

文章编号: 0258-7025(2002)Supplement-0400-03

一种有效的三维光波导传输模式的数值计算方法

杨振宇 许振鄂 陆冬生 朱大庆 李 蓬

(华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

提要 将矩阵论中的反向迭代算法用于集成光波导器件传输模式的分析。并用它对三维矩形掩埋式波导进行了实际的计算。然后用时域有限差分(FDTD)算法对其进行模拟。由实验结果可以得出,反向迭代法是一种分析集成光波导传输模式的有效算法。由于它是对波函数直接进行离散化处理,而没有引入任何近似条件,因此从理论上讲它可以分析任何复杂结构三维波导传输模式。

关键词 反向迭代法, 光波导, 传输模式

中图分类号 TN252 **文献标识码** A

An Effective Numerical Method of Analyzing the Guided Mode in 3-D Optical Waveguide

YANG Zhen-yu XU Zhen-e LU Dong-sheng ZHU Da-qing LI Peng

(State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract In this paper the inverse iteration method was introduced to analyze the guided mode of integrated optical waveguide devices. A three-dimension rectangular waveguide was also calculated by this method. And the result was analyzed by the finite difference time domain (FDTD) method. From these results it is concluded that the inverse iteration method is a relatively useful method to analyze the guided mode of integrated optical waveguide.

Key words inverse iteration method, optical waveguide, guided mode

1 引言

近年来,由于 internet 互联网的飞速发展,致使通信系统中的电话和数据传输量不断扩大,由此而产生了对于提高通信网络传输带宽的迫切要求。光传输系统及集成光波导器件,由于它们具有其他传输手段所无法比拟的传输速率与带宽,已经成为人们争相研究的目标。但集成光波导器件几何结构比较复杂,就使得用纯粹的理论方法无法对其进行全面的分析和研究。而对于光波导器件,其传输模式的场强分布以及传播常数是分析它至关重要的两个方面。因此,如何找到一种数值的计算方法来分析这两个量就成为人们不断研究的重点。

本文引入的一种计算光波导器件模场分布和传播常数的方法在矩阵论里被称为反向迭代法。它是利用迭代的方法计算矩阵本征向量与本征值的算法。它的理论分析已在参考文献[1]里进行了详细的介绍。对于光波导传输模式和传播常数的理论分析在参考文献[2]中也进行了详细的阐述。本文所

做的工作是将矩阵论中的反向迭代法用于集成光波导器件传输模式和传播常数的数值计算中。并通过 Matlab 语言实现了该数值计算的程序化。本文还通过时域有限差分算法(FDTD)模拟了这些模式在三维光波导的传输过程,比较了输入场与传输了一段距离后的场强分布,验证了该算法在分析光波导传输模式问题上是比较有效的。

2 反向迭代法理论

反向迭代法的求解过程比较简单。

$$((A - tI) \times Y = B \quad (1)$$

式中 Y 是矩阵 A 待求的本征向量, B 是在进行迭代计算前的一个随机向量, t 是接近矩阵 A 的某一特定本征值 λ 的数, I 是单位矩阵。求解该方程得到的向量 Y 是一个接近本征值 λ 所对应的本征向量的值。然后将该 Y 值赋予向量 B , 再一次计算 Y 。这时向量 Y 将会更接近真正的本征向量。迭代过程就这样一步一步进行下去。下面将通过理论推导

说明这个迭代过程收敛性。令

$$\mathbf{Y} = \sum_j \alpha_j x_j, \quad \mathbf{B} = \sum_j \beta_j x_j \quad (2)$$

其中, x_j 为矩阵 \mathbf{A} 的本征向量。将(2)式代入(1)式得

$$\sum_j \alpha_j (\lambda_j - t) x_j = \sum_j \beta_j x_j \quad (3)$$

因此可解得

$$\alpha_j = \frac{\beta_j}{\lambda_j - t} \quad (4)$$

将(4)式代入(2)式得

$$\mathbf{Y} = \sum_j \frac{\beta_j x_j}{\lambda_j - t} \quad (5)$$

若 t 很接近 λ_n , 而且假定 β_n 是一个不十分小的量, \mathbf{Y} 的值就会趋近于矩阵 \mathbf{A} 的本征向量 x_n 。而且对于整个迭代过程的收敛速度将很大程度上决定于矩阵 \mathbf{A} 本征值的分布。假定现在迭代到第 k 步, 方程如下

