

文章编号: 0258-7025(2002)Supplement-0335-04

高斯-谢尔模型光束通过有限尺寸透镜聚焦的 近似描述*

张彬 楚晓亮 杨富 张蓉竹

(四川大学电子信息学院, 成都 610064)

提要 基于将矩形函数近似展开为有限数目复高斯函数叠加, 推导出高斯-谢尔模型(GSM)光束通过有限尺寸透镜的聚焦场光强分布的计算解析公式, 给出了数值计算例, 并与数值积分计算结果进行了比较。研究表明, 本方法能有效地提高计算效率。

关键词 高斯-谢尔模型光束, 有限尺寸透镜, 复高斯函数, 计算效率

中图分类号 O435 **文献标识码** A

Approximate Description for the Focusing of a Gaussian Schell-model Beam Through an Aperture Lens

ZHANG Bin CHU Xiao-liang YANG Fu ZHANG Rong-zhu

(College of Electronic Information, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract Based on the treatment that the rectangular function can be expanded into an approximate sum of complex Gaussian functions with finite numbers, the analytical expression for the focusing intensity distribution of a partially coherent Gaussian Schell-model (GSM) beam through an aperture lens was derived. The typical numerical examples were given and were compared to those obtained from numerically integral calculation. The results have shown that the method can significantly improve the numerical calculation efficiency.

Key words Gaussian Schell-model (GSM) beams; aperture lens, complex Gaussian function, numerical calculation efficiency

1 引言

高功率激光器输出的激光通常具有复杂的多模结构, 且具有部分相干性。近年来, 提出了采用高斯-谢尔模型(GSM)光束来描述具有高斯光强分布的部分相干光束^[1-3]。描述部分相干光的 GSM 光束是一类具有广泛代表性意义的光束, 在一定条件下可作为多模激光的一种物理模型^[1,2]。由于在实际工作中, 激光束或多或少地会受光学系统元件有限尺寸的限制, 因此, 对激光束通过有限尺寸光学系统的传输进行研究具有更为普遍和实用性意义。通常, 只能通过数值积分计算研究 GSM 光束经有限尺寸光学系统的传输特性。与完全相干光束情况相比, 相应的衍射积

分的重数加倍, 从而增加了计算难度及计算量。本文基于将矩形函数近似展开为有限数目复高斯函数叠加, 推导出 GSM 光束通过有限尺寸透镜的聚焦场光强分布的近似计算解析公式, 给出了数值计算例, 并与数值积分计算结果进行了比较。

2 理论分析

2.1 矩形函数的复高斯函数展开

Wen 和 Breazeale 在柱坐标系中将圆形函数展开成有限数目复高斯函数的叠加, 并将源点场分布的计算简化为对高斯函数的计算^[4]。类似地, 在直角坐标系中, 也可将一维矩形函数

$$T(x') = \begin{cases} 1 & -a < x' < a \\ 0 & |x'| > a \end{cases} \quad (1)$$

展开为有限数目复高斯函数的叠加, 即

* 国家自然科学基金和国家高技术青年科学基金资助课题。

$$T(x') = \sum_{k=1}^N A_k \exp[-B_k(x'/a)^2] \quad (2)$$

式中, a 为矩形函数半宽度, A_k 为展开系数, B_k 是复高斯系数, 二者均可通过优化计算得到^[4]。 N 为展开项数目, 当 N 为有限数目时, 由展开式计算矩形

函数存在一定的误差。

2.2 GSM 光束通过有限尺寸透镜的聚焦场光强分布计算公式

部分相干光通过 ABCD 光学系统的传输由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分描述^[5]

$$W_2(x_1, x_2, z) = \frac{1}{\lambda B} \iint_S W_1(x'_1, x'_2, 0) \times \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda B} [A(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + D(x_1^2 - x_2^2)]\right\} dx'_1 dx'_2 \quad (3)$$

当光学系统尺寸有限时, 相应的衍射积分公式可表示为

$$W_2(x_1, x_2, z) = \frac{1}{\lambda B} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x'_1) T^*(x'_2) W_1(x'_1, x'_2, 0) \times \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda B} [A(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + D(x_1^2 - x_2^2)]\right\} dx'_1 dx'_2 \quad (4)$$

式中, $*$ 表示复共轭, $T(x')$ 由(2)式给出。

假设二维 GSM 光束的束腰位于 $z = 0$ 处, 相应的交叉谱密度函数为^[1]

$$W_1(x'_1, x'_2, 0) = I_0 \exp\left(-\frac{x_1'^2 + x_2'^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] \quad (5)$$

