

文章编号: 0258-7025(2002)09-0821-05

硬边衍射超高斯光束传输特性的 自收敛束宽法研究

罗时荣, 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所, 四川成都 610064)

提要 用自收敛束宽法, 对有硬边衍射超高斯光束束宽的传输及其参数作了研究, 研究表明, 当自收敛束宽因子满足一定条件时, 超高斯光束的自收敛束宽与基于无截断二阶矩定义的束宽遵循相同的传输规律, 因此, 自收敛束宽法定义的光束传输因子在传输过程中保持不变。还对自收敛束宽法和渐近近似法作了详细比较, 对这两种方法的等价性作了讨论, 并且对自收敛束宽法赋予了简明的物理含义。

关键词 自收敛束宽, 自收敛束宽因子, 光束传输因子 (M^2 因子), 渐近近似法, 超高斯光束

中图分类号 TN 012 文献标识码 A

Propagation Properties of Hard-edge Diffracted Super-Gaussian Beams by Using the Self-convergent Beam Width Method

LUO Shi-rong, LÜ Bai-da

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064)

Abstract Using the self-convergent beam width method, the beam width propagation and beam-propagation parameters of hard-edge diffracted super-Gaussian beams are studied. It is found that the self-convergent beam width of super-Gaussian beams obeys the same law as that of the beam width based on the second-order moments without truncation, when the self-convergent-width factor satisfies a certain condition. Therefore, the beam propagation factor (M^2 -factor) obtained by using this method is invariable upon propagation. Meanwhile, a detailed comparison between the self-convergent beam width method and the asymptotic approach is made and the equivalence between the two methods is discussed. In addition, a concise physical meaning of the self-convergent beam width method is given.

Key words self-convergent beam width, self-convergent-width factor, beam propagation factor (M^2 -factor), asymptotic approach, super-Gaussian beam

1 引 言

从广义衍射积分公式(Collins 公式)出发可证明^[1], 任意光束在无光阑限制的一阶光学系统中传输时, 基于二阶矩定义的光束参数(束宽, 曲率半径, 远场发散角, Q 参数)所遵从的传输规律与基模高斯光束所遵从的传输规律相同, 用光束参数确定的光束传输因子(即 M^2 因子)在传输过程中保持不

变。因此, 国际标准化组织(ISO)将 M^2 因子作为衡量激光光束质量的一个重要标准^[2]。但是基于二阶矩定义的光束参数和 M^2 因子在有硬边光阑存在时遇到积分发散的困难。然而, 实际工作中, 光束或多或少要受到光阑限制。对有硬边衍射激光的光束质量已用广义二阶矩方法^[3~5]、渐近近似法^[6~8]、有窗口维格纳函数的权重矩法^[9]等多种方法进行了研

收稿日期 2001-06-17; 收到修改稿日期 2001-08-22

基金项目 国家高技术光束控制重点实验室基金和激光技术国家重点实验室基金(No. 2000-0009, No. 2000-0010)资助项目。

作者简介: 罗时荣(1966.5—), 女, 四川大学物理科学与技术学院副研究员, 在读博士, 主要从事光束传输变换的研究工作。E-mail: luoshirong@263.net

究。最近提出了一种新的方法——自收敛束宽法^[10,11],并用这一方法对硬边衍射高斯光束、厄米-高斯光束和多模光束作了计算分析。但欲采用自收敛束宽法使在 ISO 标准中除去对硬边衍射光束的限制,尚需做不少工作,包括对是否能推广用于更多的光束进行验证,对自收敛束宽因子取值普适性问题的研究以及进一步的实验测量和分析等,以使自收敛束宽法建立在更为坚实的数学、物理基础上。本文使用在高功率激光领域中常用的超高斯光束模型,用自收敛束宽法对有光阑限制的超高斯光束参数的传输作了研究,并对自收敛束宽法与渐近近似法作了深入的比较,赋予自收敛束宽法更简明和直观的物理含义。

2 超高斯光束自收敛束宽的传输及其传输参数

入射到图 1 中光阑的场分布为^[12]

$$E_0(x) = \exp[-(x/w_0)^n] \quad (1)$$

式中 n 和 w_0 为超高斯光束的阶数和束腰宽度。通过图 1 所示的光学系统后的场分布,用广义衍射积分方程^[13]

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-a}^a E_0(x') \times \exp\left[\frac{-ik}{2B}(Ax'^2 - 2xx' + Dx^2)\right] dx' \quad (2)$$

