nonlinear Kerr media [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1990, **7**(6):1072~1078
- 5 S. G. Dinev, A. A. Dreischuh, A. M. Naidenov. Induced waveguiding in a medium with cubic nonlinearity [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1991, **8**(10):2128~2131
- 6 M. E. Pietrzyk. On the properties of two pulses propagating simultaneously in different dispersion regimes in a nonlinear planar waveguide [J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 1999, **1**(6):685~696
- 7 Guo Qi, Tian Ye, Liu Cheng-yi. Optimum parameters for focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media [J]. *Acta Physica Sinica (物理学报)*, 2002, **51**(5):1057~1062 (in Chinese)
- 8 A. J. Stentz, M. Kauranen, J. J. Maki *et al.*. Induced focusing and spatial wave breaking from cross-phase modulation in a self-defocusing medium [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(1):19~21
- 9 J. M. Hickmann, A. S. L. Gomes, C. B. de Araujo. Observation of spatical cross-phase modulation effects in a self-defocusing nonlinear medium [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(24):3547~3550
- 10 J. S. Aitchison, A. M. Weiner, Y. Silberberg *et al.*. Observation of spatial optical solitons in a nonlinear glass waveguide [J]. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(9):471~473
- 11 J. S. Aitchison, A. M. Weiner, Y. Silberberg *et al.*. Experimental observation of spatial soliton interactions [J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(1):15~17
- 12 Miguel A. Porrás, Rafael Medina. Entropy-based definition of laser beam spot size [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(36):8247~8251