

文章编号 : 0258-7025(2002)08-0714-03

# 扩散对光折变空间孤子的影响

郭 儒\*, 李乙钢, 凌振芳, 周宗文, 刘思敏

(南开大学物理科学学院, 天津 300071)

**提要** 把光折变空间孤子看作几何光学中的一束光线, 研究了扩散效应对光折变空间孤子传播的影响。基于光线光学与经典力学之间的相似性, 求解了含扩散势(即扩散机制引起的折射率的变化)的光线哈密顿方程。积分结果表明, 光学空间孤子的中心按照抛物线轨迹运动, 空间频率的横向分量随传播距离线性地变化。

**关键词** 光学空间孤子 扩散效应 几何光学

中图分类号 O 437 文献标识码 A

## Effect of Diffusion on Propagation of Photorefractive Spatial Solitons

GUO Ru, LI Yi-gang, LING Zhen-fang, ZHOU Zong-wen, LIU Si-min

(*Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071*)

**Abstract** By treating photorefractive spatial soliton as rays in geometric optics, the action of the diffusion effect on propagation of PR spatial solitons is analyzed. Based on similarity between ray picture and classical mechanics picture, ray Hamiltonian equations of motion in a diffusion potential created by the induced change in the refractive index are resolved exactly by integrating. Results indicate that the center of the optical spatial solitons moves on a parabolic trajectory and the spatial frequency transverse component shifts linearly with propagation distance.

**Key words** optical spatial soliton, diffusion effect, geometric optics

## 1 引 言

由于光学空间孤子在光波导、光通信等领域具有潜在的应用价值, 光学空间孤子一直激发着人们的浓厚研究兴趣<sup>[1~3]</sup>, 能在低功率运行的光折变空间孤子无疑格外引人关注。光折变空间孤子是由光感应折射率变化引起光束自陷形成的。具体地说, 光激发载流子通过三种不同宏观迁移过程(扩散、漂移和光生伏打效应)使空间电荷发生分离。分离的空间电荷产生空间电荷场, 后者通过线性电光效应引起折射率的调制变化。这种光致折射率变化对光强的响应一般来说是非局域性的。然而, 在适当的条件下, 由漂移机制和光生伏打效应引起的折射率变化对光强的响应具有局域性, 这就有可能使光感应折射率的波导作用完全抵消光束的自衍射效应, 从而形成稳态光折变屏蔽孤子和光生伏打孤

子<sup>[4~7]</sup>。问题是由不均匀光强所激发的载流子的扩散运动对任何光折变材料都是不可避免的, 由扩散机制所导致的折射率变化对光强的响应总是非局域性的, 众所周知的不对称光扇就是由它引起的。那么, 扩散效应对稳态的光折变屏蔽孤子和光生伏打孤子有何影响? 一些实验和数值分析研究指出, 扩散效应会引起空间孤子轨迹弯曲, 但保持孤子光强轮廓不变<sup>[4,7]</sup>。文献[7]还就扩散对一维屏蔽孤子运动的影响作了进一步定量分析, 在孤子绝热演化近似下, 从一个猜解预言道: 孤子光束中心位置按抛物线轨迹偏离, 空间频率的横向分量随传播距离线性地变化。由于空间孤子非线性介质中无衍射地传播, 几何光学中的光线概念对此提供了一种最便捷的描述方式。几何光学与经典力学又十分相似。基于这些想法, 本文从光线的经典力学方程出发, 求解了在扩散效应影响下, 二维光折变屏蔽空间孤子

收稿日期 2001-05-21; 收到修改稿日期 2001-07-24

基金项目 国家自然科学基金(编号 89678018)资助项目。

\* E-mail: Guoru@nankai.edu.cn

和光生伏打空间孤子的运动轨迹,该解证实了文献[7]的推断。

## 2 分 析

由上所述,光学空间孤子非线性光学介质中的无衍射传播特性,最适合用几何光学中的光线进行描述,因为几何光学正是在无衍射极限下讨论光的传播问题的。事实上,光线光学在适当的条件下可以描述许多波动光学现象。光线光学又与质点的经典力学十分相似,即光线在折射率随位置缓慢变化的空间中的路径与质点在保守力场(有势场)中运动轨迹有重要的相似性。当折射率在光波波长范围内无明显变化时,波前上的各点沿正交于波前的光线进行传播,这种光线描述常常是十分精确的<sup>[8]</sup>。

费马原理指出,光线总是选择使光程为极小的轨迹,即在折射率为  $n(x, y, z)$  的介质中,从  $P_1$  点到  $P_2$  点的光程取

$$\int_{P_1}^{P_2} n(x, y, z) ds = \int_{P_1}^{P_2} n(x, y, z) \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} dz = \text{极小值} \quad (1)$$

