

文章编号 : 0258-7025(2002)08-0691-03

# 具有 $e$ 指数关联噪声的单模激光的光强 关联函数和含时矩

王忠龙, 石亚非

(三峡大学物理系, 湖北宜昌 443003)

**提要** 利用线性近似方法, 推导了由  $e$  指数关联噪声驱动的单模激光增益模型的光强关联函数和含时矩, 利用计算机技术分析了它们随时间的演化特征, 发现了一些奇特的现象, 即在一定条件下, 光强关联函数及含时矩随时间的演化曲线均会出现双极值。

**关键词** 关联噪声, 单模激光, 增益模型, 光强关联函数, 含时矩

中图分类号 TN 241 文献标识码 A

## Correlation Function and Time-dependent Moment of the Intensity for a Single-mode Laser with Exponential Function Correlation Noise

WANG Zhong-long, SHI Ya-fei

(Department of Physics, Three Gorges University, Yichang 443003)

**Abstract** By means of linear approximation method, the intensity correlation function and time-dependent moments for the gain-noise model of a single-mode laser driven by exponential function correlation noise are derived. By using the computer technique, some novel phenomena are obtained. In certain cases, the time-evolution curves of the intensity correlation function and time-dependent moments exhibit two extreme values.

**Key words** correlated noise, single-mode laser, gain-noise model, intensity correlation function, time-dependent moment

单模激光模型通常包括两类噪声, 即乘法抽运噪声和加法量子噪声。众所周知, 抽运噪声的自关联形式有“白”的(自关联时间  $\tau_s \rightarrow 0$ )和“色”的(有限的  $\tau_s$ )两种, 而量子噪声一般作为白噪声来处理。两噪声之间还存在着互关联, 互关联形式也有“白”的(互关联时间  $\tau_m \rightarrow 0$ )和“色”的(有限的  $\tau_m$ )两种。近年来, 人们研究了自关联时间  $\tau_s$  或互关联时间  $\tau_m$  对单模激光统计性质的影响, 得到了一些有意义的结论<sup>[1~3]</sup>。本文利用线性近似方法<sup>[4]</sup> 推导了由  $e$  指数形式的自关联噪声和互关联噪声驱动的单模激光增益模型的光强关联函数和含时矩, 并利用计算机技术分析了它们随时间的演化特征。我们发现, 在互关联为正时, 光强关联函数和含时矩均随时间单调变化。在互关联为负但  $\rho$  的取值范围不同时, 光

强关联函数及含时矩随时间的演化曲线会出现单调变化、单极值或双极值等不同情形。至于线性近似方法的可靠性问题, 在文献 [4] 中已进行了讨论。

### 1 理论推导

#### 1.1 光强关联函数

单模激光增益模型的光强方程为<sup>[1]</sup>

$$\frac{dI}{dt} = -2kI + \frac{2GI}{1 + \beta I} + D + \frac{2I}{1 + \beta I} \xi(t) + 2\sqrt{I} \gamma(t) \quad (1)$$

其中噪声  $\xi(t)$  和  $\gamma(\tau)$  满足

$$\xi(t) = \gamma(\tau) = 0 \quad (2a)$$

$$\xi(t)\xi(t') = \frac{Q}{2\tau_s} e^{-|t-t'|/\tau_s} \quad (2b)$$

收稿日期 2001-06-27; 收到修改稿日期 2001-09-11

作者简介 王忠龙(1963.10—)男, 湖北鄂州市人, 三峡大学物理系副教授, 硕士, 主要从事非平衡态统计物理研究。E-mail: wangzhongl@x263.net

$$\gamma(t)\gamma(t') = D\delta(t-t') \quad (2c)$$

$$\xi(t)\gamma(t') = \xi(t')\gamma(t) = \frac{\rho\sqrt{QD}}{2\tau_m} e^{-|t-t'|/\tau_m}, \quad (-1 \leq \rho \leq 1) \quad (2d)$$