式中, w_0, σ_0 分别为 GSM 光束的束腰宽度和相干长度, I_0 为一正常数。

假设半宽度为 a , 焦距为 f 的透镜置于 $z = 0$ 处, 相应的传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta z & f(1 + \Delta z) \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $\Delta z = (z - f)/f$ 。

将(2)式, (5)式和(6)式代入(4)式, 并令 $x_1 = x_2 = x$, 经繁杂的积分计算后, 可得 GSM 光束通过有限尺寸透镜聚焦的聚焦场光强分布为

$$I_2(x, \Delta z) = \frac{\pi N_w \delta^2}{1 + \Delta z} I_0 \sum_{k'=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{A_{k'}^* A_k}{\sqrt{E_k E_{k'} - \delta^4 (1/\beta^2 - 1)^2/4}} \exp\left[-\frac{\pi^2 N_w^2 \delta^2 F}{(1 + \Delta z)^2} \frac{x^2}{w_0^2}\right] \quad (7)$$

式中, $\delta = a/w_0$ 为光束截断参数, $N_w = w_0^2/\lambda f$ 为与光束有关的菲涅耳数, $\beta = (1 + w_0^2/\sigma_0^2)^{-1/2}$ 为相干参数, 当 $\beta = 1$ 时为完全相干光, 当 $\beta = 0$ 时为完全非相干光, 当 $0 < \beta < 1$ 时为部分相干光,

$$E_k = B_k + \delta^2 + \frac{\delta^2}{2} \left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right) - i \frac{\pi N_w \Delta z \delta^2}{1 + \Delta z} \quad (8)$$

$$F = \frac{1}{E_k} + \left[1 - \frac{\delta^2 (1/\beta^2 - 1)}{2E_k}\right]^2 / \left[E_{k'}^* - \frac{\delta^4 (1/\beta^2 - 1)^2}{4E_k}\right] \quad (9)$$

由(9)式可以看出, GSM 光束通过有限尺寸透镜聚焦的聚焦场光强分布可表示为有限数目高斯函数的叠加。这样, 便将常规处理方法所遇到的双重积分变为有限数目的双重求和, 从而有效地提高了计算效率, 大为节约机时。

3 数值计算及结果分析

利用(9)式进行了大量的数值计算, 典型例示于

图 1~图 4。为了说明本文所用方法的有效性, 图中还同时给出了直接进行数值积分计算的结果(用虚线表示)。图 1 给出聚焦场轴上光强分布, (a) $\delta = 0.5$; (b) $\delta = 2.0$ 。

图 2 给出不同光束截断参数时, 焦移随相干参数的变化曲线。

图 3 给出焦面上横向光强分布, (a) $\delta = 0.5$; (b) $\delta = 2.0$ 。

图 4 给出靠近透镜出射面处的横向光强分布,

$\Delta z = -0.9$, (a) $\delta = 0.5, \beta = 1.0$; (b) $\delta = 2.0, \beta = 0.1$ 。