式中  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = dz \times \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}$ ,  $x' = dx/dz$ ,  $y' = dy/dz$ 。如果将费马原理中的空间坐标  $z$  换成哈密顿原理中的时间  $t$ ,那么费马原理在形式上就是哈密顿最小作用量取极小的哈密顿原理。这种对比允许我们引入光线的拉格朗日函数

$$L = n(x, y, z) \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} \quad (2)$$

并给出相应的拉格朗日方程

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) = \nabla n \quad (3)$$

这正是熟知的几何光学中的光线方程。形式上,光线方程与经典力学方程有相似之处。如果我们进一步将拉格朗日函数  $L$  变换成哈密顿函数  $H$ ,并建立哈密顿方程,那么几何光学的光线方程与质点的经典力学方程则有更惊人的相似,这允许我们用处理经典力学的方法研究光线的传播问题。为此,仿照经典力学,先定义光线的广义动量

$$P_x = \frac{\partial L}{\partial x'}, \quad P_y = \frac{\partial L}{\partial y'} \quad (4)$$

在傍轴近似下,哈密顿函数具有如下形式<sup>[8]</sup>

$$H(x, y, P_x, P_y) = P_x x' + P_y y' - L \approx \frac{P_x^2 + P_y^2}{2n_0} - n \quad (5)$$

由此给出傍轴近似下的哈密顿方程

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\partial H}{\partial P_x} = \frac{P_x}{n_0}; \quad \frac{dP_x}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\partial H}{\partial P_y} = \frac{P_y}{n_0}; \quad \frac{dP_y}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial n}{\partial y} \quad (6)$$

改写成更熟悉的牛顿运动方程形式是

$$n_0 \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$n_0 \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{\partial n}{\partial y} \quad (7)$$

上述方程指出,光线可看作是具有质量为  $n_0$  的“粒子”在势场  $V = -n$  中运动的轨迹。如果我们把空间孤子看作是在狭窄空间内的一束光线,那么它在扩散效应影响下的传播问题就归结为求解在扩散势场中的经典力学问题了。

设一束  $x$  方向(也是晶体的晶轴方向)线偏振的  $e$  光,在同方向外场偏置下的光折变晶体中沿  $z$  方向传播,通过光折变效应写入二维空间电荷场<sup>[5]</sup>

$$E = E_0 \frac{1 + I_\infty}{1 + I} \left( 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + I}{1 + I_\infty} \right) e_x - E_D \tilde{\nabla}_\perp \ln(1 + I) \quad (8)$$

式中  $E_0$  是外场的大小,  $E_D = k_B T \kappa_D / q$  是扩散场,  $\kappa_D = \sqrt{q^2 N_A / \epsilon k_B T}$  是德拜屏蔽波矢的大小,  $\tilde{\nabla}_\perp = (\partial / \partial \xi, \partial / \partial \eta)$ ,  $\xi = \kappa_D x$ ,  $\eta = \kappa_D y$ 。上式是在小光强近似下,忽略了外场的非局域项给出的<sup>[5]</sup>。(8)式中右边的第一项是漂移机制引起的局域响应的贡献;第二项是扩散效应的贡献。如果忽略后一项扩散的贡献,数值分析结果表明,局域的空间电荷场所感应的局域折射率变化可以支持二维稳态的光折变屏蔽孤子<sup>[5]</sup>。

在无偏置外场的光生伏打光折变晶体中,在同上近似下,由  $e$  光所感应的空间电荷场具有如下形式<sup>[6]</sup>

$$E = \left[ E_{ph} \frac{I}{1 + I} + \frac{E_{ph}}{\chi(1 + I)} \ln \frac{1 + I}{1 + I_\infty} \right] e_x - E_D \tilde{\nabla}_\perp \ln(1 + I) \quad (9)$$

如果忽略上式右边第二项的扩散贡献,该空间电荷场感应的折射率变化具有典型的饱和非线性形式<sup>[6]</sup>

$$\Delta n = \Delta n_0 \left( 1 - \frac{I - I_\infty}{1 + I} \right) \quad (10)$$

式中  $\Delta n_0 = -\frac{1}{2} n_0^3 r_{33} E_{ph}$ ,  $E_{ph} = \beta_{ph} \gamma N_A / q \mu s$  为光生伏打场,  $r_{33}$  为电光张量元,  $n_0$  为背景折射率。对于具有饱和和非线性的折射率变化,文献[9]的数值分析发现,存在有稳态的二维径向对称的空间孤子。这就