方程(1)(2)中,  $\rho$  为衡量噪声互关联程度的参数,  $Q$  和  $D$  分别为乘法和加法噪声强度;  $\beta = A/\Gamma$ ,  $A$  和  $\Gamma$  分别为自饱和系数和增益参数,  $k$  为损失参数;  $\tau_s$  和  $\tau_m$  分别为抽运噪声的自关联时间和噪声间的互关联时间。

将方程(1)在稳态  $I_0 = (\Gamma - k)/\beta k$  附近线性化得

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = -\gamma\delta(t) + D + \frac{2I_0}{1+\beta I_0}\xi(t) + 2\sqrt{I_0}\gamma(t) \quad (3)$$

式中  $\gamma = 2k(\Gamma - k)/\Gamma$ 。

下面仅讨论  $\gamma \neq \tau_s^{-1}$  和  $\gamma \neq \tau_m^{-1}$  的情形。

直接积分(3)式得

$$\delta(t') = e^{-\gamma t'} \left[ \frac{D}{\gamma} (e^{\gamma t'} - 1) + \frac{2I_0}{1+\beta I_0} \int_0^{t'} \xi(s) e^{\gamma s} ds + 2\sqrt{I_0} \int_0^{t'} \gamma(s) e^{\gamma s} ds \right] \quad (4)$$

利用方程(2)(4)及  $K(t) = I_0 + \delta(t)$ , 并根据光强关联函数的定义式

$$\lambda(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{K(t+t')K(t') - K(t')^2}{K(t')^2} \quad (5)$$

可以得到

$$\lambda(t) = \frac{2D}{\gamma I_0} e^{-\gamma|t|} + \frac{2Q\tau_s e^{-|t|/\tau_s} - \gamma^{-1} e^{-\gamma|t|}}{(1+\beta I_0)(\gamma^2 \tau_s^2 - 1)} + \frac{4\rho\sqrt{QDI_0}(\tau_m e^{-|t|/\tau_m} - \gamma^{-1} e^{-\gamma|t|})}{I_0(1+\beta I_0)(\gamma^2 \tau_m^2 - 1)} \quad (6)$$

## 2.2 光强含时矩

由方程(4)得

$$K(t) = I_0 + \delta(t) = I_0 + \frac{D}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) \quad (7)$$

所以

$$K_1(t) = K(t) / K(t)_{st} = \frac{I_0 + \frac{D}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})}{I_0 + \frac{D}{\gamma}} = 1 - \frac{De^{-\gamma t}}{\gamma I_0 + D} \quad (8)$$

光强协方差可由下式求得

$$K_2(t) = \frac{I^2(t) - K(t)^2}{(I^2(t) - K(t)^2)_{st}} = 1 + \left[ \frac{2I_0^2 Q}{(1+\beta I_0)\tau_s} \cdot \frac{1}{\gamma(\gamma + \tau_s^{-1})} + \frac{4I_0\rho\sqrt{DQI_0}}{(1+\beta I_0)\tau_m} \cdot \frac{1}{\gamma(\gamma + \tau_m^{-1})} + \frac{2I_0 D}{\gamma} \right]^{-1} \cdot \left\{ \frac{2I_0^2 Q}{(1+\beta I_0)\tau_s} \left[ \frac{-e^{-2\gamma t}}{\gamma(\gamma + \tau_s^{-1})} + \frac{1}{\gamma^2 - \tau_s^{-2}} (e^{-2\gamma t} - e^{-(\gamma + \tau_s^{-1})t}) \right] + \frac{4I_0\rho\sqrt{DQI_0}}{(1+\beta I_0)\tau_m} \left[ \frac{1}{\gamma^2 - \tau_m^{-2}} (e^{-2\gamma t} - e^{-(\gamma + \tau_m^{-1})t}) - \frac{e^{-2\gamma t}}{\gamma(\gamma + \tau_m^{-1})} \right] - \frac{2I_0 D}{\gamma} e^{-2\gamma t} \right\} \quad (9)$$