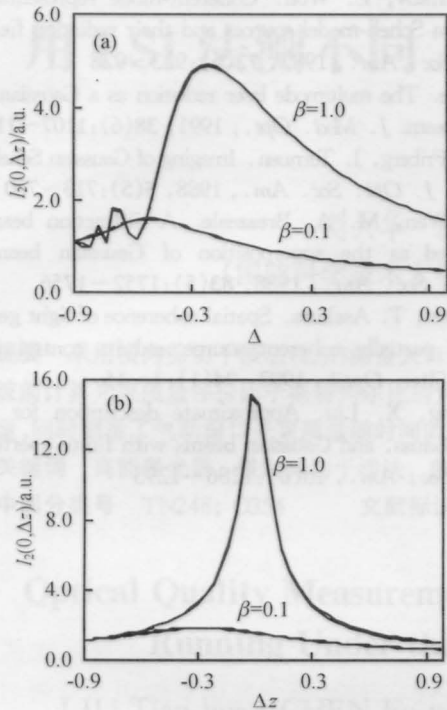


图1 聚焦场轴上光强分布

Fig. 1 The axial intensity distributions of the focusing fields

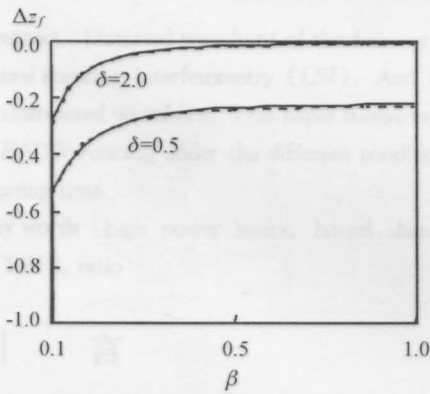


图2 焦移随相干参数的变化曲线

Fig. 2 Focal shift varies as a function of coherent parameters

计算所用其他参数: $N_w = 5.0, N = 10, A_k$ 和 B_k 的取值见参考文献[6]。

由图1~图4可以看出,除了很靠近透镜出射面处外,由(9)式计算得到的聚焦场光强分布与直接进行数值积分计算的结果符合较好,特别是在实际工作中较为关心的焦面附近,以及在计算焦移时,二者符合很好。本文给出的计算例是在复高斯函数的数目 N 只取十项的结果,虽然,此时的计算精度较数值积分方法略差,但其计算效率较积分方法有大幅度的提高,特别是在研究焦移特性时,由于此

时若用数值积分方法进行计算则需要耗费大量机时,因此,本文的方法将更为有效。若要进一步提高靠近透镜出射面附近的计算精度,本文的方法仍然适用,只是需要适当增加 N 来加以实现。

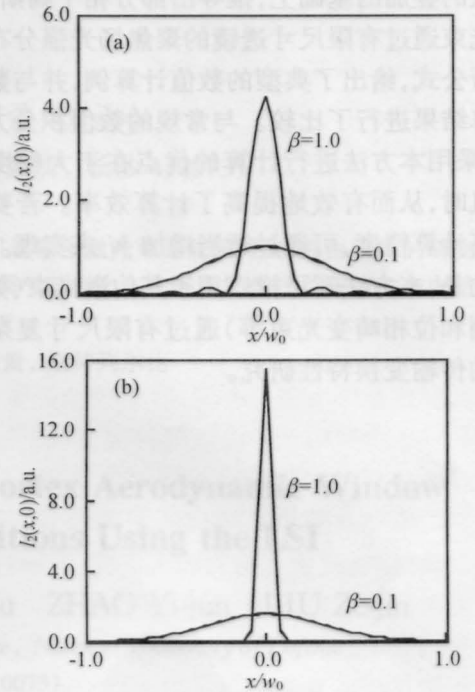


图3 焦面上横向光强分布

Fig. 3 The transverse intensity distribution on the focal plane

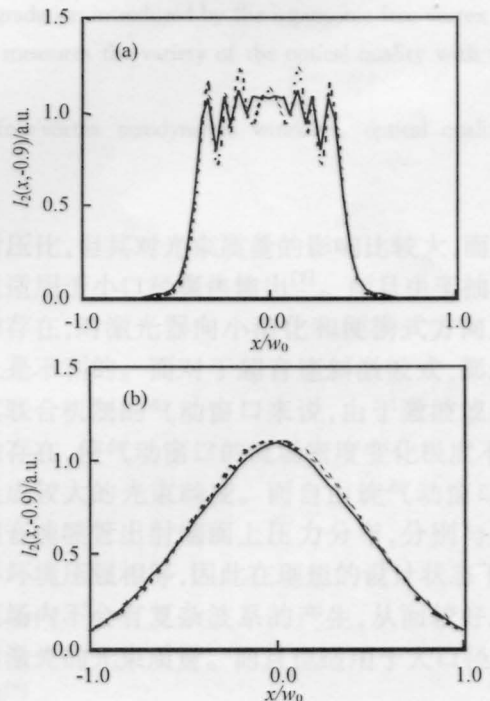


图4 靠近透镜出射面处的横向光强分布

Fig. 4 The transverse intensity near the output plane of lens

4 结 论

本文在将矩形函数近似展开为有限数目复高斯函数的叠加的基础上,推导出部分相干高斯-谢尔模型光束通过有限尺寸透镜的聚焦场光强分布的计算解析公式,给出了典型的数值计算例,并与数值积分计算结果进行了比较。与常规的数值积分方法相比较,采用本方法进行计算的优点在于大幅度地节约了机时,从而有效地提高了计算效率。若要进一步提高计算精度,可通过适当增加 N 来实现。值得指出的是,本方法还可推广用于其他激光束(如有振幅调制和位相畸变光束等)通过有限尺寸复杂光学系统的传输变换特性研究。

