

文章编号: 0258-7025(2003)12-1099-04

基于声光调制器的数字光栅的计算

柴晓冬, 韦 穗

(安徽大学计算智能与信息处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039)

摘要 从全息成像角度出发,介绍了基于声光调制器的数字光栅的计算,提出了用小波变换的方法计算光栅的基本条纹,给出了条纹函数,实现了物理上可用的条纹模式,实验证明,该算法应用在数码光栅的计算上具有明显的优势和较强的鲁棒性。

关键词 信息光学;数字光栅;小波变换;基本条纹;声光调制器

中图分类号 O 438 **文献标识码** A

Computing Digital Grating Based on Acousto-optic Modulator

CHAI Xiao-dong, WEI Sui

(The Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing,
Ministry of Education, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract This paper introduces algorithm of computing digital grating based on acousto-optic modulator for 3D holographic imaging. A new method of computing basis fringe by wavelet transform is proposed. Basis fringe function is computed and basis fringe model in physics is realized. Experimental results show that arithmetic is obvious advantage and robustness.

Key words information optics; digital grating; wavelet transform; basis fringes; acousto-optic modulator

1 引 言

目前在数字全息中,主要采用 Fourier 变换法或 Fresnel 衍射方法生成全息图^[1,2]。三维显示则采用视差图像的全息图的合成方法^[3,4],或采用光刻技术在新材料上生成可衍射的基元光栅,其显示大多为静态的。本文采用声光调制器(AOM)作为空间光调制器(SLM),将空间频率不同的基本条纹作为光调制信号,进而可生成动态的真三维的空间光点,空间光点的组合形成真三维图像。由 MIT 空间成像小组的 Lucent 提出的基本条纹的生成在文献[5~8]中采用傅里叶变换和模拟退火算法,本文在此基础上根据全息素的局部性特点提出小波变换法计算基本条纹,具有速度快、正交性好的特点。

2 全息条纹的特性

将三维全息图像离散为光点的集合,光点为显示基本单元。在只考虑成像的水平视差(HPO)时,一个三维的空间光点可由点 (x_p, z_p) 表示。设光沿 z 轴方向传播,其傅里叶变换为

$$U_p(k_x) = e^{-ix_p k_x}$$

则全息平面上的条纹函数为

$$u_p(x) = k \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(x-x_p)} e^{ix_p \sqrt{k_0^2 - k_x^2}} dk_x$$

设空间采样频率为 p ,则方程变为

$$u_p(x) = \int_0^{0.5p} e^{i2\pi f(x-x_p)} e^{i\phi(f)} df \quad (1)$$

即空间光点的成像可看成空间频率不同的平面波在点 (x_p, z_p) 的会聚。这些平面波可由全息面的基本条纹对入射光衍射生成。

收稿日期:2003-01-17;收到修改稿日期:2003-05-20

基金项目:国家自然科学基金(编号:60143003)资助项目。

作者简介:柴晓冬(1962—),男,安徽大学电子工程与信息科学系副教授,博士。主要从事全息成像技术及信号处理等领域的研究。E-mail:cxdyj@163.com

根据衍射方程

$$\sin\theta_0 - \sin\theta_i = f\lambda \quad (2)$$

其中, θ_i 为入射光跟全息平面法线的夹角, 而 θ_0 为衍射光线跟全息平面法线的夹角, 称为衍射角, λ 为单色光的波长, f 为光栅空间频率。不同空间频率的光栅将光线朝不同区域衍射, 而构成这种光栅的条纹称为基本条纹, 即每一基本条纹是将光线朝一特定区域衍射的光栅。

设 $u(x)$ 正好代表一个基本条纹, $v(\theta)$ 代表光线通过基本条纹后在视场中的分布, 则 $u(x)$ 和 $v(\theta)$ 之间满足夫琅禾费衍射

$$v(\theta) = \frac{e^{ikz(1-\theta^2)}}{ikz} \int_{-w/2}^{w/2} u(x) e^{-ikz\theta} dx \quad (3)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, $u(x)$ 和 $v(\theta)$ 是一种傅里叶变换的关系。由此可通过 $v(\theta)$ 频率域的频谱范围确定 $u(x)$ 的空间频率, 即基本条纹。

