

文章编号: 0258-7025(2002)04-0307-06

YG 算法设计衍射光学光束整形器件的 两种改进

田克汉, 严瑛白, 谭峭峰

(清华大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084)

提要 对 YG 算法进行了两种改进: ST 改进和 ST-输入输出联合改进, 数学证明了这两种改进的有效性, 并完成了衍射光学光束整形器件的设计。结果表明, 这两种改进使得算法对初始值不敏感, 获得了更好的整形性能, 具有更高的收敛效率。而且, ST-输入输出联合改进的使用可以缓解光束整形中不同性能参数间的矛盾。

关键词 衍射光学器件, 光束整形, ST 改进, ST-输入输出联合改进

中图分类号 O 436.1 **文献标识码** A

Two Kinds of Improvement on Yang-Gu Algorithm for the Design of Diffractive Optical Element Used for Beam Shaping

TIAN Ke-han, YAN Ying-bai, TAN Qiao-feng

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments,
Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract Two kinds of improvement, ST improvement and ST-input-output improvement, on Yang-Gu algorithm have been proposed to design diffractive optical elements (DOE) used for beam shaping in this paper. These kinds of improvement can provide less sensitivity to the initial phases, better shaping quality, and higher iterative convergence efficiency. The validity of the two kinds of improvement is proved mathematically, and is shown by simulation of the practical design. Further, the ST-input-output improvement can mitigate the contradiction among the different parameters in beam shaping.

Key words diffractive optical element, beam shaping, ST improvement, ST-input-output improvement

1 引 言

衍射光学器件(DOE)由于其设计的灵活性、高衍射效率等优点,在光束整形中起到很重要的作用。通常采用 GS^[1,2], YG^[3~7]等优化算法设计具有光束整形功能衍射光学器件;其中,GS 算法是 YG 算法的一种特例。YG 算法还可用于谐波分离器件^[5,6]、长焦深器件^[8]以及谐波分离和光束整形多功能组合器件的设计。

但是, YG 算法对初始值非常敏感,并难以满足对衍射光学器件越来越高的性能要求。为此,本文

提出了两种改进算法,能够明显改善整形光束的性能参数,且对初始值不敏感,可避免陷入局部最优。并对这两种改进的有效性给出了数学证明,计算实例也证实了改进的效果;此外,通过 ST-输入输出联合改进的使用发现了光束整形中平顶均匀性和旁瓣之间的矛盾关系,并针对这个矛盾提出了解决方案,具体的实例证实联合使用的效果和存在的问题。

2 YG 算法简介

一个典型的光学系统可以由图 1(a)表示。其

收稿日期: 2001-02-19;收到修改稿日期: 2001-04-16

基金项目: 国家高技术(863-416-2-3.7.973-G19990330)项目和国家重点实验室基金试点项目(JS77-9)资助课题。

作者简介: 田克汉(1977—)男,清华大学精仪系硕士,主要从事衍射光学器件的研制。E-mail: tanqf@post.pim.tsinghua.

中, P_1, P_2 为输入面和输出面。其间可以有各种光学元件,性能由 G 表示。

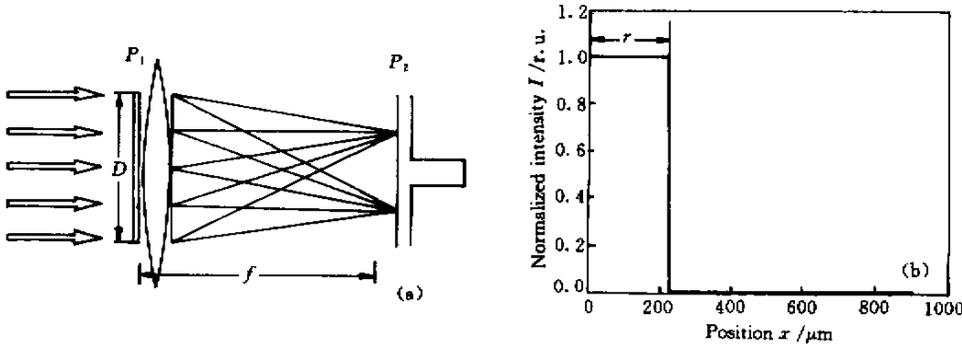


图 1 光束整形系统

(a) 光束整形系统 (b) 理想输出

Fig.1 Schematic of beam shaping system

(a) beam shaping system ;(b) ideal output

由 YG 算法 得到两个迭代公式 式(1)(3)

