

文章编号 : 0258-7025(2002)08-0703-04

非偏振大角度高精度减反膜的设计

杨开勇, 龙兴武

(国防科技大学理学院光电工程系, 湖南长沙 410073)

提要 对“Needle”法提出了一种更直观、物理上更容易理解的推导方式,对其中的相关问题作出了详细推导,并基于此设计出了在激光陀螺研制过程中遇到的非偏振大角度高精度减反膜。

关键词 减反膜, 激光陀螺, “Needle”法

中图分类号 O 484 **文献标识码** A

Design of High-precision , Large-angle Inciden , Nonpolarization Anti-reflection Coatings

YANG Kai-yong , LONG Xing-wu

(*Photoelectric Engineering Department , Institute of Theoretical Science , NUDT , Changsha 410073*)

Abstract A new model of the “Needle” method that is more intuitionistic and physically more easily interpreted has been brought out, and the corresponding subject has been deduced particularly. The needed large incidence-angle, high-accuracy, non-polarization anti-reflection coating encountered in the process of development of laser-gyro has been designed successfully.

Key words anti-reflection, laser-gyro, “Needle” method

在新型激光陀螺的研制过程中,要求设计出非偏振大角度入射的高精度减反膜系。1958年 Baumeister 把膜系设计归结为最优化问题以后,它一直是膜系设计领域应用最广泛的方法。但在很多情况下,由于评价函数容易陷入局部极值而使优化过程停止,致使优化方法很难达到全局最优值或者满足要求的局部极值^[1]。俄罗斯教授 A. V. Tikhonravov 于 1982 年提出的“Needle”法解决了上述难点。本文即采用这种方法,但考虑到这一方法的计算过程复杂,不太容易直观地理解,因此提出了一种新的理解模式,从一种更直观、物理上更容易理解的方式来理解“Needle”法,并推导了相应的计算公式。

在斜入射情况下,任一折射率为 n 的膜层的有效折射率为

$$n_{\text{eff}}^s = (n^2 - n_a^2 \sin^2 \gamma_a)^{1/2}$$
$$n_{\text{eff}}^p = n^2 / (n^2 - n_a^2 \sin^2 \gamma_a)^{1/2}$$

此处 n_a 为外围介质的折射率, γ_a 为入射角, s 和 p 分别表示 s 和 p 偏振。

从以上公式可以证明,对 s 偏振,高低折射率材料的有效折射率的比率比相应的高低折射率比率大,相反,对 p 偏振,高低折射率材料的有效折射率的比率比相应的高低折射率比率小,根据最大值原理, s 偏振比 p 偏振更容易得到好的结果,实际设计经验也证明了这一点。入射角越大时这种差别就越大,因此要在大角度入射的条件下设计非偏振膜就越困难。本文要求在波长范围为 $0.62 \sim 0.65 \mu\text{m}$ 和入射角 45° 的条件下设计出 s, p 偏振的反射率都小于万分之一的非偏振膜。

1 基本思想

膜系中沿与膜层垂直的方向上的每一点都可看作是一个折射率为给定值、厚度为零的膜层,在此暂称为“虚拟层”。此虚拟层的折射率可以这样来确

收稿日期 2001-11-16;收到修改稿日期 2002-03-11

作者简介 杨开勇(1974—)男,国防科技大学理学院光电工程系在读博士生,主要从事光电子技术和镀膜技术的研究。

E-mail: imuyiky@163.com

定对于所提供的材料,哪一种能使评价函数对虚拟层的厚度的梯度取最小值,则这种材料的折射率即为虚拟层的折射率,即满足下式的折射率

$$\frac{\delta F(z)}{\delta d} = \min_{1 < j < J} \left[\frac{\delta F(n_j, z)}{\delta d} \right]$$

式中 F 为评价函数, d 为虚拟层的厚度, n_1, n_2, \dots, n_j 表示所有提供的材料的折射率, z 为虚拟层在膜系坐标中的位置。

用梯度法优化膜系后,只能得到评价函数对每一膜层厚度的梯度为零(或接近零),但不能保证对膜层中每一虚拟层(如位于某一实际膜层的中间的某一点处的虚拟层)的梯度为零(或接近零)^[2]。改进的“Needle”法通过将评价函数对膜系中每一点处的虚拟层的厚度求梯度,再取所有虚拟层梯度的最小值。假设评价函数对某一虚拟层的厚度的梯度最小,当此时梯度为负值时,说明增加这一虚拟膜层的厚度可使评价函数降低。在确定了虚拟层的位置和折射率后对整个膜系进行优化,然后再对新得到的膜系寻找虚拟层的位置,再优化,……,如此往复,直到评价函数对膜层中每一虚拟层的厚度的梯度都非负或者经过优化后虚拟层的厚度非常接近 0,则整个优化过程停止。从优化过程可以看出,经过优化