在基于衍射的成像方法中, 空间光点的频谱为有限频带(或视场为有限的), 基本条纹的频谱恰恰平分了这一有限频带。空间光点的形成可由相邻全息素中的这些基本条纹衍射叠加产生。设在 ($w = 0.25 \text{ mm}$) 区域内空间采样率为 p , 则全息素的空间频率带宽 $f = 0 \sim 0.5p$, 将全息素的空间频带 8 等份, 得到 8 个基本条纹的频带, 且 $\Delta f = 0.5p/8$, 8 个基本条纹可将光线朝 8 个方向衍射。由此获得的空间域函数即为基本条纹函数。

3 基于小波变换的基本条纹生成

傅里叶变换已成为信息处理中一个极为重要的工具, 如果 $g(x)$ 是一个时域或空域分布在 $(-\infty, \infty)$ 中的稳恒过程或稳定分布, 则傅里叶分析给出了近乎完美的结果。然而, 大量的信号只具有局部的或定域的特性, 在本全息图中, 每个全息素可看成具有定域 ($w = 0.25 \text{ mm}$) 特性的空域信号, 我们无须了解信号在全部区间内(整个全息图)综合的频谱分布, 而只须了解该全息素的频谱, 小波分析恰恰适合于处理局部信号。因此, 本文提出用小波变换法处理全息素中的基本条纹, 主要优点在于小波具有空间域和空间频率域的变换尺度, 易于实现。

设母函数 $h(x)$ 的基本小波函数 $h_{a,b}(x)$ 定义为^[9]

$$h_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

式中 b 称为小波变换的位移因子, $a > 0$ 称为伸缩因

子, 当 $|x| \rightarrow \infty$ 时, 母函数 $h(x)$ 迅速衰减, 使它不显著为零的分量只存在于一个很小的区域。信号 $g(x)$ 的小波变换定义为小波 $h_{a,b}(x)$ 和 $g(x)$ 的内积

$$W_{a,b}\{g(x)\} = [h_{a,b}(x), g(x)] = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} h^*\left(\frac{x-b}{a}\right) g(x) dx$$

或

$$W_{a,b}\{g(x)\} = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{b}{a}\right) \otimes g(b) \quad (4)$$

即小波变换可表示为缩放后的母函数与信号函数的相关, 由 Parseval 定理, 小波变换在频域中的表达式为

$$W_{a,b}\{g(x)\} = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} H^*(af) G(f) \exp(i2\pi fb) df \quad (5)$$

其中 H 和 G 分别为 h 和 g 的傅里叶变换, f 为空间频率。由此式得到小波变换实质上是一滤波器, 通过调整缩放因子和位移因子可截取 G 的不同频段, 若 $g(x)$ 为空间光点波函数, G 具有有限带宽, 则可构造小波函数, 将 G 的频带按基本条纹的频带进行分割, 由此得到的分层函数 $g'(x)$ 即为基本条纹函数。

本文提出用小波变换法处理全息素中的基本条纹, 与傅里叶变换相比, 小波变换是空间和频率的局部化分析, 可聚焦到信号的任意细节, 而基本条纹的频谱特征正是空间频率域的局部细化的表现。计算中采用了小波包分解方法, 以 Daubechies 小波为基, 利用伸缩和平移运算功能, 实现了空间频率域的带通滤波器组, 从而快速实现了基本条纹的计算。本文采用正交小波包分解, 小波包分析是从多分辨率分析出发, 采用滤波的思路建立小波基库, 构成一个可数的无穷多正交基。通过一个“母函数”的伸缩和平移就可产生一个小波包族。显然, 小波包具有划分较高频率倍频程的能力, 从而提高了频率的分辨率, 能获得更好的频域局部化。对于小波包来说, 是把某个频带 G_j 进一步二进制划分方式细致分割为 2^k 个子频带 $G_j^{k,m}$, $m = 1, 2, \dots, 2^k - 1$, 以便获得子频带内的局部化信息, 如图 1(a) 所示, 所有子频带 $G_j^{k,m}$ 合并为整个频带 G_j , 即