是说在忽略扩散效应的影响下,光感应的局域折射率变化可以维持二维稳态的光折变屏蔽孤子和光折变光生伏打孤子。当光束在横向截面上的光强分布,即  $I(\xi, \eta)$  相对于  $\xi, \eta$  的变化比较光滑时,光束的直径又不十分小的情况下,这种忽略扩散贡献虽然是允许的,但如上所述,扩散效应的作用总是或大或小存在的。为了研究它的影响,我们把扩散效应当作一种微扰,它对空间孤子运动的影响看作是质量为  $n_0$  的粒子在扩散势  $V$  中的运动,这样我们可以借助于光线经典力学方程(7)定量地计算扩散效应对孤子传播轨迹的影响。从(8)和(9)两式中的最后一项还不难看出,扩散效应对外场偏置的屏蔽孤子和无外场的光生伏打孤子的影响是相同的,因此,在这两种情况下,对沿晶轴方向偏振的  $e$  光,所看到的扩散势都具有如下形式

$$V = -\Delta n_D = \frac{1}{2} n_0^3 r_{33} E_D \frac{\partial}{\partial \xi} \ln(1+I) = \frac{\Delta n_{0D}}{\kappa_D} \frac{\partial}{\partial x} \ln(1+I) \quad (11)$$

式中  $\Delta n_{0D} = \frac{1}{2} n_0^3 r_{33} E_D$ 。将(11)式代入(7)式后给出

$$n_0 \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{\partial \Delta n_0}{\partial x} = \frac{\Delta n_{0D}}{\kappa_D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln(1+I) \quad (12)$$

注意到在光折变晶体内形成的空间孤子,其光强不随  $z$  变化,仅是横向坐标  $x, y$  的函数,这样我们就可以对(12)式直接积分。在  $x(z=0) = 0, x'(z=0) = 0$  的条件下,可解出孤子中心的  $x$  坐标

$$x = \frac{\Delta n_{0D}}{n_0 \kappa_D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln(1+I) z^2 \equiv \Delta x z^2 \quad (13)$$

沿  $x$  方向的动量

$$P_x = n_0 \frac{dx}{dz} = 2 \frac{\Delta n_{0D}}{\kappa_D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln(1+I) z \equiv \Delta P_x z \quad (14)$$

方程(13)指出,光折变空间孤子( $e$ 光)在扩散效应的作用下,孤子中心的  $x$  坐标随传播距离  $z$  的平方变化,即孤子沿抛物线轨迹偏离光轴。由  $P_x = \frac{\lambda_0}{2\pi} k_x^{[8]}$ , 可给出孤子波矢的  $x$  分量

$$k_x = \frac{4\pi \Delta n_{0D}}{\lambda_0 \kappa_D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln(1+I) z \equiv \Delta k_x z \quad (15)$$

它指出孤子波矢的  $x$  分量随传播距离线性变化。

由(13)式和(15)式给出的结果与文献[7]用猜测方式给出的结果是一致的。但不难看出,用光线动力学方程(7)描述孤子在扩散效应作用下的运动,

不仅十分简单,而且十分容易理解。文献[10]还指出,用光线的经典力学方程描述空间孤子之间的相互作用问题,对许多独特的作用性质会给出直观的认识。

### 3 结 论

把空间孤子看作几何光学中的光线,从与经典力学相似的光线动力学方程(7)出发,我们讨论了二维稳态的光折变屏蔽孤子和光折变光生伏打孤子在扩散效应作用下的自弯曲现象。定量分析的结果表明,在扩散效应影响下,孤子光束中心位置按抛物线轨迹偏离光轴,横向波矢线性地随传播距离变化。文章还说明,光线光学不仅在光波导中大有用武之地,在讨论空间孤子传播和相互作用等问题中也提供了一种便捷的方法。

### 参 考 文 献

- 1 Song Lan, Eugenio DelRe, Zhigang Chen *et al.*. Directional coupler with soliton-induced waveguides [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(7):475~477
- 2 Zhigang Chen, Mordechai Segev, D. N. Christodoulides *et al.*. Waveguides formed by incoherent dark solitons [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(16):1160~1162
- 3 C. T. Law, X. Zhang, G. A. Swartzlander, Jr.. Waveguiding properties of optical vortex solitons [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(1):55~57
- 4 A. A. Zozulya, D. Z. Anderson. Propagation of an optical beam in a photorefractive medium in the presence of a photogalvanic nonlinearity or an externally applied field [J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **51**(2):1520~1531
- 5 B. Crosignani, P. Di Porto, A. Degasperis *et al.*. Three-dimensional optical beam propagation and solitons in photorefractive crystals [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1997, **14**(11):3078~3090
- 6 Ling Zhenfang, Guo Ru, Liu Simin *et al.*. Optical vortex solitons in photovoltaic-photorefractive medium [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 2000, **49**(3):455~459 (in Chinese)
- 7 M. I. Carvalho, S. R. Singh, D. N. Christodoulides. Self-deflection of steady-state bright spatial solitons in biased photorefractive crystals [J]. *Opt. Comm.*, 1995, **120**(5/6):311~315
- 8 D. Marcuse. *Light Transmission Optics* [M]. New York: Bell Laboratories. van Nostrand Reinhold, 1972
- 9 V. Tikhonenko, Y. S. Kivshar, V. Steblina *et al.*. Vortex solitons in a saturable optical medium [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1998, **15**(1):79~86
- 10 M. R. Belic, A. Stepken, F. Kaiser. Spatial screening solitons as particle [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(1):83~86