后,膜层中每一点处评价函数的梯度都非负或非常接近 0,即可以说在给定的初始条件下,已得到了最优化的膜系。

2 数学推导

此处涉及的最基本的理论问题就是如何有效地求出评价函数对膜层中虚拟层厚度的梯度,下面将对这一过程作详细推导^[1~4]。

假设膜系有 m 层膜,从基底到外层空间依次编号为 $1, 2, \dots, m$,每一层膜的厚度和折射率分别为 d_1, d_2, \dots, d_m 和 n_1, n_2, \dots, n_m ,其中第 k 层是虚拟层(即实际上膜系中有 $m-1$ 层膜)。膜系如图 1 所示。图中 A_1, A_2, \dots, A_{m+1} 为每一边界处的导纳。

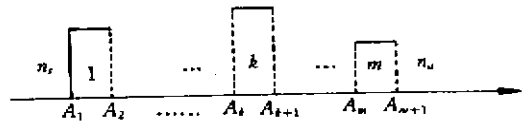


图 1 膜层结构图

Fig.1 Structure of film layers

膜层中导纳微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{dA_s(z, \lambda)}{dz} &= ik[n^2(z) - \alpha^2 - A_s^2(z, \lambda)] & A_s(0, \lambda) &= q_{ss} \\ \frac{dA_p(z, \lambda)}{dz} &= ik\left\{n^2(z) - \left[\frac{1 - \alpha^2}{n^2(z)}\right]A_p^2(z, \lambda)\right\} & A_p(0, \lambda) &= q_{sp} \end{aligned}$$

其中 z 轴从基底指向外层空间,原点在膜层与基底的交界处,膜层外边界的坐标为 z_a , $A_s(z, \lambda)$, $A_p(z, \lambda)$ 分别为膜层中 z 处 s 偏振和 p 偏振下的导纳, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, $\alpha = \sin(\gamma_0)$ (假设外围空间为空气) 为常数, γ_0 为光线的入射角, $q_{ss} = n_s \cos(\gamma)$, $q_{sp} = n_s / \cos(\gamma)$, n_s 为基底的折射率, γ 为光线在基底中偏离 z 轴的角度。

假设虚拟层厚度变化一微小值 Δz ($\Delta z \rightarrow 0$),引起该层导纳的变化可由导纳微分方程得到(取一阶近似)

$$\begin{aligned} \Delta A_s &= ik(n_k^2 - \alpha^2 - A_{sk}^2)\Delta z \\ \Delta A_p &= ik\left[n_k^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{n_k^2}\right)A_{pk}^2\right]\Delta z \end{aligned}$$

膜层间导纳存在递推公式*

$$A_{j+1} = \frac{iq_j \sin(\varphi_j) + A_j \cos(\varphi_j)}{\cos(\varphi_j) + i/q_j A_j \sin(\varphi_j)} \quad (1)$$

此公式对 s, p 偏振都成立,只是在 s 偏振下, $q_j = n_j \cos(\gamma_j)$ 在 p 偏振下, $q_j = n_j / \cos(\gamma_j)$, 其中 $\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j d_j \cos(\varphi_j)$ 为位相厚度, γ_j 为第 j 层中光线偏离 z 轴的角度。

当第 k 层的导纳变化时,由导纳递推公式可知第 k 层以后的所有层的导纳均会因此而变化,当 $j \geq k$ 时

$$\Delta A_{j+1} = \frac{1}{[\cos(\varphi_j) + i/q_j A_j \sin(\varphi_j)]^2} \Delta A_j$$

$$\text{令 } \Delta \psi_j = \frac{1}{[\cos(\varphi_j) + i/q_j A_j \sin(\varphi_j)]^2} \psi_{j+1}$$