$$\exp(i2\pi h_{1k}/\lambda) = \frac{\bar{Q}_k^*}{|\bar{Q}_k|} \quad (1)$$

$$\bar{Q}_k = \frac{\sum_j [\rho_{1j} \exp(-i2\pi h_{1j}/\lambda) A_{jk}(\lambda)] - \sum_j [\rho_{2j} \exp(-i\phi_{2j}) G_{jk}(\lambda)]}{\sum_j G_{nm}(\lambda) \rho_{1m} \times \exp(i2\pi h_{1m}/\lambda)} \quad (2)$$

$$j, k = 1, 2, \dots, N, \quad A = G^+ G$$

$$\exp(i\phi_{2n}) = \frac{\sum_j G_{nm}(\lambda) \rho_{1m} \times \exp(i2\pi h_{1m}/\lambda)}{|\sum_j G_{nm}(\lambda) \rho_{1m} \times \exp(i2\pi h_{1m}/\lambda)|} \quad (3)$$

$$m, n = 1, 2, \dots, N$$

其中, N 为输入输出面的采样点数, $\rho_1, \rho_2, \lambda, h_1$ 分别为输入面振幅、输出面振幅、整形光束波长和 DOE 表面浮雕的刻蚀深度。

3 YG 算法的两种改进

YG 算法具有很大的设计灵活性和很高的计算收敛效率,但是它对初始值非常敏感,容易陷入局部极小点,并且得到的结果也难以满足对衍射光学器件越来越高的性能要求。为此,提出两种改进算法:ST 改进和 ST-输入输出联合改进。

3.1 改进的具体形式

由 ST 算法和输入输出算法对 GS 算法的改进思路^[9,10],提出对 YG 算法和 ST 改进和 ST-输入输出联合改进。这两种改进主要是针对(2)式,将(2)式中的 ρ_2 按下面的方式进行修正。

$$\phi_{1k} = \arg[\sum_j G_{jk}^+ \rho_{2j} \exp(i\phi_{2j}) - \sum_{j \neq k} A_{kj} \rho_{1j} \exp(i\phi_{1j})] =$$

ST 改进^[9]:

$$P_j = \frac{|\rho_{2j}|}{\sum_i |\rho_{2j}|}, \quad P_j^{(k)} = \frac{|\rho_{2j}^{(k)}|}{\sum_i |\rho_{2j}^{(k)}|},$$

$$\rho_{2j}^{(k)} = \begin{cases} |\rho_{2j}^{(k-1)}| \frac{P_j}{P_j^{(k)}} & \text{当 } P_j \neq 0 \\ 0 & \text{当 } P_j = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中,初始值 $|\rho_{2j}^{(0)}| = |\rho_{2j}|$ 。

ST-输入输出联合改进:

从式(4)可以看出,ST 改进只能修正理想输出非零的点,而对理想输出为零的点没有改进。为此,利用对零点有修正的输入输出改进^[10],并和 ST 改进联合使用,如式(5)

$$\rho_{2j}^{(k)} = \begin{cases} |\rho_{2j}^{(k-1)}| \frac{P_j}{P_j^{(k)}} & \text{当 } P_j \neq 0 \\ -\beta \rho_{2j} & \text{当 } P_j = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, β 为常数。

3.2 两种改进的有效性的数学证明

$\rho_{2j}^{(k+1)}$ 对于改进的 $\rho_{2j}^{(k)}$ 是否具有单调性?这个问题是对于判断 ST 算法和输入输出算法能否对 YG 算法有效的最重要的依据,即:在一个以 $\rho_{2j}^{(k)}$ 为中心的邻域内,当 $\rho_{2j}^{(k)} < \rho_{2j}^{(k)}$ 的时候, $\rho_{2j}^{(k+1)}$ 相对于 $\rho_{2j}^{(k)}$ 是否减小;当 $\rho_{2j}^{(k)} > \rho_{2j}^{(k)}$ 的时候, $\rho_{2j}^{(k+1)}$ 相对于 $\rho_{2j}^{(k)}$ 是否增加。现证明如下:

首先,可以把公式(2)写成如下的形式,即系统只对一种波长整形,其中 $\phi_{1j} = \frac{2\pi}{\lambda} h_{1j}$

$$\arg\left[\sum_j G_{jk}^+ \rho_{2j} \exp(i\phi_{2j}) - \sum_j A_{kj} \rho_{1j} \exp(i\phi_{1j}) + A_{kk} \rho_{1k} \exp(i\phi_{1k})\right] \quad (6)$$

