

文章编号: 0258-7025(2002)06-0537-04

X 射线激光在柱状等离子体中传播的理论研究

王 骐, 张新陆, 程元丽

(哈尔滨工业大学光电子技术研究所可调谐激光技术国家级重点实验室, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘要 对于电子密度和增益为线性分布的等离子体, 在几何光学近似下, 通过简化模型研究了毛细管放电 X 射线在柱状长等离子体柱中的传播与增益过程, 并给出了 X 射线激光的输出光强随偏转角的变化关系及偏离轴向的折射角。同时给出了 X 射线的饱和长度。

关键词 X 射线激光, 几何光学, 等离子体, 传播, 增益

中图分类号 TN 012; TN 248 **文献标识码** A

Propagation and Amplification Process of X-ray Laser in Cylindrical Plasma-column

WANG Qi, ZHANG Xin-lu, CHENG Yuan-li

(National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract By a simplified model of gain region, the propagation and amplification of capillary discharge X-ray within the cylindrical plasma with linear electron density profile are studied with the geometrical optics approximation. The angle of refraction and the relation between out-put intensity and deflection angle are given. The saturation length of X-ray is given, too.

Key words X-ray laser, geometrical optics, plasma, propagation, gain

近年来, 实验室毛细管放电 X 光激光取得了很大的进展。J. J. Rocca 等利用毛细管放电氙气已获得了类氙氙 $J = 0-1$ 跃迁的 X 光激光饱和输出^[1,2]。而对于自发辐射的 X 射线, 只有当它沿着适当条件的圆柱状等离子体增益区传播时才能获得增益放大。由于柱状等离子体内径向存在电子密度梯度, 使 X 射线产生折射, 偏离出 X 射线的增益区, 缩短了 X 射线在等离子体内的增益长度, 限制了增益放大。对于毛细管快放电激励的 X 射线激光, 由于等离子体在箍缩过程中必然要沿径向产生电子密度梯度, 因而也就必然产生折射效应。为了得到高性能的 X 射线激光, 有必要对 X 射线激光在等离子体中的传播与放大规律进行研究。

1 增益区模型和 X 射线光路方程

对毛细管快放电激励的 X 射线激光, 我们采用如图 1 所示增益区模型: 等离子体增益区为以 z 轴为对称轴的圆柱体, 电子密度聚集于绕 z 轴半径为 a 的圆柱体内 ($a \ll L$)。密度沿径向发生变化, 而 X 射线激光沿 z 方向放大。在 z 方向所有性质是不变的。所选最优光线与出射端面的交点坐标为 (L, r_2, ϕ_2) 。利用圆柱体的几何知识, 可将位置矢量描述为 $\vec{r} = r\hat{\rho} + z\hat{z}$, \hat{z} 和 $\hat{\rho}$ 是平行于 z 轴和垂直于 z 轴的单位矢量。 $\hat{\rho}$ 与 x 轴的夹角为 θ 。通过对文献 [3] 的分析, 我们认为当毛细管中所充氙气低于 66 Pa 时, 电子密度径向分布近似于线性分布^[4,5]

$$n_e = n_0(1 - r/a) \quad (1)$$

收稿日期 2001-04-13; 收到修改稿日期 2001-06-14

作者简介: 王骐 (1942—) 男, 哈尔滨工业大学光电子技术研究所教授, 博导, 主要从事 X 光激光、激光成像等研究。E-mail: qiwang@hope.hit.edu.cn

n_0 为增益区最大电子密度, a 为圆柱状增益区的半径。采用射线方程来描述 X 射线的传播, 射线方程为

$$\frac{d}{ds} \left(\eta \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla \eta \quad (2)$$

其中 ds 为沿射线传播方向的路径微分, \vec{r} 为射线位矢, η 为等离子体的折射系数, 一般在等离子体中其表达式为^[6]

$$\eta = (1 - n_e/n_c)^{1/2} \quad (3)$$

n_e 为等离子体的电子密度, n_c 为等离子体的临界电子密度

$$n_c = \pi m_e c^2 / e^2 \lambda^2 \quad (4)$$

m_e 为电子的有效质量, c 为光速, λ 为 X 射线波长。

利用圆柱体的几何对称性则应有

$$\nabla \eta = \frac{d\eta}{dr} \hat{\rho} \quad (5)$$

如图 1 所示, 最优射线——接近于 z 轴方向传播的射线在增益区中通过了较长的距离, 因此有较大的增益, 这些射线因此比其他方向出射的射线更强。而对于非最优射线很快就偏离出增益区。取傍轴近似则可将 (2) 式化为

$$\frac{d^2 r}{dz^2} - r \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = \frac{d}{dr} \ln(\eta) \quad (6)$$