## 2 分析与讨论

### 2.1 关于光强关联函数

由式(6)绘出的光强关联函数  $\lambda(t)$  随  $t$  的变化曲线如图 1(a)(b)所示。仔细分析(6)式并由图 1(a)可知, 当  $\rho > 0$  或  $\rho < 0$  但  $|\rho|$  较小时,  $\lambda(t)$  随时间演化曲线单调衰减(图中仅给出  $\rho = -0.1$  的曲线), 而由图 1(b)可以看出, 在互关联为负且  $|\rho|$  不太小时,  $\lambda(t)$  随时间演化曲线存在两个极值。分析可知, 双极值情形主要是由于激光模型中存在两个噪声关联时间  $\tau_s, \tau_m$  引起的。事实上, 在互关联为负时, 抽运噪声的自关联时间  $\tau_s$  的存在会导致  $\lambda(t)$  的时间演化曲线取得极大值, 而抽运噪声与量子噪声的互关联时间  $\tau_m$  的存在则导致  $\lambda(t)$  的时间演化曲

线取得负极小值<sup>[3]</sup>。在激光模型中同时考虑噪声的自关联时间  $\tau_s$  和互关联时间  $\tau_m$ , 则  $\lambda(t)$  的时间演化曲线出现双极值, 但极小值变为正的了。

### 2.2 关于含时矩

由(8)(9)两式所绘出的含时矩  $K_1(t), K_2(t)$  随时间的演化曲线如图 2(a)~(d)所示。

由(8)式可知,  $K_1(t)$  与  $\rho, \tau_s, \tau_m$  均无关, 并且随  $t$  的增大而单调增加并趋于饱和(如图 2(a))。分析式(9)并由图 2(b)~(d)可知,  $K_2(t)$  与  $\rho$  的取值范围有关。当  $\rho > 0$  或  $\rho < 0$  但  $|\rho|$  较小时,  $K_2(t)$  随时间单调增加而趋于饱和(如图 2(b)), 图中未画出  $\rho > 0$  的曲线; 当  $\rho < 0$  但  $|\rho|$  较大时,  $K_2(t)$  随时间演化曲线出现一个极大值(如图 2(c)); 当  $\rho < 0$  但  $|\rho|$  不太大时,  $K_2(t)$  的时间演化曲线出现双极值,

即一个极大值和一个极小值(如图 2d)。由此可见,互关联为正时,含时矩  $K_X(t)$  随时间单调增加而趋于饱和。互关联为负时,  $K_X(t)$  随时间演化有不同的规律:当  $|\rho|$  较小时,  $K_X(t)$  随时间单调增加而趋于饱和,当  $|\rho|$  不太大时,  $K_X(t)$  的时间演化曲线出

现双极值,随  $|\rho|$  的增大,  $K_X(t)$  的时间演化曲线由双极值过渡到单极值。这说明:两个负关联噪声的关联的强弱对激光强度的协方差产生了完全不同的影响。

