

文章编号: 0258-7025(2002)05-0418-03

# 非线性增益介质中的小尺度自聚焦特性分析

林晓东, 王 道, 李大义, 陈建国

(四川大学光电系, 成都 610064)

**提要** 由光束在吸收(增益)介质中传输的非线性近轴波方程, 推导出了光束在两种介质中传输时, 由于小尺度调制的非线性增长所引起的小尺度自聚焦所满足的微分方程。进而讨论了光束在增益介质中传输时产生的小尺度自聚焦特性, 得出了其截止频率、最快增长频率、纹波的积分指数增益等特性随各参量的变化, 并推出了小尺度自聚焦产生的最小传输距离。

**关键词** B-T 理论, 小尺度自聚焦, 截止空间频率, 最快增长频率, 积分指数增益

**中图分类号** O 437.5 **文献标识码** A

## Analysis of Small-scale Self-focusing Effects in Nonlinear Media with Gain

LIN Xiao-dong, WANG Xiao, LI Da-yi, CHEN Jian-guo

(*Optoelectronics Department, Sichuan University, Chengdu 610064*)

**Abstract** The differential equation, describing the small-scale self-focusing effects caused by nonlinear growth of perturbation when laser beams are propagating in nonlinear media with gain (or loss), have been deduced from nonlinear propagational equation. Some characteristics of small-scale self-focusing of laser beams propagating in nonlinear media with gain have been analysed. Variations of cutoff spatial frequency, the fastest growing frequency, integral exponential gain of perturbation with different parameters have been specified.

**Key words** B-T theory, small-scale self-focusing, cutoff spatial frequency, the fastest growing frequency, integral exponential gain

## 1 引 言

在高功率激光系统中, 介质的非线性折射率引起的小尺度自聚焦效应将会影响光束相位和强度分布, 增加光学元件遭受成丝破坏的风险, 因而它是限制高功率激光系统输出功率的一个重要因素。关于小尺度自聚焦效应的危害和防范的研究始于 70 年代初, 在 1966 年 Bepalov 和 Talanov 发表的一篇文章<sup>[1]</sup>中(B-T 理论), 将小尺度调制视为对平面波的扰动, 假定背景光强为不随传输距离  $Z$  而增长(或衰减)的均匀平面波, 运用线性化等处理方法, 在小尺度扰动条件下导出了简化的传输方程, 并求得了最快增长频率和最大增长系数, 以及  $B$  积分等。以后的实验证实<sup>[2,3]</sup>了 B-T 的理论, 于是该理论被应用于指导高功率固体激光器的设计<sup>[4,5]</sup>。目前世界上

最大的高功率固体激光装置——“国家点火装置”的设计也是以 B-T 理论为指导的<sup>[6]</sup>, 可见它是处理非线性光传输的基本理论。但是, B-T 理论是有一定局限性的, 比方说它认为背景光强为常数, 并且不考虑介质的吸收(或增益)的影响, 而实际的光强是随传输距离而改变的, 且介质往往具有吸收(或增益)。在文献<sup>[7]</sup>中, 作者将 B-T 理论扩展到了具有吸收特性的介质, 利用傅里叶变换得出小尺度纹波频谱所满足的方程, 进一步导出了一个表示纹波增益的贝塞尔方程, 并通过讨论得出了两个新特性, 是一种比较先进实用的方法, 它准确地描述了小尺度自聚焦的特性。文献<sup>[8]</sup>也从 B-T 理论出发, 讨论了介质的增益和损耗对高功率激光器设计的影响, 认为小输入高增益能够从一定程度上抑制小尺度自聚焦。

收稿日期: 2001-03-05; 收到修改稿日期: 2001-05-16

基金项目: 国防科技重点实验室基金资助项目。

作者简介: 林晓东(1975—), 男, 四川大学光电系硕士研究生, 主要从事非线性光传输研究。E-mail: linxd@263.net

本文同样从 B-T 理论出发,通过研究与  $B$  积分相关的积分指数增益,着重分析和讨论了圆对称光束在具有增益特性的介质中传输时的小尺度自聚焦,得出了一小尺度纹波增益所满足的微分方程,并研究了最快增长频率和积分指数增益随各参量变化的曲线。着重研究了与以上文献不同的更加简化的推导方法,同时得出了一小尺度自聚焦增长的最小传输距离。

## 2 理论分析

当一圆对称线偏振光束  $E(r, z) = \sqrt{I(r, z)}e^{ik_0 S(r, z)}$  在非线性的各向同性吸收介质中传输时,它满足非线性近轴波方程

$$i2k_0(dE/dz + \alpha E/2) + \nabla_{\perp}^2 E = -2k_0^2(\delta n/n_0)E \quad (1)$$