$$\bigcup_{m=0}^{2^k-1} G_j^{k,m}, \quad k = 1, 2, \dots, j \quad (6)$$

图 1(b) 为小波包对频率域的分解表示, 即 8 个基本条纹的频谱平分了空间光点的频域带宽 f , 且 $\Delta f = f/8$ 。其分解过程实质是在满足频域要求时对空域中的函数进行分层, 由此获得基本条纹函数。

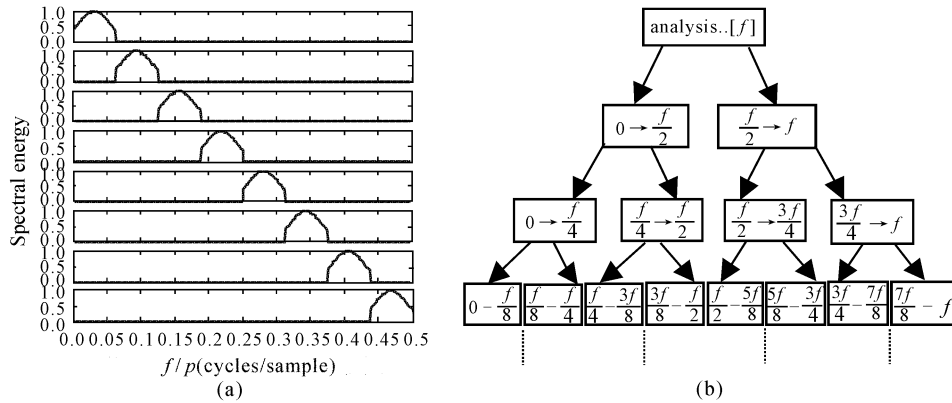


图 1 (a) 8 个基本条纹的频谱分配; (b) 基本条纹频谱的小波包分解

Fig. 1 (a) Distribution of the eight basis fringes spectrum; (b) Wavelet analysis of the basis fringes spectrum

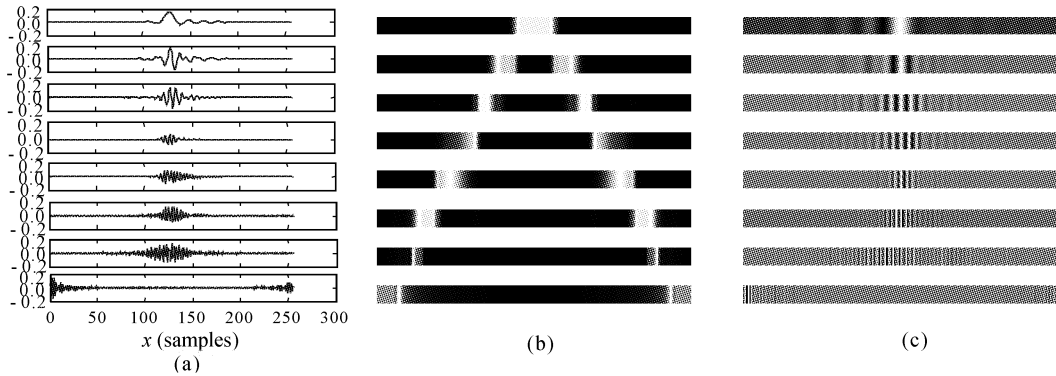


图 2 (a) 8 个基本条纹函数; (b) 8 个基本条纹的衍射分布; (c) 8 个基本条纹模式

Fig. 2 (a) Function of the eight basis fringes; (b) Diffraction of distribution of the eight basis fringes; (c) The eight basis fringes patterns