计算,式中的 λ 和 k 分别为超高斯光束的波长和波数, a 为光阑半宽度, $ABCD$ 是图 1 中光阑后面光学系统的矩阵,表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & L + z - Lz/f \\ -1/f & 1 - L/f \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中的 f 为薄透镜的焦距, L 为光阑到薄透镜的距离, z 为计算面到薄透镜的距离。自收敛束宽法的细节请参考文献^[10,11],简而言之,需使用以下 4 个方程

$$\sigma^2 = \frac{1}{P} \int_{-x_{\text{lim}}}^{x_{\text{lim}}} \mathcal{K}(x, z) x^2 dx \quad (4)$$

$$P = \int_{-x_{\text{lim}}}^{x_{\text{lim}}} \mathcal{K}(x, z) dx \quad (5)$$

$$x_{\text{lim}} = F_s W(F_s) \quad (6)$$

$$W(F_s) = 2\sigma \quad (7)$$

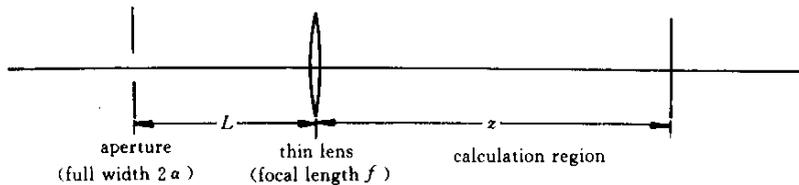


图 1 计算所用光学系统示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the optical system for calculation

式中, σ^2 为光强 $\mathcal{K}(x, z)$ 的二阶矩, x_{lim} 是积分限, 当 $x_{\text{lim}} \rightarrow \infty$ 时, P 表示光束的总能量, F_s 是一正常数, 称为自收敛束宽因子, W 为自收敛束宽。将光强分布 $\mathcal{K}(x, z) = |E(x, z)|^2$ 代入(4)~(7)式, 进行迭代计算, 直到连续两次所得的束宽之差满足相对误差小于等于 1%。这样得到的束宽称为自收敛束宽。计算表明自收敛束宽是自收敛束宽因子的函数, 但与开始迭代时选定的束宽无关。束腰宽度 w_0 , 束腰位置 z_0 和光束传输因子 M^2 用熟知的自由空间中束宽的传输公式拟合得到。图 2 给出了超高斯光束的光束传输参数随自收敛束宽因子 F_s 的变化, 图 3 给出了超高斯光束自收敛束宽随轴向坐标 z 的变化。计算参数为: $n = 6$, $w_0 = 0.8 \text{ mm}$, $L = 400 \text{ mm}$, $f = 420 \text{ mm}$ 。图 2 表明, (1) 在光阑效应可忽略(如图中

实线所示)的情况下, 当 F_s 较小($F_s \leq 3$)时, 用自收敛束宽法得到的光束传输参数与无截断二阶矩方法得到的光束传输参数相比, 发生了变化, 具体来说使束腰位置后移, 束腰宽度减小, 远场发散角增大, 光束传输因子减小, 当 F_s 很小时, 甚至使无光阑时超高斯光束的光束传输因子小于 1。例如当 $F_s = 1.5$ 时, $M^2 = 0.88$, 这有违基于无截断二阶矩方法定义的光束传输因子大于和等于 1 的基本结论。所以, 自收敛束宽因子 F_s 不能任意选择, 选择的基本原则是, 使不考虑光阑时用自收敛束宽法所得结果应能回到用无截断二阶矩方法所得结果, 即要求该方法自洽。从图 2 可看出, 对 6 阶超高斯光束, 当 $F_s > 3$ 时, 光束传输参数不随 F_s 的变化而变化, 且与无截断二阶矩方法定义的光束传输参数相等。例如, 自收

敛束宽法所得的光束传输因子 $M^2 = 1.4$,与用文献 [14] 中公式 (10) 计算所得结果一致。我们用自收敛束宽法对不同阶次超高光束的研究表明 : 要使自收敛束宽法自洽 , F_s 必须大于某一常数 c , 当然 , 对于不同阶次的超高光束 , 要求的常数 c 不同 , 随着阶次 n 的增加 , c 逐渐增大。 2) 当光阑效应不能忽略 (如图中短虚线 ($a/w_0 = 1$) 和长虚线 ($a/w_0 = 0.8$) 所示) 时 , 随着光阑宽度的减小 (即光阑对光束截断程度的增加) , 自收敛束腰宽度和光束传输因子逐渐增加 , 光腰位置离透镜越来越近 ; 远场发散角在 F_s 较小时 , 逐渐减小 , 但当 F_s 较大时 , 却逐渐增加 , 这是因为 : 强截断光束中包含的高频分量所占的功率含量百分比比弱截断光束中所包含的高频分量所占