其中,实函数  $I(r, z), S(r, z)$  分别为光束的光强和程函,后者与位相的变化有关。 $k_0 = 2\pi n_0/\lambda$  为介质中的波数, $\alpha$  为吸收(增益)系数, $r = (x, y)$  为光束剖面的坐标。将  $E$  代入(1)式,可得耦合方程

$$2 \frac{\partial S}{\partial z} + \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 = \frac{1}{k_0^2 I^{1/2}} \left( \frac{\partial^2 I^{1/2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial I^{1/2}}{\partial r} \right) + \frac{2\gamma I}{n_0} \quad (2)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} + \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right) \left(\frac{\partial I}{\partial r}\right) + I \left( \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) = -\alpha I \quad (3)$$

其中, $I = |E(r, z)|^2, \gamma$  为非线性折射系数。

假设入射场是一个强的均匀平面波叠加一个幅度和位相上弱的空间频率调制,即

$$S(r, z) = S_0(z) + S_1(z)e^{iqr} \quad (4)$$

$$I(r, z) = I_0(z) + I_1(z)e^{iqr} \quad (5)$$

其中, $|S_1| \ll S_0, |I_1| \ll I_0$ 。将(4),(5)式代入(2),(3)式中,由于扰动很小,将方程线性化后,并利用初始条件  $I_0(z=0) = I_0, S_0(z=0) = 0$ ,得到扰动的幅度和位相满足以下方程

$$dI_1/dz = I_0 S_1 q^2 - \alpha I_1 \quad (6)$$

$$dS_1/dz = \gamma I_1/n_0 - q^2 I_1/(4k_0^2 I_0) \quad (7)$$

由(6),(7)式,并令  $\psi = I_1/I_0$ ,可得

$$d^2\psi/dz^2 - q^2[\gamma_0 e^{-\alpha z}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\psi = 0 \quad (8)$$

要用解析法解出上式比较困难。但是由方程可以看出,当  $\{q^2[\gamma_0 e^{-\alpha z}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\}^{1/2} \geq 0$  时,即

$$e^{-\alpha z} \geq H = q^2/q_m^2 \quad (9)$$

扰动的幅度将指数地增长,其中  $q_m = 2k_0(\gamma_0/n_0)^{1/2}$  为无损耗介质中的截止空间频率,即对于  $q \geq q_m$  的空间纹波只能振荡而不会指数增长

。  $H = q^2/q_m^2$  为归一化频率。通过对(8)式的分析,可以得到与文献[5]相符的吸收介质情况的结论。下面着重讨论增益介质的情况。

对于增益情况(增益系数  $g = -\alpha > 0$ ),则(8)式变为

$$d^2\psi/dz^2 - q^2[\gamma_0 e^{gz}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\psi = 0 \quad (10)$$

但是,与吸收情况不同,随着增益的增加,小尺度调制的光强与背景光强接近,就不能将其看作小尺度扰动来讨论了。因此,为了便于讨论,将范围限定为开始阶段的线性增益,即饱和增益产生以前的部分。

通过对(9)式的分析可知,存在小尺度纹波增长的最小距离

$$z_{\min} = (2/g)\ln(q/q_m) \quad (11)$$

即只有当传输距离达到  $z_{\min}$  后,指数增长才出现。将  $\{q^2[\gamma_0 e^{gz}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\}^{1/2}$  从  $z_{\min}$  到  $z$  积分,可以得到光束在增益介质中传输到  $z$  处空间频率的积分指数增益谱

$$G = \int_{z_{\min}}^z \{q^2[\gamma_0 e^{gz}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\}^{1/2} dz = \frac{1}{4k_0(\gamma_0/n_0)(1/g)F(H)} \quad (12)$$

其中, $F(H) = \sqrt{H}[(e^{gz} - H)^{1/2} - \sqrt{H}\tan^{-1}(e^{gz}/H - 1)^{1/2}]$ 。可以看出,随着传输距离增加,截止空间频率将变为

$$q_c = 2k_0(\gamma_0 e^{gz}/n_0)^{1/2} = q_m e^{gz/2} \quad (13)$$

在图 1(a)中,我们作出了在增益系数  $g = 0.002$  时,不同传输距离下的积分指数增益  $G$  随  $H$  的变化曲线。可以看出,随着空间频率的增大,在低频部分增益  $G$  迅速增加,达到一最大值后逐渐减小,到截止空间频率处降为零;且传输距离越长,增益越大,截止空间频率越大。在图 1(b)中,作出了传输距离为  $z = 200$  cm 时,不同增益系数下  $G$  随  $H$  的变化曲线。可以看出,曲线形状与图 1(a)相似,只是在开始阶段,随着增益系数的增大,增益将减小,结合(12)式可以分析得出,当  $g$  进一步增加达到一定值后,增益将迅速增加;且增益系数越大,截止空间频率越大。式中的参数设置为: $n_0 = 1.5, \gamma = 2 \times 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>/W,  $I_0 = 110^9$  W/cm<sup>2</sup>,  $\lambda = 1.06$   $\mu$ m,  $k_0 = 2\pi n_0/\lambda$ 。