$$2 \frac{dr}{dz} \frac{d\theta}{dz} + r \frac{d^2 \theta}{dz^2} = 0 \quad (7)$$

对上面的 r 和 θ 的耦合波方程求解即可得到通过等离子体柱的 X 射线轨迹方程。

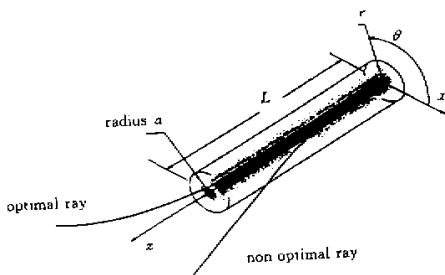


图 1 X 射线激光在圆柱状增益区中通过的轨迹

Fig. 1 A typical X-ray trajectory within the cylindrical plasma-column

对长等离子体柱而言, 除了近 z 轴且几乎沿 z 轴方向传播的最优射线可以从等离子体柱出射端面射出被探测系统接收外, 其他射线几乎都从等离子体柱侧面偏折出去, 对接收到的光强几乎没有贡献。因此对长等离子体柱而言 (6) 和 (7) 两式可以进一步简化为

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{d}{dr} \ln(\eta) \quad (8)$$

一般在等离子体中, 由于 $n_e \ll n_c$, 有 $\eta \approx 1$ 。这样就可以得到

$$d^2 r / dz^2 = n_0 / 2n_c a \quad (9)$$

由文献 [6] 定义折射角和折射长度

$$\phi_r = [n_0 / 2n_c]^{1/2}, L_r = a(2n_c / n_0)^{1/2} = a / \phi_r \quad (10)$$

将 (10) 式代入 (9) 式中, 可得方程

$$d^2 r / dz^2 = \phi_r / L_r \quad (11)$$

解此方程, 可得到 X 射线的轨迹方程

$$r = (\phi_r / 2L_r) z^2 + C_1 z + C_2 \quad (12)$$

为确定系数 C_1, C_2 , 设从等离子体出射端面的最优射线的坐标为 (L, r_2, ϕ_2) 并代入 (12) 式则应有

$$C_1 = \phi_2 - \phi_r L / L_r \quad (13)$$

$$C_2 = r_2 - \phi_2 L + \phi_r L^2 / 2L_r \quad (14)$$

2 输出的光强分布

X 射线激光光束从等离子体增益区出射, 光强随偏转角的关系可以通过对出射端面积分得到

$$F(\phi_2) = 2\pi \int_0^a I(r_2, \phi_2) r_2 \cos \phi_2 dr_2 \quad (15)$$

在连续折射的介质, 每条射线的光强由下述方程决定

$$\frac{d(I/\eta^2)}{ds} = \frac{g(I+s)}{\eta^2} \quad (16)$$

$$g = c^2 A_{21} / (8\pi\nu^2) n_u (1 - h_u n_l / h_l n_u) \nu \quad (17)$$

$$s = (2h\nu^3 / c^2) (1 - h_u n_l / h_l n_u) \quad (18)$$

其中 A_{21} 为爱因斯坦跃迁系数, h_u, h_l 和 n_u, n_l 分别为能级 u, l 的统计权重和粒子数, ν 为频率的线形函数。假设 s/η^2 为常量, 解 (16) 式有

$$I(G) = s(e^G - 1) \quad (19)$$

其中 $G = \int g ds$ 为最优射线的增益长度积。假设增益与电子密度成正比^[6], 可得到增益系数的关系式为

$$g = g_0(1 - r/a) \quad (20)$$

将 (20) 式代入 $G = \int g ds$ 中并取傍轴近似有

$$G = g_0 \int_0^L (1 - r/a) dz =$$

$$g_0 L (1 - L^2 / 6L_r^2 + \phi_2 L / 2a - r_2 / a) \quad (21)$$

将 (21) 代入 (19) 式中, 有

$$I(G) = s \{ \exp[g_0 L (1 - L / 6L_r + \phi_2 L / 2a - r_2 / a)] - 1 \} \quad (22)$$

令 $e_0 = \exp[g_0 L (1 - L^2/6L_r^2)]$,

$e_\phi = \exp(g_0 L^2 \phi_2/2a)$ 则有

$$I(G) = s [e_0 e_\phi \exp(-g_0 L r_2/a) - 1] \quad (23)$$

将 (23) 式代入 (15) 式得

$$F(\phi_2) = 2\pi a^2 s \cos\phi_2 \{ c \{ \exp[g_0 L (1 - L^2/6L_r^2)] + g_0 L^2 \phi_2/2a \} - 1/2 \} \quad (24)$$

其中 $c = e_0 a [1 - \exp(-g_0 L) - g_0 L \exp(-$

$g_0 L)] / (g_0 L)^2$ 取 $\lambda = 46.9 \text{ nm}$, $a = 175 \text{ }\mu\text{m}$, $g_0 = 1 \text{ cm}^{-1}$, $n_0 = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 通过计算可以得到 $n_c = 5 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$, $L_r = 7 \text{ cm}$, $\phi_r = 2.4 \text{ mrad}$. 由 (24) 式即可得到出射端光强的分布, 如图 2 所示.