的功率含量百分比高。因此 , 较小的 F_s 引起的截断 , 对强截断光束的影响比对弱截断光束的影响大。当光阑宽度一定时 , 随着 F_s 的增加 , 自收敛束腰宽度、远场发散角、光束传输因子逐渐增加 , 光腰位置离透镜越来越近。图 3 表明 : 1) 超高光束自收敛束宽与无截断二阶矩定义的束宽一样 , 都满足双曲线传输定律。 2) 当光阑效应可忽略 (如图 3 (a)) 时 , 用不同 F_s 得到的自收敛束宽几乎相同。 3) 当光阑效应不能忽略 (如图 3 (b)) (c)) 时 , 自收敛束宽随 F_s 的增加而增加 , 这可直接从自收敛束宽对 F_s 的依赖关系式 (4) ~ (7) 得到解释 , 因为大的 F_s 意味着被忽略成分的减少。

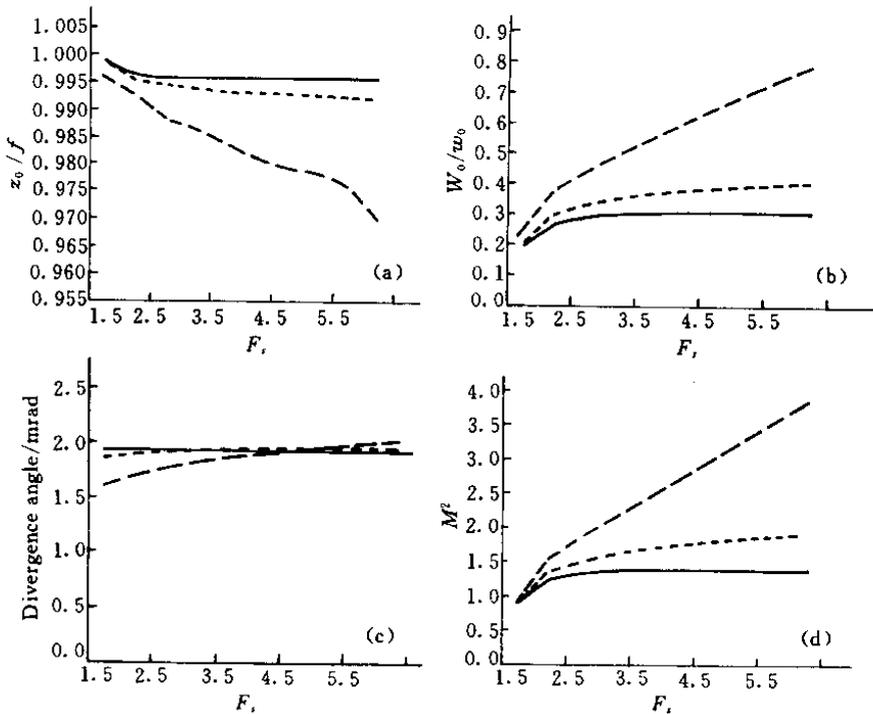


图 2 超高光束的光束传输参数随自收敛束宽因子 F_s 的变化

Fig.2 Beam-propagation parameters of a super-Gaussian beam versus self-convergent width factor

— : $a/w_0 = 4$; --- : $a/w_0 = 1$; - - - : $a/w_0 = 0.8$

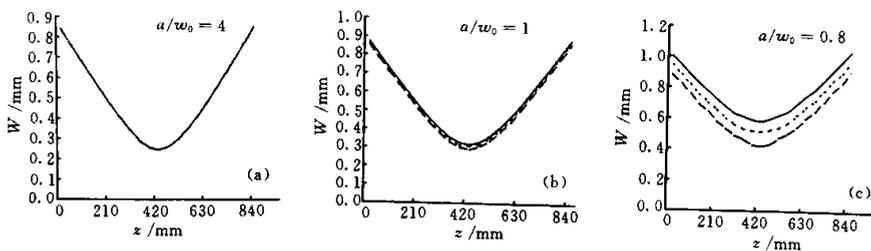
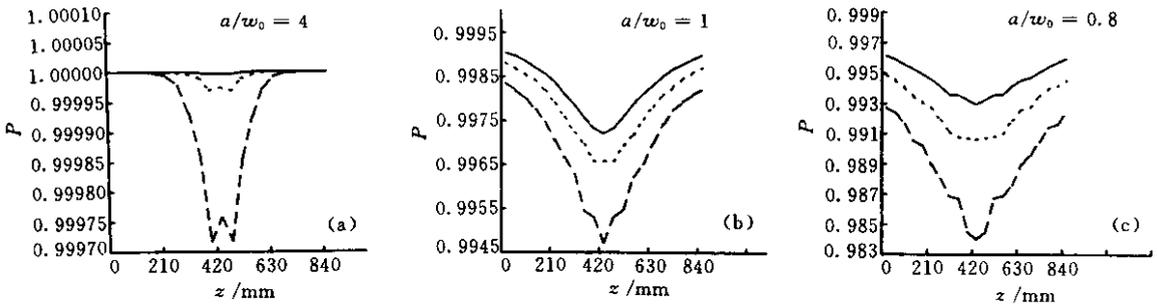