因此

$$\Delta A_{j+1} \psi_{j+1} = \Delta A_j \psi_j$$

所以

$$\Delta A_{m+1} \psi_{m+1} = \Delta A_k \psi_k$$

另一方面

$$r(\lambda) = \frac{q_a - A(z_a, \lambda)}{q_a + A(z_a, \lambda)}$$

* 以下公式推导中,若未特别指出 s, p 偏振,则表示对 s, p 偏振都成立。

其中 $q_a = \sin(\gamma_0)$, $r(\lambda)$ 为膜层的振幅反射系数。可以推出

$$\Delta r(\lambda) = -\frac{[1 + r(\lambda)]^2}{2q_a} \Delta A(z_a, \lambda)$$

进而得出

$$\begin{aligned} \Delta R(\lambda) &= 2\text{Re}\{r^*(\lambda) \Delta r(\lambda)\} = \\ &= -\text{Re}\left\{\frac{r^*(\lambda) [1 + r(\lambda)]^2}{q_a} \Delta A(z_a, \lambda)\right\} \end{aligned}$$

其中 $R(\lambda)$ 为能量反射率。令评价函数为^[5]

$$F = \left\{ \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left[\left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right]^2 + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right]^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (2)$$

其中 \tilde{R}_s 和 \tilde{R}_p 为 s, p 偏振下的目标反射率, $\Delta \tilde{R}_s$ 和 $\Delta \tilde{R}_p$ 为 s, p 偏振下的容许精度。则

$$\begin{aligned} \Delta F &= \left\{ \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right]^2 + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right]^2 \right\}^{-1/2} \times \\ &= \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left\{ \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right] \frac{1}{\Delta \tilde{R}_s} \Delta R_s(\lambda_l) + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right] \frac{1}{\Delta \tilde{R}_p} \Delta R_p(\lambda_l) \right\} = \\ &= -\left\{ \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right]^2 + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right]^2 \right\}^{-1/2} \times \\ &= \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left\{ \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right] \frac{1}{\Delta \tilde{R}_s} \text{Re}\left\{ \frac{r_s^*(\lambda_l) [1 + r_s(\lambda_l)]^2}{q_{as}} \Delta A_s(z_a, \lambda_l) \right\} + \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right] \frac{1}{\Delta \tilde{R}_p} \text{Re}\left\{ \frac{r_p^*(\lambda_l) [1 + r_p(\lambda_l)]^2}{q_{ap}} \Delta A_p(z_a, \lambda_l) \right\} \right\} \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \psi_{sm+1} &= \left\{ \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right]^2 + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right]^2 \right\}^{-1/2} \frac{1}{2L} \frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \frac{1}{\Delta \tilde{R}_s} \frac{r_s^*(\lambda_l) [1 + r_s(\lambda_l)]^2}{q_{as}} \\ \psi_{pm+1} &= \left\{ \frac{1}{2L} \sum_{l=1}^L \left[\frac{R_s(\lambda_l) - \tilde{R}_s}{\Delta \tilde{R}_s} \right]^2 + \left[\frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \right]^2 \right\}^{-1/2} \frac{1}{2L} \frac{R_p(\lambda_l) - \tilde{R}_p}{\Delta \tilde{R}_p} \frac{1}{\Delta \tilde{R}_p} \frac{r_p^*(\lambda_l) [1 + r_p(\lambda_l)]^2}{q_{ap}} \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \Delta F &= -\sum_{l=1}^L \text{Re}\{ \psi_{sm+1}(\lambda_l) \Delta A_s(z_a, \lambda_l) + \psi_{pm+1}(\lambda_l) \Delta A_p(z_a, \lambda_l) \} = \\ &= -\sum_{l=1}^L \text{Re}\{ \psi_{sk}(\lambda_l) \Delta A_{sk} + \psi_{pk}(\lambda_l) \Delta A_{pk} \} = \\ &= -\sum_{l=1}^L \text{Re}\{ \psi_{sk}(\lambda_l) ik [n_k^2 - \alpha^2 - A_{sk}^2] + \psi_{pk}(\lambda_l) ik [n_k^2 - (1 - \alpha^2/n_k^2) A_{pk}^2] \} \Delta z = \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{2\pi}{\lambda_l} \text{Im}\{ [n_k^2 - \alpha^2 - A_{sk}^2] \psi_{sk}(\lambda_l) + [n_k^2 - (1 - \alpha^2/n_k^2) A_{pk}^2] \psi_{pk}(\lambda_l) \} \Delta z \end{aligned}$$

令 $\Delta z \rightarrow 0$ 则

$$\frac{\delta F}{\delta z} = \sum_{l=1}^L \frac{2\pi}{\lambda_l} \text{Im}\{ [n_k^2 - \alpha^2 - A_{sk}^2] \psi_{sk}(\lambda_l) + [n_k^2 - (1 - \alpha^2/n_k^2) A_{pk}^2] \psi_{pk}(\lambda_l) \} \quad (3)$$