将它写成向量和矩阵的形式

$$\phi_1 = \arg\{G^+ [\rho_2 \exp(i\phi_2) - A \rho_1 \exp(i\phi_1) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)]\} = \arg\{G^+ [\rho_2 \exp(i\phi_2) - G \rho_1 \exp(i\phi_1)] + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)\} \quad (7)$$

其中, A_{dig} 是由 A 的对角元组成的对角阵, $A_{n\text{dig}}$ 是除去对角元剩下的元组成的矩阵。

可以看出 $[\rho_2 \exp(i\phi_2) - G \rho_1 \exp(i\phi_1)]$ 就是 ϕ_1 得到的输出与理想结果的误差。公式(2)的本质就是将这个误差反算回输入面上, 得到补偿它的相位

与原来的相位叠加, 由于考虑的是单波长的光束整形, $G \rho_1 \exp(i\phi_1)$ 的相位就是 ϕ_2 , 所以

$$\phi_1 = \arg\{G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)\} \quad (8)$$

由这个 ϕ_1 得到的新的 $\rho_2^{(k+1)}$

$$\rho_2^{(k+1)} \exp(i\phi_2) = G \rho_1 \exp(i\phi_1) = G^* \rho_1 \frac{\{G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)\}}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} = \rho_1 \frac{GG^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + GA_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} \quad (9)$$

由于 A_{dig} 是对称阵, 所以 A_{dig} 和 G 乘积顺序可以交换

$$\begin{aligned} \rho_2^{(k+1)} \exp(i\phi_2) &= \rho_1 \frac{A [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} G \rho_1 \exp(i\phi_1)}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} = \\ &= \rho_1 \frac{(A_{n\text{dig}} + A_{\text{dig}} \mathbf{I}) [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_2^{(k)} \exp(i\phi_2)}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} = \\ &= \rho_1 \frac{A_{n\text{dig}} [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_2^{(k)} \exp(i\phi_2)}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} \\ \rho_2^{(k+1)} &= \rho_1 \frac{A_{n\text{dig}} [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] + A_{\text{dig}} \rho_2^{(k)}}{|G^+ [\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}] \exp(i\phi_2) + A_{\text{dig}} \rho_1 \exp(i\phi_1)|} \end{aligned} \quad (10)$$

可以看出, 在以 $\rho_2^{(k)}$ 为中心的邻域内, 即当 $\rho_2^{(k)}$ 和 $\rho_2^{(k)}$ 比较接近时, $\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}$ 是小量, 可以忽略, 所以 $\rho_2^{(k+1)}$ 在以 $\rho_2^{(k)}$ 为中心的邻域内是 $\rho_2^{(k)}$ 的线性单调增加的函数。

如果超出了可以忽略的邻域范围, 就要重新考虑。在分子部分, $\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}$ 引起的 $\rho_2^{(k+1)}$ 的变化方向与 ρ_2 的修正方向一样, 对于分母部分可以同样考虑, $\rho_2^{(k)} - \rho_2^{(k)}$ 引起的变化方向与修正方向相反, 就决定了这个单调性只在一个邻域内存在, 当 $\rho_2^{(k)}$ 和 $\rho_2^{(k)}$ 相差较大时就不能成立了。

因此, $\rho_2^{(k+1)}$ 对于 $\rho_2^{(k)}$ 在以 $\rho_2^{(k)}$ 为中心的邻域内单调增加。

4 改进后的计算结果

以下采用对圆对称的光束整形器件的设计作为例子, 来验证 ST 改进和 ST-输入输出联合改进对 YG

算法的有效性。

系统如图 1(a) 所示。输入为平面波, 理想输出如图 1(b) 所示, 中心光斑半径为 r , 算法离散化取 N 个采样点, 理想焦面光强输出表示为

$$I_{\text{ideal}}(m) = \begin{cases} \text{const} & m \leq M \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