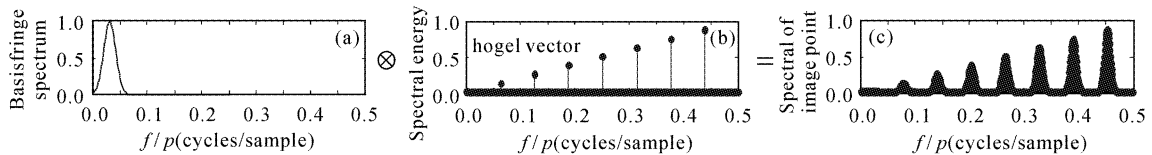


图 3 点 $d(x, y, z)$ 的频谱的形成

Fig. 3 Spectrum shaping of point $d(x, y, z)$

图 2(a)为经小波包分解的 8 个基本条纹函数, 图 2(b)为条纹函数的频谱(衍射)分布, 图 2(c)为条纹的物理模式。由分解结果看出, 每个基本条纹衍射不同的区域, 其强度基本均匀, 基本条纹函数在空间频率域上满足分配要求。采用小波分解的好处在于, 一旦频谱分配要求确定, 只须设置小波包分解参数, 就可直接获得全部空域函数, 而无须像傅里叶叠代法在空间频率中进行反复约束求取独立的条纹函数。当改变参数时, 即可获得不同的频谱分配和基本条纹函数, 简便易行, 对于实验阶段的验证显得尤其重要。

4 显示的实现

空间光点的形成是由位于所在空间坐标的相邻全息素的若干衍射光的贡献实现的。对于空间图像某光点 $d(x, y, z)$ 包含图 3(b)所示的全息矢量, 每个全息矢量的方向和大小对应代表某个基本条纹及其放大量。则该光点的频谱为基本条纹频谱与全息矢量的卷积

$$F_d(f) = \sum_{i=0}^7 c_i \otimes F_f(f), \quad i = 0, 1, \dots, 7 \quad (7)$$

c_i 为基本条纹的全息矢量, $F_d(f)$ 为点 $d(x_p, y_0, z_p)$ 的频谱, 如图 3(c)所示。

在实际成像中,这个空间光点由 8 个相邻的全息素的衍射光贡献形成。若 8 个全息矢量分别来自 8 个相邻的全息素,即须 8 个空间频率不同的基本条纹的衍射光会聚形成该光点。图 4 中标出了 8 个全息矢量(hogel vectors)。从图 4 可知,不同深度的光点,其全息矢量不同,因而,全息素中包含的基本条纹不同。

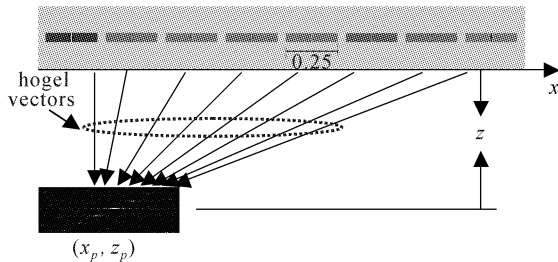


图 4 光点 $d(x_p, y_0, z_p)$ 的成像

Fig. 4 Imaging of point $d(x_p, y_0, z_p)$

为简单起见,图 4 的每个全息素中只包含一个基本条纹。全息素宽度 ($w = 0.25 \text{ mm}$),采样率 $p = 512 \text{ mm}^{-1}$,每个基本条纹频带宽为 32 mm^{-1} ,在红光时 ($\lambda = 633 \text{ nm}$),最左边条纹衍射 1.2° ,最右边条纹衍射 9.6° 。表 1 列出了基本条纹的衍射角。

表 1 基本条纹的衍射角

Table 1 Diffraction angle of basis fringes

	Fringe code number	Diffraction angel θ_{out}
No. 1	1~32 mm^{-1}	1.2°
No. 2	33~64 mm^{-1}	2.4°
No. 3	65~96 mm^{-1}	3.6°
No. 4	97~128 mm^{-1}	4.8°
No. 5	129~160 mm^{-1}	6.0°
No. 6	161~192 mm^{-1}	7.2°
No. 7	193~225 mm^{-1}	8.4°
No. 8	226~256 mm^{-1}	9.6°