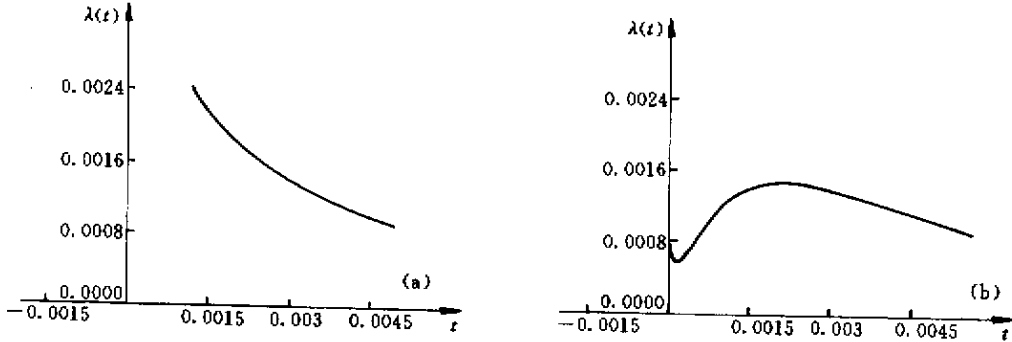


图 1 光强关联函数随时间的演化曲线

Fig.1 Time-evolution curves of  $\lambda(t)$

$\Gamma = 2000 \text{ s}^{-1}$ ,  $k = 1000 \text{ s}^{-1}$ ,  $Q = 30 \text{ s}^{-1}$ ,  $D = 2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 1$ ;  $\tau_s = 0.006 \text{ s}$ ,  $\tau_m = 0.0002 \text{ s}$ . (a)  $\rho = -0.1$ ; (b)  $\rho = -0.4$

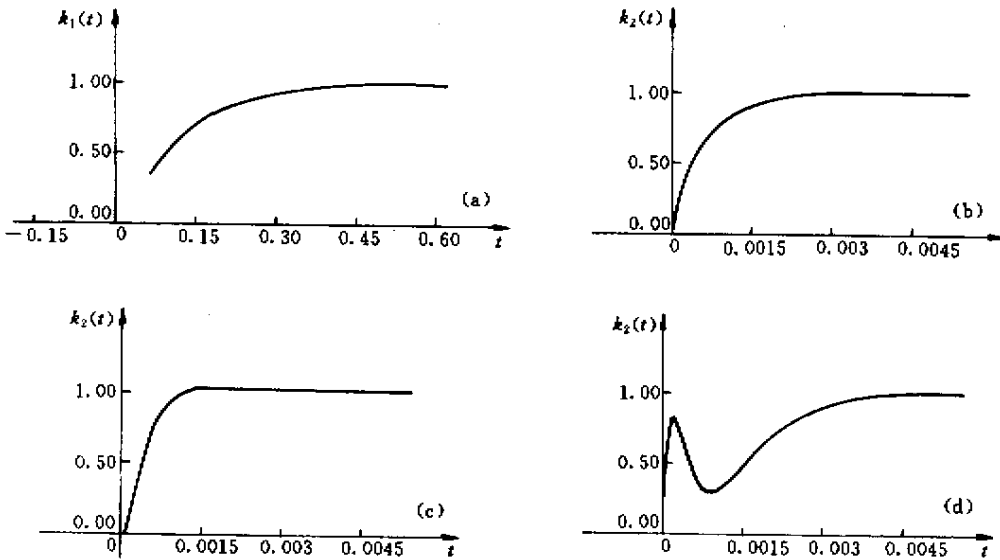


图 2 光强含时矩随时间的演化曲线

Fig.2 Time-evolution curves of the time-dependent moments

$\Gamma = 2000 \text{ s}^{-1}$ ,  $k = 1000 \text{ s}^{-1}$ ,  $Q = 30 \text{ s}^{-1}$ ,  $D = 2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 1$ ;  $\tau_s = 0.006 \text{ s}$ ,  $\tau_m = 0.0002 \text{ s}$

(b)  $\rho = -0.1$ ; (c)  $\rho = -0.7$ ; (d)  $\rho = -0.44$

## 参 考 文 献

- 1 Zhou Xiaoji, Cao Li, Wu Dajin. Statistical properties of the output light intensity in a single-mode laser driven by correlated noises[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 1998, **15**(3):183~185
- 2 Wang Zhonglong, Cao Li, Qiu Junlin. Correlation function and time-dependent moments of the intensity for gain-noise model of a single-model laser with exponential function correlation noise [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 1998, **15**(7):498~500
- 3 Wang Zhonglong, Shi Yafei, Cao Li *et al.*. Effects of the noise-correlation-time of a single-mode laser [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 2000, **A27**(11):1019~1024 (in Chinese)
- 4 E. Hernandez-Garcia, R. Toral, M. S. Miguel. Intensity correlation functions for the colored gain-noise model of dye lasers[J]. *Phys. Rev. A*, 1990, **42**(11):6823~6830