为了描述光束整形的效果, 定义了以下几个性能参数, 能量利用率 η , 顶部不均匀性 RMS 和旁瓣 Δ

$$\begin{aligned} \text{能量利用率 } \eta &= \frac{\sum_{m=1}^M K(m)}{\sum_{m=1}^M K(m)} \\ \text{泄漏能量 } \epsilon &= 1 - \eta \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{顶部不均匀性 RMS} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M \left[\frac{K(m)}{T} - \bar{T} \right]^2}$$

$$\text{其中, } T = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M K(m) \quad (12)$$

$$\text{旁瓣 } \Delta = \frac{\max_{m \neq 1}^N [K(m)]}{T} \quad (13)$$

4.1 采用 ST 改进的计算结果

例 1,计算参数 :输入口径 $D = 180 \text{ mm}$, 焦距 $f = 600 \text{ mm}$, 波长 $\lambda = 1.053 \text{ }\mu\text{m}$, 光斑大小 $r = 175 \text{ }\mu\text{m}$, 平面波照射, 设计圆对称的光束整形器件。采

用几何变换的结果作为初值开始计算。

未采用 ST 改进和采用 ST 改进的计算结果分别如图 2 (a) (b) 所示。

例 1 的具体性能参数如表 1。

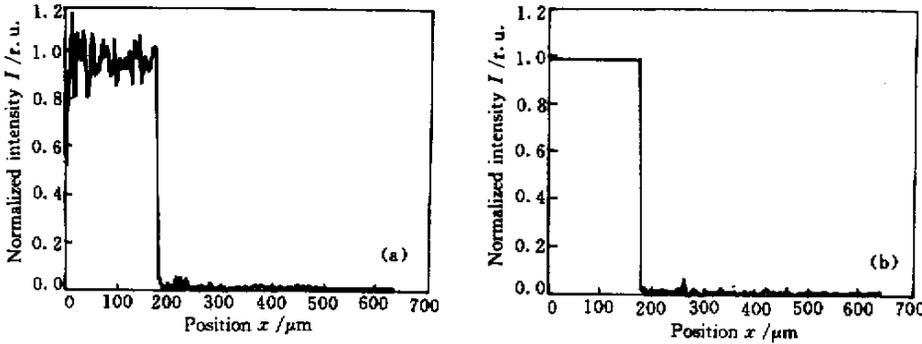


图 2 ST 改进对计算结果的影响

(a) 未采用 ST 改进 (b) 采用 ST 改进

Fig.2 Effect of ST improvement on the simulated results (a) without ST improvement ;(b) with ST improvement

表 1 ST 改进对计算结果的影响

Table 1 Effect of ST improvement on the results

	Energy efficiency η	Top non-uniformity RMS	Sideloop Δ
Without ST improvement	0.9824	0.1025	0.0543
With ST improvement	0.9852	0.0009	0.0700

可见 ST 改进对于 YG 算法的计算结果的整形性能,即顶部不均匀性有很明显的改进作用,但是对抑制旁瓣没有什么效果。这是由于 ST 的改进公式(4)对于理想输出振幅非零的点有修正作用,但对于理想输出振幅为零的点却没有任何修正。

加入 ST 改进以后, YG 算法的收敛性得到了明显的改善,其对初始值的敏感程度大大地降低,如例 2。

例 2,计算参数 :输入口径 $D = 180 \text{ mm}$, 焦距 $f = 600 \text{ mm}$, 波长 $\lambda = 1.053 \text{ }\mu\text{m}$, 光斑大小 $r = 225 \text{ }\mu\text{m}$, 平面波照射, 设计圆对称的光束整形器件, 都采用零初始相位为初值开始计算。

为了描述计算结果与理想输出的差异,在迭代过程中定义了参数 SSE

$$SSE = \frac{D^2}{\sum_k \|\rho_{2k}\|^2} = \frac{\sum_k \{\rho_{2k} - \|\sum_j G_{kj} \rho_{1j} \exp[i2\pi h_{1j}/\lambda_a]\|^2\}}{\sum_k \rho_{2j}^2} \quad (14)$$

通过 SSE 值随迭代次数的变化,可以看出迭代的收敛性。

未采用 ST 改进的计算结果如图 3 所示,采用 ST 改进的计算结果如图 4 所示。

可见,在初始值不理想的情况下,加入 ST 改进的 YG 算法依然能很好地收敛,获得理想的结果,对初始值不敏感。

在 YG 算法中加入 ST 改进,实际上相当于使目标函数产生了一个平移 S ,如图 5 所示,使得本来由于初始值的选取不当而陷入局部最优点的迭代过程,能够跳出局部极小点,降低了迭代过程对初始值的敏感性。