## 3 结 论

我们在 B-T 理论的基础上,加入了介质的吸收和增益的影响,通过推导得出了关于小尺度纹波增

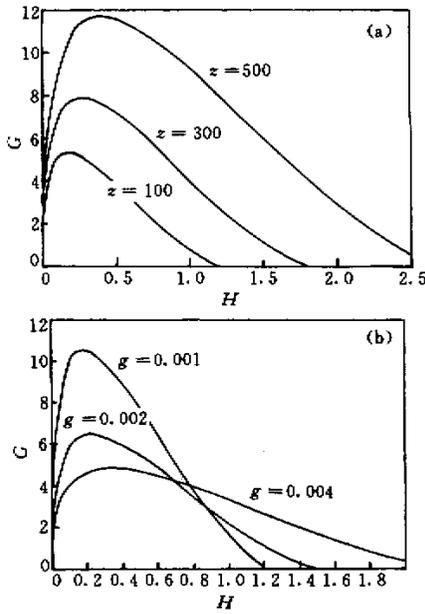


图1 增益介质中不同传输距离(a)和不同增益系数(b)下积分指数增益  $G$  随  $H$  的变化曲线

Fig. 1 Values of integral exponential gain  $G$  against  $H$  for different propagation distances (a) and different gain coefficients (b) in nonlinear media with gain

益的差分方程,并对其进行了分析讨论。在文献[9]中,我们将多级传输实验结果用相对强度噪声的方法进行了分析,结果表明,随着激光束在介质中传输距离的增加,它的中高频成分将成为最危险的频率成分,并且多级放大级间距和介质长度对光束传输影响巨大,由以上推导的最小传输距离可以分析出,适当地选择这两个参数可以有效地抑制小尺度自聚焦。这就验证了以上理论推导的正确性。对于吸收介质情况,通过我们的方法,得出了与文献[5]相符的结论。对于增益介质情况,由于存在一个指数增益产生的最小距离  $z_{\min}$ ,可以将激光系统中增益介质的长度控制在这个距离,只要尽量将光束在介质中传输的距离控制在一定的范围,那么就能

够最大限度地抑制小尺度纹波的增长。光束在增益介质中传播时,只有在其空间频率小于截止空间频率  $q_c$  时,小尺度纹波的积分指数增益才发生,且  $q_c$  与背景光强有关,并随着增益系数以及传输距离的增加而增大。从图 1(a)和(b)可知,最快增长频率也与背景光强有关,随着传输距离和增益系数的增大,它也将逐渐增大;同时,随着  $g$  的增大,积分指数增益  $G$  将随着  $g$  的增大而减小,但这并不意味着增益系数越大越好,因为随着  $g$  的进一步增大,达到一定值之后,增益就会随着  $g$  的增大而迅速增加,因此,适当地选择增益系数可以在一定程度上对小尺度纹波的增长有限制作用。

### 参 考 文 献

- 1 V. I. Bespalov, V. I. Talanov. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids [J]. *JETP Lett.*, 1966, **3**(3):307~310
- 2 A. J. Campillo, S. L. Shapiro, B. R. Suydam. Periodic breakup of optical beams due to self-focusing [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1973, **23**(11):628~630
- 3 E. S. Bliss, D. R. Speck, J. F. Holzrichter *et al.*. Propagation of a high-intensity laser pulse with small-scale intensity modulation [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**(8):448~450
- 4 William W. Simmons, John T. Hunt, William E. Warren. Light propagation through large laser systems [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1981, **QE-17**(9):1727~1744
- 5 J. A. Fleck, Jr., J. R. Morris, E. S. Bliss. Small-scale self-focusing effects in a high power glass laser amplifier [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1978, **14**(5):353~363
- 6 J. A. Paisner. National Ignition Facility Conceptual Design Report [R]. Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, UCRL-PROP-117093 (1994)
- 7 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Small-scale self-focusing of intense laser beams in nonlinear media with loss [J]. *Chinese J. Lasers (中国激光)*, 2000, **B9**(4):356~360 (in English)
- 8 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Theory of small-scale self-focusing of intense laser beams in media with gain or loss [J]. *Acta Physica Sinica (物理学报)*, 2000, **49**(7):1282~1286 (in Chinese)
- 9 Zhang Kejun, Jing Feng, Lin Xiaodong *et al.*. Relative intensity noise of beam from a high power laser after passing through a multi-stage amplifier [J]. *Chinese J. Lasers (中国激光)*, 2002, **A29**(4):343~346 (in Chinese)