图 3 超高光束自收敛束宽随轴向坐标 z 的变化

Fig.3 Self-convergent beam width of a super-Gaussian beam versus axial coordinate z

— : $F_s = 5.5$; --- : $F_s = 4.5$; - - - : $F_s = 3.5$

图4 超高斯光束功率含量百分比 p 随轴向坐标 z 的变化Fig.4 Power fraction p of a super-Gaussian beam versus axial coordinate z — : $F_s = 5.5$; ---- : $F_s = 4.5$; - - - : $F_s = 3.5$

3 自收敛束宽法与渐近近似法的比较

为了说明自收敛束宽法的物理意义,我们对(6)式确定的积分范围内所包含的功率(能量)含量百分比 p 作了计算, p 定义为

$$p = \frac{\int_{-x_{\text{lim}}}^{x_{\text{lim}}} \mathcal{K}(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{K}(x, z) dx} = \frac{\int_{-x_{\text{lim}}}^{x_{\text{lim}}} \mathcal{K}(x, z) dx}{\int_{-a}^a |E_0(x)|^2 dx} \quad (8)$$

图4是超高斯光束的功率含量百分比 p 随轴向坐标 z 的变化曲线,计算参数与图3相同。图4表明,超高斯光束的功率含量百分比随坐标 z 的不同有所变化,该变化随光阑截断程度的增加而增加,当截断程度相同时,该变化随自收敛束宽因子的增加而减小。不过,当自收敛束宽法能使用(如对6阶超高斯光束,当 $F_s > 3$)时, p 的变化范围总的来说还是较小,从图4可看出,对 $a/w_0 = 4$ (即光阑效应可忽略的情况),当 $F_s = 5.5$ 时,该范围是 $0.999997 \leq p \leq 1$,当 $F_s = 4.5$ 时,该范围是 $0.99997 \leq p \leq 1$,当 $F_s = 3.5$ 时,该范围是 $0.999718 \leq p \leq 1$,而对 $a/w_0 = 1$,当 $F_s = 5.5$ 时,该范围是 $0.997198 \leq p \leq 0.999045$,当 $F_s = 4.5$ 时,该范围是 $0.996573 \leq p \leq 0.99882$,当 $F_s = 3.5$ 时,该范围是 $0.99472 \leq p \leq 0.998363$,而对 $a/w_0 = 0.8$,当 $F_s = 5.5$ 时,该范围是 $0.992903 \leq p \leq 0.996155$,当 $F_s = 4.5$ 时,该范围是 $0.990577 \leq p \leq 0.994936$,当 $F_s = 3.5$ 时,该范围是 $0.98396 \leq p \leq 0.992751$ 。所以用自收敛束宽法和文献[6~8]中所用的渐近近似法可得到近似相等的光束传输参数,且随着光阑口径的增大和自收敛束宽因子的增加,用这两种方法所得结果会越来越接近。因此可认为自收敛束宽法与渐近近似法在一定程度上是等价

的。为了进一步说明自收敛束宽法的物理含义,我们用该方法对无光阑限制高斯光束的传输也作了研究。研究表明, F_s 确定的高斯光束功率含量百分比 p 不随轴向坐标 z 的变化而变化,这可从高斯光束在传输过程中保持形状不变得到解释。在这种情况下,用自收敛束宽法与渐近近似法能得到完全相同的光束传输参数。例如,我们用自收敛束宽法求得 $F_s = 1.433$ ($p = 0.995$), $F_s = 1.337$ ($p = 0.99$)和 $F_s = 1.242$ ($p = 0.98$)确定的高斯光束光束传输因子等于 0.956, 0.925 和 0.873,与文献[7,8]中对应结果完全相同。显然,从超高斯光束和高斯光束得到的自收敛束宽法与渐近近似法等价的结论可以推广,当光阑后的场分布在传输过程中形状保持不变,或者对无光阑限制的光束,当自收敛束宽因子 F_s 较大时,用自收敛束宽法和渐近近似法能得到完全一致的结果。从物理上来说,自收敛束宽法还是一种用功率含量百分比定义的截断二阶矩方法,当截断的程度越低(F_s 越大)时,这种方法的精确度越高。当然,这两种方法在使用的过程中也存在一些差别:1) 无论入射到光阑上光束的光腰位于何处,用自收敛束宽法都必须计算出多个面上的束宽,然后用束宽在自由空间中的传输公式进行多点拟合,才能得到光束的传输参数。2) 当入射到光阑上光束的光腰位于光阑所在的平面时,用渐近近似法,只需要计算入射到光阑内的场分布在空域和空间频率域中的截断二阶矩,用截断二阶矩就能求出光束传输因子,这样大大减小了计算量,详细的方法参见文献[8]。但当入射到光阑上光束的光腰位于其他平面时,也只能通过计算多个平面上的束宽,然后用多点拟合法求出光束传输参数。