4.2 采用 ST-输入输出联合改进的计算结果

从式(4)可以看出,ST 只能修正理想输出非零的点,因此它对于改善平顶的均匀性有很好的作用,但对于抑制旁瓣却无能为力(如表 1)。而输入输出算法对任何点都可以进行修正,但是由于它没有建立各个点之间的联系,所以对于理想输出不为零的点它的修正效果明显不如 ST 算法。为了既能抑制旁瓣,又能很好地控制光斑的均匀性,因此,进一步采用 ST-输入输出联合改进,在理想输出非零的点采用 ST 改进,为零的点采用输入输出改进,如式(5)。

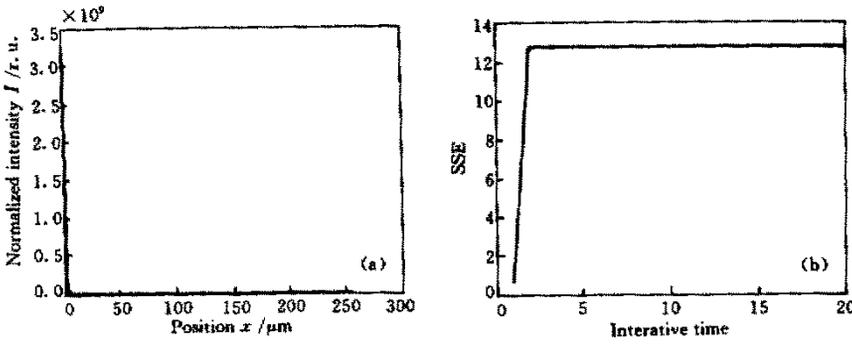


图 3 未采用 ST 改进

(a) 计算结果 (b) SSE 值随迭代次数的变化

Fig.3 Without ST improvement

(a) simulated results ;(b) SSE

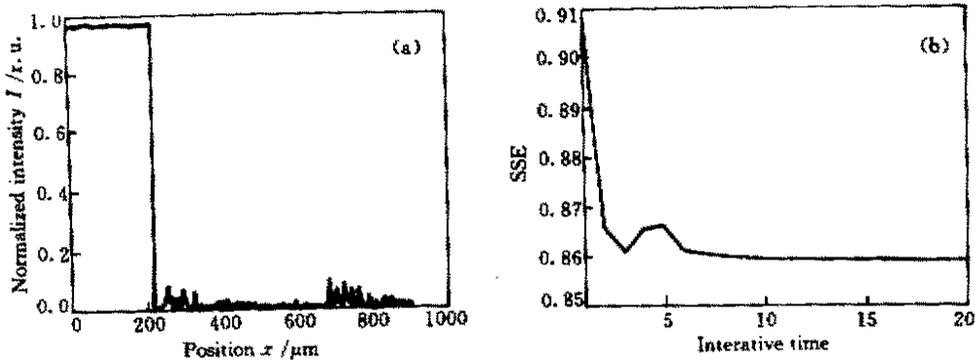


图 4 采用 ST 改进

(a) 计算结果 (b) SSE 值随迭代次数的变化

Fig.4 With ST improvement

(a) simulated results ;(b) SSE

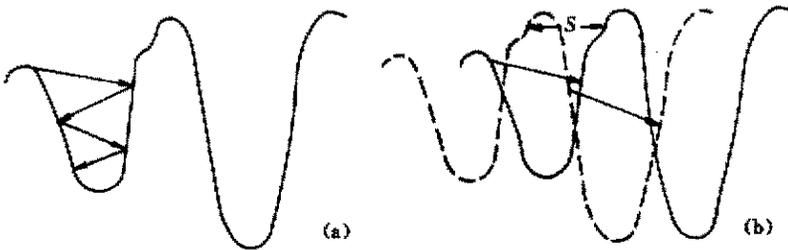


图 5 ST 改进使迭代过程跳出局部极小点的解释

(a) 未采用 ST 改进 (b) 采用 ST 改进

Fig.5 Explain on the improvement that can overcome the local minimum problem

(a) without ST improvement ;(b) with ST improvement

例 3 ,计算参数同例 2。

未采用联合改进算法 ($\beta = 0$) 的计算结果如图

4 (a) 采用联合改进算法的计算结果如图 6 所示。

例 3 中选取不同 β 时性能参数的变化情况见表

2。

从图 4 6 和表 2 可以看出 ,ST-输入输出联合改

进的 β 值对于抑制旁瓣的效果和平顶的均匀性有很大的影响 ,但在抑制旁瓣和控制平顶的均匀性之间存在矛盾 ; β 值越大抑制旁瓣的效果越好 ,但也使得平顶的均匀性遭到了破坏 ;因此应根据需要选取适当的 β 值。