这就是评价函数对虚拟层厚度的梯度的最终计算公式。

3 应用

基于上述思想和方法,构造了相应的计算机算法,并建立了一套基于 windows 环境的薄膜自动设

计软件^[6,7]。此软件基本上能做到不依赖于设计者的设计经验,只要给出膜系设计的光谱要求和相应的精度要求,薄膜设计就能全自动完成^[3,4,8,10]。

运用此软件,对引言中要求的膜系进行了设

计^[8,9],设计时基底用石英,折射为 1.456,外围空间为空气,沉积材料的折射率为 1.48,1.63,2.10,2.48,初始结构是一层厚度为 1500 nm,折射率为 2.48 的膜层(此初始结构可以任意给定),设计结果如图 2 所示。设计中选择(2)式中的评价函数,设计精度选择 0.0001,最后得到的评价函数值为 0.4444,也就是 s_{ip} 偏振下的反射率的平均值约为万分之 0.5。

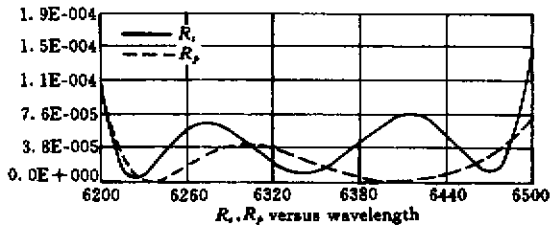


图 2 设计的 16 层高精度减反膜

结构为:石英/1836.9L 1095.0H 2177.4L 1774.2H 1535.2L 850.8M₂ 2356.8L 749.4H 1041.2M₁ 524.5H 824.7L 392.6H 755.0L 371.9H 474.3M₂ 1543.1L/空气,其中石英,L,M₁,M₂,H 分别表示折射率为 1.456,1.48,1.63,2.10,2.48

Fig.2 Resulted 16-layered high-accuracy, anti-reflection coating

The structure of the resulted coating is: quartz/1836.9L 1095.0H 2177.4L 1774.2H 1535.2L 850.8M₂ 2356.8L 749.4H 1041.2M₁ 524.5H 824.7L 392.6H 755.0L 371.9H 474.3M₂ 1543.1L/air, thereinto quartz, L, M₁, M₂ and H indicate material that refractive indices are 1.456,1.48,1.63,2.10,2.48, respectively

4 结 论

本文在保持了“Needle”法的计算速度快,收敛

性好和设计结果不依赖于初始值等优点外,对它提出了一种新的理解模式,并由此对其推导过程进行了改进,改进后的“Needle”更加直观,易于被人理解。根据此方法设计了满足要求的大角度、高精度减反膜。

参 考 文 献

- 1 Zhou Jian, Lin Yongchang. A new method of coating design [J]. *Optics Transaction*, 1997, **17**(10):1445~1449
- 2 Sh. A. Furman, A. V. M. Tikhonravov. Basics of Optics of Multilayer Systems [M]. Editions Frontiered, Gif-sur-Yvette, 1992
- 3 Alexander V. Tikhonravov. Some theoretical aspects of thin-film optics and their applications [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(28):5417~5426
- 4 Zhang Cheng, Lin Yongchang. tunnel method in the process of coating design [J]. *Photon Transaction*, 1999, **28**(1):61~63
- 5 Alexander V. Tikhonravov, Michael K. Trubetskov, Gary W. DeBell. Application of the needle optimization technique to the design of optical coatings [J]. *J. Appl. Opt.*, 1996, **35**(28):5493~5508
- 6 Alexander Tikhonravov, Michael Trubetskov. Development of the needle optimization technique and new features of “OPTILAYER” design software [C]. *SPIE*, 1994, **2253**:10~19
- 7 Alexander Tikhonravov, Michael Trubetskov. Thin films coatings design using second order optimization methods [C]. *SPIE*, 1992, **1782**:156~164
- 8 Gary W. DeBell. Use of a new synthesis algorithm to design polarization insensitive optical coatings [C]. *SPIE*, 1994, **2262**:187~197
- 9 A. V. Tikhonravov. On the optimality of thin-film optical coating design [C]. *SPIE*, 1990, **1270**:28~35
- 10 Pierre G. Verly. Optical coating synthesis by simultaneous refractive-index and thickness refinement of inhomogeneous films [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(31):7327~7333