将每一全息行的全息素的条纹函数经射频转换后作为声波信号送入声光调制器,声光调制器是用超声场形成一个“相位光栅”,超声场的声波波长 λ_s 等于光栅间距,当其在介质中传播时,引起介质的密度呈疏密相间的交替变化,当光波通过此介质时,就会产生光的衍射。其衍射光的强度、频率、方向等都随超声场的变化而变化^[10]。且满足光栅方程

$$\sin\theta = \pm m \frac{k_s}{k_i} = \pm m \frac{\lambda}{\lambda_s} = \pm m f_s \lambda \quad (8)$$

f_s 为光栅的空间频率,由(8)式看出,声光调制器输出的衍射光满足衍射方程。图 5 为采用声光调制器

实现的水平向全息显示光路图。全息素函数经射频转换后送入 AOM,由于声波是运动的,所以必须使用水平扫描反射镜,反向扫描衍射光,以获得稳定的图像^[11,12]。受声光调制器空间带宽积的限制,光路中采用了两个共焦透镜 L_1 和 L_2 ,以扩大视角范围。

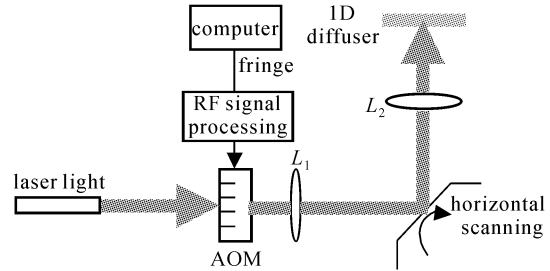


图 5 声光调制器构成的全息显示示意图(水平方向)

Fig. 5 Schematic of the scanned-AOM architecture

参 考 文 献

- Colin D. Cameron, Douglas A. Pain, Maurice Stanley *et al.*. Computational challenges of emerging novel true 3D holographic displays [C]. *SPIE*, 2000, **4109**:129~140
- Joseph Rosen. Computer-generated holograms of images reconstructed on curved surfaces [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(29):6136~6140
- Mark Lucente, Tinsley A. Galyean. Rendering Interactive Holographic Images [C]. Proceedings of SIGGRAPH 95. In Computer Graphics Proceeding, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, New York, 1995. 387~394
- Stephen A. Benton. Survey of holographic stereograms [C]. *SPIE*, 1982, **367**:15~19
- Mark Lucente. Diffraction-specific Fringe Computation for Electro-holography [D]. Ph. D. Thesis, Sept. 1994
- Mark Lucente, Pierre St. Hilaire, Stephen A. Benton. New Approaches to Holographic Video [C]. SPIE Proceeding # 1732 "Holographic International '92" (SPIE, Bellingham, WA, July 1992) paper # 1732-48
- Mark Lucente. Interactive three-dimensional holographic displays: Seeing the future in depth [J]. *Computer Graphics*, 1997, **3**(5):63~67
- Mark Lucente. Interactive computation of holograms using a look-up table [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 1993, **2**(1):28~34
- Song Feijun. Advanced Optical Information Processing [M]. Beijing: Peking University Press, 1998. 144~150 (in Chinese)
- Lan Xinju. Laser Light Technology [M]. Beijing: Science Press, 2001. 29~32 (in Chinese)
- Pierre St-Hilaire, Stephen A. Benton, Mark Lucente *et al.*. Color Images with the MIT Holographic Video Display [R]. Spatial Imaging Group, MIT Media Laboratory Cambridge, MA
- Pierre St. Hilaire, Stephen A. Benton, Mark Lucente *et al.*. Electronic Display System for Computational Holography [R]. Spatial Imaging Group, MIT Media Laboratory 20 Ames Street, Room E15 ~ 416 Cambridge, MA 02139 USA