$$(\mathbf{A} - t_k \mathbf{I}) \times \mathbf{Y} = \mathbf{B}_k \quad (6)$$

式中 \mathbf{B}_k 和 t_k 是对矩阵 \mathbf{A} 的本征向量 x_n 与本征值 λ_n 的近似值。归一化 \mathbf{B}_k 使得 $\mathbf{B}_k \cdot \mathbf{B}_k = \mathbf{I}$ 。因为本征向量 x_n 与本征值 λ_n 满足 $\mathbf{A} \cdot x_n = \lambda_n \cdot x_n$, 所以 $(\mathbf{A} - t_k \mathbf{I}) \cdot x_n = (\lambda_n - t_k) \cdot x_n$ 。因为(6)式中的 \mathbf{Y} 值是本征向量 x_n 的近似值, 这时再将 \mathbf{Y} 值归一化, 赋值给 \mathbf{B}_{k+1} 即

$$\mathbf{B}_{k+1} = \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} \quad (7)$$

然后再对 t_{k+1} 进行进一步的修正。令

$$t_{k+1} = t_k + \frac{1}{\mathbf{B}_k \cdot \mathbf{Y}} \quad (8)$$

这时再一次解方程 $(\mathbf{A} - t_{k+1} \mathbf{I}) \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{B}_{k+1}$, 直到 $|t_{k+1} - t_k|$ 的值小于一个给定的误差范围, 即表示已找到了矩阵 \mathbf{A} 的一个本征向量与本征值。

那么如何将反向迭代法用于光波导的模场分析呢? 首先由波动方程入手

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

式中 $V = 1/\sqrt{\epsilon \cdot \mu_0}$ 。假定我们研究的是一个矩形结构的光波导, 结构如图 1 所示。

电磁波是延 z 轴正方向传播, 因此电场强度 \mathbf{E} 的表达式可写为

$$\mathbf{E}(x, y) \cdot \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (10)$$

其中 ω 为电磁波的角频率, β 为电磁波在波导中沿 z 轴的传输常数。将(10)式代入(9)式得,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \omega^2 \epsilon \cdot \mu \mathbf{E} = \beta^2 \mathbf{E} \quad (11)$$

对该微分方程进行中心差分离散化处理得,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{E} = \beta^2 \cdot \mathbf{E} \quad (12)$$

其中, \mathbf{E} 为离散化后电场强度的向量表达式, \mathbf{A} 为系数矩阵, 它与光波导 xy 截面上的折射率分布相关。由(12)式可以看出, 模场的场强分布 \mathbf{E} 与相应的传播常数 β 这时已转换成了求解矩阵 \mathbf{A} 的本征向量与本征值的问题。这样光波导模场的分析与反向迭代法联系起来。

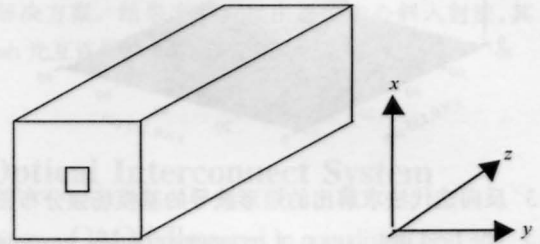


图 1 三维矩形光波导示意图

Fig. 1 Three-dimensional sketch of rectangular optical waveguide

3 数值分析

为了验证该反向迭代法在解决实际问题中的有效性, 文章将会用该方法对一矩形掩埋式波导的传输模式进行分析, 并将计算的模场强度作为激励源用 FDTD 算法模拟其在波导中的传输过程。

矩形掩埋式波导的横截面折射率分布如图 2 所示。波导的芯层折射率 $n_1 = 1.6$, 宽度和高度都为 $5.425 \mu\text{m}$, 包层的折射率 $n_2 = 1.5$ 。

图 3 为用反向迭代法求解出的矩形波导的基模

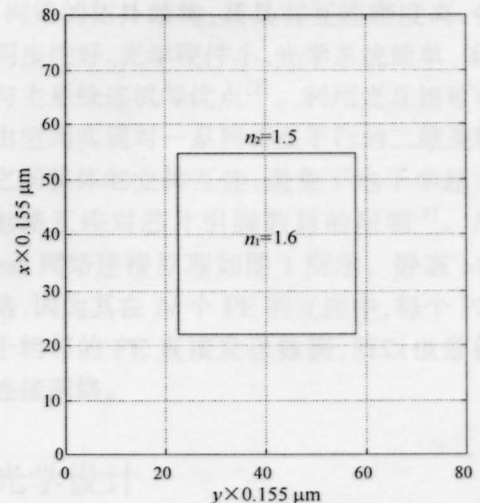


图 2 矩形掩埋式波导的横截面折射率分布图

Fig. 2 The refractive index distribution of rectangular covered-style waveguide cross section