由图 2 可以看到出射端光强随着增益区长度的增加而快速增长, 且由于圆柱状增益区内径向存在电子密度梯度, 所以其最大光强偏离轴线位置.

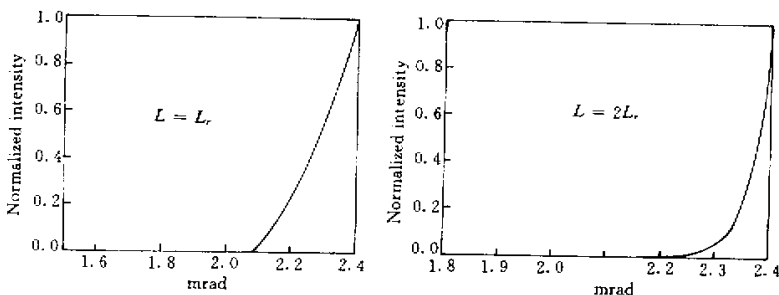


图 2 出射端光强随偏转角变化分布图形

Fig.2 Angular distribution of intensity

3 增益区长度的饱和问题

由于增益区内存在径向的电子密度梯度, 致使 X 光激光产生折射, 偏离出高电子密度区. 这种不利的因素限制了 X 光激光在增益区传播的长度, 这就是所谓的增益区长度的饱和问题⁴¹.

下面对 (24) 式进行讨论. 令 $g_{\text{eff}} L = g_0 L (1 - \frac{L^2}{6L_r^2}) + \frac{g_0 L^2}{2a} \phi_2$ 定义

$$g_{\text{eff}} = g_0 (1 - \frac{L^2}{6L_r^2}) + \frac{g_0 L}{2a} \phi_2 \quad (25)$$

(25) 式中 g_{eff} 即为实验中测得的有效增益系数, g_0 为在等离子体状态下通过解动力学方程得到的小信号增益系数, 对于 $\phi_2 = 0$ 的射线有

$$g_{\text{eff}} = g_0 (1 - \frac{L^2}{6L_r^2}) \quad (26)$$

由上两式可以知道, 等离子体的折射效应相当于在增益系数 g_0 上加一个负项, 使得实际测得的增益系数 g_{eff} 变小. 且从 (25) 式可以看出当其他参数不变时 g_{eff} 随 ϕ_2 的增加而增加. 令 (26) 式等于零, 则得 $\phi_2 = 0$ 的射线饱和长度为: $L_{\text{sat.}} = \sqrt{6} L_r$. 再令 (25) 式等于零则得到经过了整个等离子体长度由侧面出来的光线的饱和长度 $L_{\text{sat.}} = \frac{3L_r + \sqrt{33}L_r}{2}$. 因此可以说 X 光激光的强度不会随毛细管的长度而一直增长下去, 而是增长到一定长度后达到饱和. 在 (24) 式中设偏转角 $\phi_2 = 0$, 考察出射端光强随增益

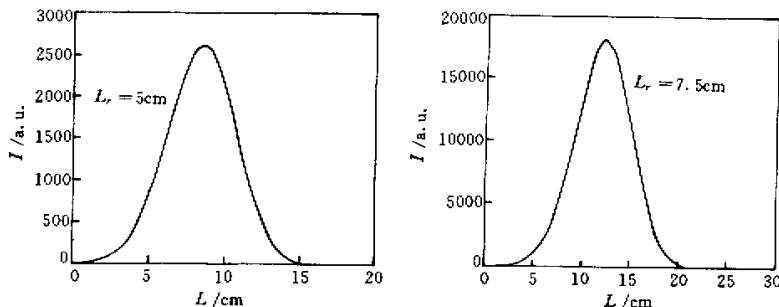


图 3 出射端光强随增益区长度变化图

Fig.3 Graph of intensity that changed with the length of amplification section

区长度变化的情况,如图3所示。

由图3可以分析出射端光强并非随增益区长度的增长而一直增长下去,而是增长到一定值时就不再增长,这一增益区饱和长度值是由折射长度 L_r 决定的,并且 L_r 的值越大增益区的饱和长度值也就越大,同时出射端的光强也就越大。由(10)式可知当圆柱状等离子体增益区的半径 a 一定时, L_r 与 ϕ_r 成反比,而 ϕ_r 又是由 n_0 决定的, n_0 由所充气体介质的压强所决定,因此我们可以说所充气体介质的压强决定了等离子体的饱和增益长度,同时也决定了圆柱状等离子体径向电子密度分布。