输入输出算法在零点处设计非常灵活 ,而且有

一定的效果,但考虑到各个采样点之间的相互制约,它对全部的零点进行旁瓣压制不会产生非常大的效

果,如果进行分区控制,在部分区域内进行设计,将会取得更好的效果。

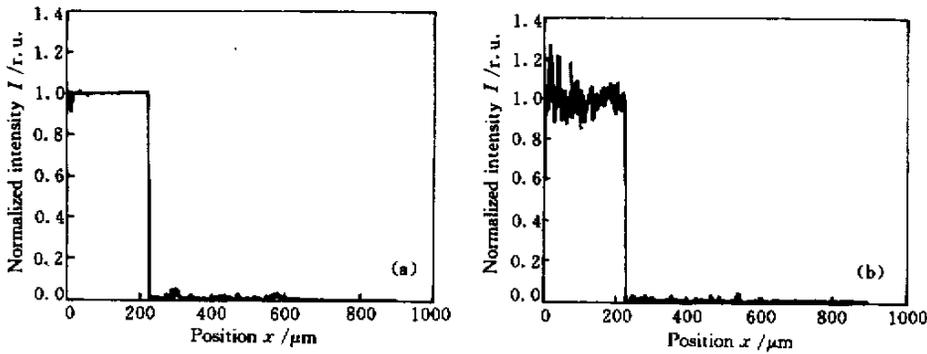


图6 采用 ST-输入输出联合改进时取不同 β 时的计算结果

Fig.6 Simulated results with different β by using ST-input-output improvement

(a) $\beta = 1$; (b) $\beta = 2$

表2 采用 ST-输入输出联合改进时取不同 β 时的计算结果

Table 2 Results with different β by using ST-input-output improvement

β	Energy efficiency η	Top non-uniformity RMS	Sidelobe Δ
$\beta = 0$	0.9598	0.0015	0.0876
$\beta = 1$	0.9841	0.0104	0.0558
$\beta = 2$	0.9834	0.0916	0.0442

5 结论

通过上面的实例可以看出,改进后的 YG 算法能够收敛得到很好的性能参数,对初始值也不敏感,通过两种改进的结合使用,还能够根据不同的性能参数的要求,进行不同的设计,能进一步实现波面的分区控制。

这种改进不仅对于 YG 算法进行光束整形设计时适用,对于 YG 算法进行其他功能衍射光学器件(如谐波分离器件、长焦深器件以及谐波分离和光束整形多功能组合器件等)的设计也适用。

参考文献

- R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237 ~ 246
- W. O. Saxton. Computer Techniques for Image Processing in Electron Microscopy [M]. New York: Academic Press Inc., 1978
- Huo Yuping, Yang Guozhen, Gu Benyuan. Unitary transformation and general linear transformation by an optical method (I)—Analysis of the possibility [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1975, **24**(6): 438 ~ 447 (in Chinese)
- Huo Yuping, Yang Guozhen, Gu Benyuan. Unitary transformation and general linear transformation by an optical method (II)—The iterative method of solution [J]. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1976, **25**(1): 31 ~ 46 (in Chinese)
- Ben-yuan Gu, Guo-zhen Yang, Bi-zhen Dong *et al.*. Diffractive-phase-element design that implements several optical functions [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14): 2564 ~ 2570
- M. P. Chang, O. K. Ersoy, B. Dong *et al.*. Iterative optimization of diffractive phase elements simultaneously implementing several optical functions [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(17): 3069 ~ 3076
- Mbaye Lo, Bi-Zhen Dong, Ben-yuan Gu *et al.*. Non-periodic diffractive phase element for wavelength-division (de) multiplexing [J]. *Opt. Comm.*, 2000, **173**: 217 ~ 221
- Bi-zhen Dong, Guo-zhen Yang, Ben-yuan Gu *et al.*. Iterative optimization approach for the designing an axicon with long focal depth and high transverse resolution [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(1): 97 ~ 103
- Sang Tao, Liao Jianghong, Lu Zhengwu *et al.*. A new Fourier iterative algorithm for the design of phase-only diffractive optical element used in laser beam shaping [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1996, **B3**(5): 451 ~ 460 (in English)
- J. R. Fienup. Phase retrieval algorithm: a comparison [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15): 2758 ~ 2769