场强分布图。

将这个基模的场强分布作为激励源,用 FDTD 算法模拟其在三维矩形光波导中的传输过程。

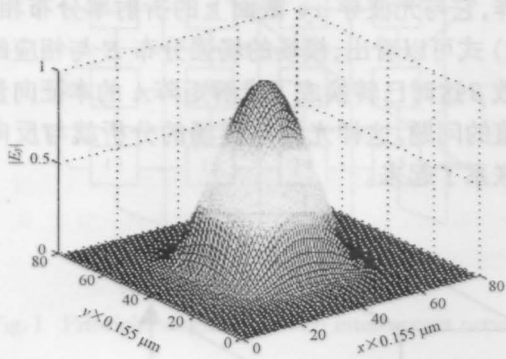


图3 反向迭代法求解出的矩形波导的基模场强分布图

Fig.3 The field distribution of rectangular optical waveguide calculated by the inverse iteration method

图4为在 $z = 77.5 \mu\text{m}$ 处的光场强度分布图。

本文引入一个自定义的模场畸变量 ΔM 。它的数学表达式为

$$\Delta M = \frac{\sum_{i,j} |\Delta E_{i,j}|}{\sum_{i,j} E_{i,j}} = \frac{\sum_{i,j} |E_{i,j} - E'_{i,j}|}{\sum_{i,j} E_{i,j}}$$

其中 $E_{i,j}$ 等于激励源 (i, j) 处的场强值, $E'_{i,j}$ 等于垂直于光的传播方向某一横截面上 (i, j) 位置的场强值。通过计算得到在 $z = 77.5 \mu\text{m}$ 处的模场畸变

量 $\Delta M = 15.42\%$ 。由上面的结果可以得出,求解出的基模模场能在波导中完好地传播。因此说反向迭代法在求解光波导问题中能得到相当理想的结果。它完全可以作为分析集成光波导传输模式的一种有效的工具。

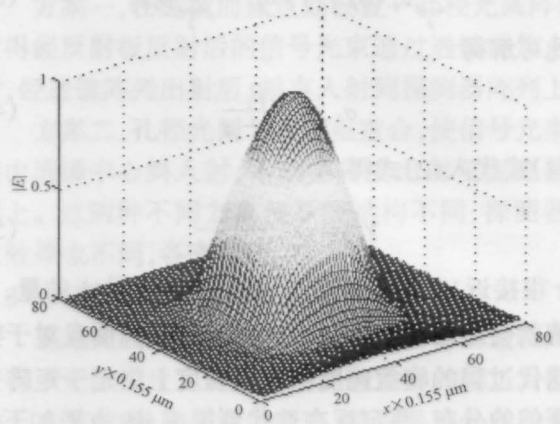


图4 由 FDTD 算法模拟,在 $z = 77.5 \mu\text{m}$ 处的模场强分布图

Fig.4 The field distribution of rectangular optical waveguide simulated by the FDTD method at $z = 77.5 \mu\text{m}$

参 考 文 献

- 1 The art of scientific computing. Chapter 11, (ISBN 0-521-43108-5), Cambridge University Press, 1988~1992
- 2 Dietrich. Marcuse. Theory of dielectric optical waveguides. Chapter 6, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers Boston San Diego New York London Sydney Tokyo Toronto, 1991

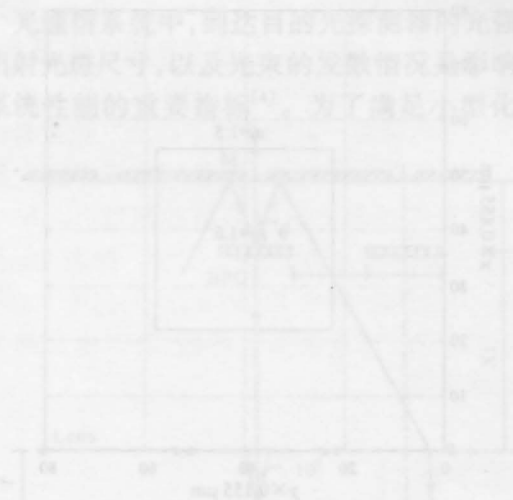


图2 矩形光波导的几何结构图

量 $\Delta M = 15.42\%$ 。由上面的结果可以得出,求解出的基模模场能在波导中完好地传播。因此说反向迭代法在求解光波导问题中能得到相当理想的结果。它完全可以作为分析集成光波导传输模式的一种有效的工具。

参考文献

- 1 The art of scientific computing. Chapter 11, (ISBN 0-521-43108-5), Cambridge University Press, 1988~1992
- 2 Dietrich. Marcuse. Theory of dielectric optical waveguides. Chapter 6, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers Boston San Diego New York London Sydney Tokyo Toronto, 1991