4 实验结果与理论的对比分析

1999年,C. D. Macchietto等在毛细管快放电产生的等离子体中46.9 nm类氩氩 $J=0-1$ 谱线上成功地进行了实验^[7],实验采用直径为3.2 mm的陶瓷毛细管,毛细管通道中充以61 Pa预电离气体氩气。等离子体柱由峰值为26 kA的脉冲电流激发,电流脉冲幅值的10%~90%上升时间大约为40 ns。在以上实验条件下,C. D. Macchietto等测了对应三个长度的毛细管的远场激光输出强度分布。在

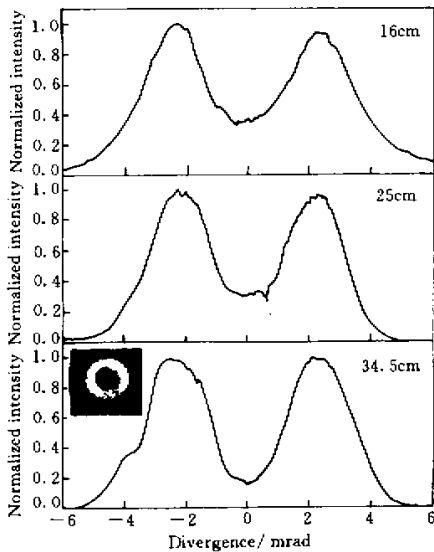


图4 不同长度的毛细管远场光强的分布

Fig.4 Cross sections of the far-field laser intensity distribution patterns that correspond to the capillary plasma column lengths indicated. The two-dimensional far-field laser intensity distribution pattern for the 34.5-cm-long amplifier is shown as an inset

以上所有情况下激光光束束形都为圆环形,这是因为在等离子体内部存在电子密度梯度使得射线产生折射的结果^[7,8]。图4给出了输出光强分布,每种情况下峰与峰之间的发散角都为4.6 mrad。对每种放大长度而言光束的束形都是一样的,只是等离子体柱越长峰越明显。正如第3部分所计算的那样, ϕ_2 越小的光线饱和长度越小,当等离子体长度增加时, ϕ_2 小的光线达到饱和,光强不再增加,而 ϕ_2 大的光线,其光强仍在不断增加,特别对偏转角为 ϕ_r 的光线随着等离子体长度的增加有最大的增益,因此峰值所对应的偏转角为 ϕ_r 。 ϕ_r 仅由 n_0 决定,与毛细管的长度没有关系。这也正说明了实验中峰与峰之间的发散角不随毛细管的长度而发生变化的原因。

5 结 论

本文所采用的电子密度线性分布模型计算简单,较好地解释了J. J. Rocca等实验中出现的显著边瓣的束轮廓这一实验结果,与J. J. Rocca等的实验结果符合得相当好,对指导毛细管放电抽运软X射线的实验研究有着重要意义。

参 考 文 献

- 1 J. J. Rocca, M. C. Marconi, J. L. A. Chilla *et al.*. Discharge-pumped soft-X-ray laser in neon-like argon [J]. *IEEE Selected Topics in Quantum Electronics*, 1995, 1(3):945~948
- 2 J. J. Rocca, D. P. Clark, J. L. A. Chilla *et al.*. Energy extraction and achievement of the saturation limit in a discharge-pumped table-top soft X-ray amplifier [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 77(8):1476~1479
- 3 C. H. Moreno, M. C. Marconi, V. N. Shlyaptsev *et al.*. Two-dimensional near-field far-field imaging of Ne-like Ar capillary discharge table-top soft-X-ray laser [J]. *Phys. Rev. A*, 1998, 58(2):1509~1514
- 4 Shao Yunfeng, Zhang Guoping. Propagation of X-ray laser in plasma [J]. *High Power Laser and Particle Beams* (强激光与粒子束), 1992, 4(2):181~185 (in Chinese)
- 5 Li Yingjun, Xu Aiguo, Peng Hansheng *et al.*. Simple simulation on the propagation process of X-ray laser in plasma [J]. *Chinese Journal of Computational Physics* (计算物理), 1998, 15(1):48~52 (in Chinese)
- 6 R. A. London. Beam optics of exploding foil plasma X-ray lasers [J]. *Phys. Fluids*, 1988, 31(1):184~191
- 7 C. D. Macchietto, B. R. Benware, J. J. Rocca. Generation of millijoule-level soft-X-ray laser pulses at a 4-Hz repetition rate in a highly saturated tabletop capillary discharge amplifier [J]. *Opt. Lett.*, 1999, 24(16):1115~1117
- 8 J. L. A. Chilla, J. J. Rocca. Beam optics of gain-guided soft-x-ray lasers in cylindrical plasmas [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1996, 13(12):2841~2851