参 考 文 献

- 1 A. Starikov, E. Wolf. Coherent-mode representation of Gaussian Schell-model sources and their radiation fields. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(6):923~928
- 2 R. Gase. The multimode laser radiation as a Gaussian Schell-model beam. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(6):1107~1115
- 3 A. T. Friberg, J. Turunen. Imaging of Gaussian Schell-model sources. *J. Opt. Soc. Am.*, 1988, **5**(5):713~720
- 4 J. J. Wen, M. A. Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1988, **83**(5):1752~1756
- 5 T. Shirai, T. Asakura. Spatial coherence of light generated from a partially coherent source and its control using a source filter. *Optik*, 1993, **94**(1):1~15
- 6 D. Ding, X. Liu. Approximate description for Bessel, Bessel-Gauss, and Gaussian beams with finite aperture. *J. Opt. Soc. Am.*, 16(6):1286~1293

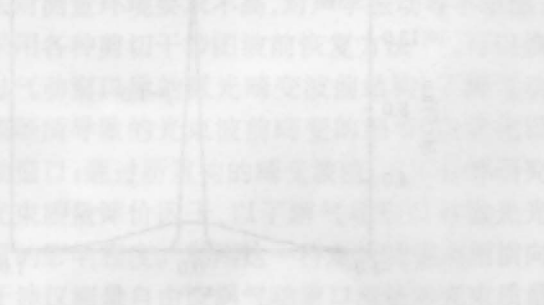


图1 部分相干高斯光束强度分布测量示意图

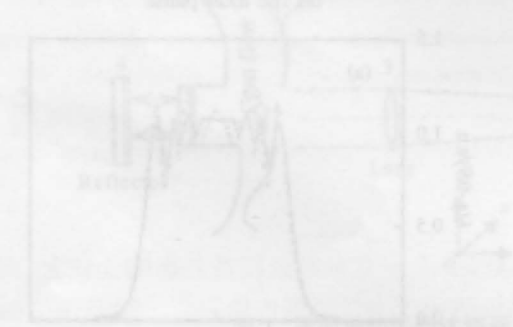


图2 部分相干高斯光束强度分布图

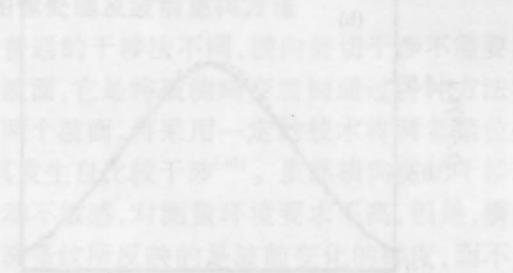


图3 部分相干高斯光束强度分布图

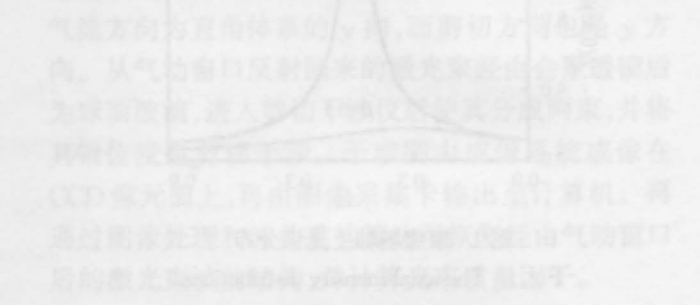


图4 部分相干高斯光束强度分布图

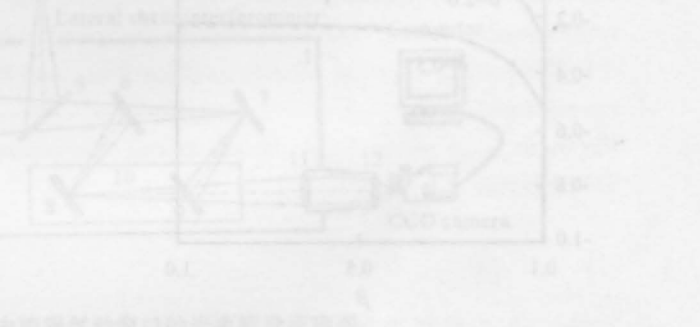


图5 部分相干高斯光束强度分布图



图6 部分相干高斯光束强度分布图