4 结 论

本文用自收敛束宽法对有硬边衍射超高斯光束的传输特性作了详细的计算模拟,与文献 [10, 11] 比较,所得新结果是:1) 研究表明,对硬边衍射超高斯光束,当自收敛束宽因子较大(如对 6 阶超高斯光束, $F_s > 3$) 时,自收敛束宽与无截断二阶矩定义的束宽满足相同的传输规律,即双曲线传输规律,这时自收敛束宽法所确定的光束传输因子在传输过程中保持不变,但它是 F_s 的函数。2) 对自收敛束宽法和渐近近似法作了详细的比较分析,得到了自收敛束宽法与渐近近似法等价的条件,并赋予自收敛束宽法更为直观的物理含义,即自收敛束宽法实质上是用功率含量百分比定义的截断二阶矩方法。本文所得结果,对有硬边光阑强衍射光束的描述和光束质量研究有应用意义。

致谢 有关自收敛束宽法及其应用等问题,德国 H. Weber 教授与作者之一(吕百达)进行过有益的讨论,特此致谢。

参 考 文 献

- 1 P. A. Belanger. Beam propagation and *ABCD* ray matrices [J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(4):196 ~ 198
- 2 ISO Document. Lasers and laser-related equipment-test methods for laser beam parameters-beam widths, divergence angle and beam propagation factor [J]. *ISO/FDIS*, 11146, 1999
- 3 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias. Second-order spatial characterization of hard-edge diffracted beams [J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(19):1669 ~ 1671
- 4 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias, M. Arias. Parametric

- characterization of coherent, lowest-order Gaussian beams propagating through hard-edged apertures [J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(2):124 ~ 126
- 5 Lü Baida, Luo Shirong. Beam propagation factor of hard-edge diffracted cosh-Gaussian beams [J]. *Opt. Comm.*, 2000, **178**: 275 ~ 281
- 6 P.-A. Belanger, Y. Champagne, C. Pare. Beam propagation factor of diffracted laser beams [J]. *Opt. Comm.*, 1994, **105**: 233 ~ 242
- 7 C. Pare, P.-A. Belanger. Propagation law and quasi-invariance properties of the truncated second-order moment of a diffracted laser beam [J]. *Opt. Comm.*, 1996, **123**: 679 ~ 693
- 8 Lü Baida, Luo Shirong. Asymptotic approach to the truncated cosh-Gaussian beams [J]. *Opt. and Quantum Electron.*, 2001, **33**(1):107 ~ 113
- 9 M. Scholl, S. Mütter, O. Post. Description of diffracted beams by weighted moments [C]. *SPIE*, 1996, **2870**: 112 ~ 122
- 10 S. Amarande, A. Giesen, H. Hügel. Propagation analysis of self-convergent beam width and characterization of hard-edge diffracted beams [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(22):3914 ~ 3924
- 11 S. Amarande. Characterization of hard-edge diffracted beams according to ISO/DIS 11146 document: the self-convergent-width approach [C]. Proceeding 5th International Workshop on Laser Beam and Optical Characterization, Editors. H. Laabs, H. Weber, TU Berlin, 2000, 216 ~ 231
- 12 A. Parent, M. Morin, P. Lavigne. Propagation of super-Gaussian field distributions [J]. *Opt. and Quantum Electron.*, 1992, **24**(9):S1071 ~ S1079
- 13 S. A. Collins, Jr. . Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9):1168 ~ 1177
- 14 Luo Shirong, Lü Baida, Zhang Bin. A comparison study on the propagation characteristics of flattened Gaussian beams and super-Gaussian beams [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1999, **48**(8):1446 ~ 1451 (in Chinese)