

文章编号: 0258-7025(2002)02-0138-05

厄米-高斯型短脉冲在光纤中传输的理论研究^{*}

肖 燕¹, 郭淑琴², 李仲豪¹, 周国生^{1, 3}

(¹ 教育部量子光学重点实验室, 山西大学电子信息技术系, 山西太原 030006;
² 山西大学物理系, 太原 030006; ³ 北京大学区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室, 北京 100871)

提要 从含高阶色散的非线性薛定谔方程出发, 用矩法研究了厄米-高斯型短脉冲在光纤中的传输, 获得了脉冲各参量在光纤中演化的耦合微分方程组, 再利用龙格-库塔法得到此微分方程组的解, 并与数值模拟进行了比较, 两者吻合较好。

关键词 厄米-高斯型短脉冲, 高阶色散, 光纤, 矩法

中图分类号 TN 929.11 **文献标识码** A

Theoretical Analysis of Propagation Character of Hermit-Gaussian Pulse in the Fiber

XIAO Yan¹, GUO Shu-qin², LI Zhong-hao¹, ZHOU Guo-sheng^{1, 3}

¹ Key Laboratory for Quantum Optics, Ministry of Education, Department of Electronics and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006

² Department of Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006

³ National Lab on Local Fiber-Optic Communication Networks & Advanced Optical Communication System, Department of Electronics, Beijing University, Beijing 100871

Abstract Transmission properties of Hermit-Gaussian optical pulse in the fiber are discussed with moment method when effects of the high order dispersion are considered, and approximate solutions are obtained with Runge-Kutta numerical integral method. Compared with numerical simulations, the solutions coincided with numerical simulation results perfectly well.

Key words Hermit-Gaussian optical pulse, fiber, the high order dispersion, moment method

1 引 言

随着现代经济与信息经济的日益结合, 信息化已成为全球社会经济发展的必然趋势。随着社会信息化的发展, 对光纤传输系统提出了增大容量、提高速率和长距离传输的要求, 短脉冲在光纤中的传输已成为研究的热点。光脉冲的传输性能取决于光纤的损耗、色散和非线性效应, 而随着光放大器的出现, 损耗不再是制约的因素。光纤的色散特性引起了光脉冲展宽, 造成了光脉冲之间的相互干扰, 从而

限制了光纤中传输信号的速率和传输距离、色散和非线性效应对脉冲的影响成了光纤中传输研究的主要方面^[1~4]。在色散补偿下, Turitsyn^[5, 6]用一个带啁啾的正交的厄米-高斯函数的展开形式来描述传输的色散管理光脉冲, 认为这种光脉冲是有自相似核心即零阶厄米-高斯函数, 同时伴随有色散拖尾。这种用厄米-高斯函数的展开形式来描述光脉冲的方法可适用于任意形式的色散管理光脉冲和任意的色散补偿光纤链^[7, 8]。用一个厄米-高斯函数的展开形式来描述传输的色散管理光脉冲在数值模拟中非

收稿日期 2000-12-05; 收到修改稿日期 2001-01-17

基金项目 国家自然科学基金(10074041)及山西省青年科技研究基金资助。

作者简介: 肖燕(1966.6—)女, 湖南省长沙市人, 山西大学电子信息技术系讲师, 在职博士, 主要从事光通讯研究。E-

mail: xiaoyan@mail.sxu.edu.cn

常有意义,而且很精确,并且得到证明。Lazaridis 等^[9]在理论上研究含二阶、四阶厄米-高斯函数的光脉冲的传输,但仅研究了线性传输,未考虑非线性效应。Haus 等^[10]用数值法模拟了考虑二阶、四阶厄米-高斯函数的光脉冲的传输,但他们没有考虑高阶色散。Lakoba 等^[11,12]在理论上研究二阶、四阶厄米-高斯函数的光脉冲的传输,虽考虑了非线性效应,但同样未考虑高阶色散。Takushima 等^[13]已在实验上成功地用 3 ps 的色散管理孤子传输了 80 km,并指出应考虑高阶色散的作用。由于短脉冲的脉宽窄,仅考虑群速度色散是不够的,必须考虑高阶色散的影响。高阶色散可造成光脉冲不对称和尾部边沿的振荡^[14]。

我们曾经研究厄米-高斯函数光脉冲在色散介质中的传输,但由于选取的厄米-高斯函数的展开形式不同阶具有相同的相位,光脉冲的脉宽的理论值与数值模拟值仅在一个色散长度内吻合^[15]。而本文选取的不同阶厄米-高斯函数的相位不同,脉宽在 7 个色散长度以内,脉宽近似理论解与数值模拟解基本吻合,而且进一步将厄米-高斯光脉冲的各参量的近似理论解与数值模拟解进行比较,来分析误差的原因。

本文在考虑了高阶色散的影响下,获得了厄米-高斯光脉冲各参量在光纤中传输的微分方程组,并将此微分方程组的解与数值模拟解进行了比较,两者吻合较好。

2 理论模型

短脉冲在光纤中的传输可用高阶非线性薛定谔方程来描述

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} + \frac{1}{6} \beta_3 i \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \tau^3} - \gamma |\Phi|^2 \Phi \quad (1)$$

其中 Φ 为脉冲包络的慢变振幅, τ 是随脉冲以群速

$$\frac{d a_0}{d z} = -\beta_3' a_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) - \gamma f(z) [a_0^2 a_2 - 2 a_1^2 a_2 - a_2^3] R S_1 - a_0 a_1^2 P S_2 - 3 a_0 a_2^2 R S_2 - a_1^2 a_2 T S \quad (4a)$$

$$2 \frac{d a_1}{d z} = \beta_3 [a_0 \cos(\delta_0 - \delta_1) - 8 a_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)] - \gamma f(z) [a_0^2 a_1 P S_2 + 2 a_0 a_1 a_2 T S - 7 a_1 a_2^2 Q S_2] \quad (4b)$$

$$8 \frac{d a_2}{d z} = 8 \beta_3' a_1 \cos(\delta_1 - \delta_2) - \gamma f(z) [(-a_0^3 + 2 a_0 a_1^2 + a_0 a_2^2) R S_1 + 3 a_0^2 a_2 R S_2 - a_0 a_1^2 T S + 7 a_1^2 a_2 Q S_2] \quad (4c)$$

$$a_0 \frac{d \delta_0}{d z} = \beta_3' a_1 \sin(\delta_0 - \delta_1) + \gamma f(z) [a_0^3 + 2 a_0 a_1^2 + 6 a_0 a_2^2 - (3 a_0^2 a_2 - 2 a_1^2 a_2 - a_2^3) R C_1 + a_0 a_1^2 P C_2 + 3 a_0 a_2^2 R C_2 + a_1 a_2^2 T C] \quad (4d)$$

度 v_g 移动的参考系中的时间量度, $\tau = t - z/v_g$, t, z 为传输的时空坐标, β_2, β_3 分别对应群速度色散和高阶色散, γ 为非线性系数。

当光脉冲在光纤中传输时,由于考虑到高阶色散对脉冲的影响,设光脉冲在光纤中场的包络振幅为

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_0^N A_n(z) \phi_n(z, \tau) \\ \phi_n(z, \tau) &= \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \gamma(z)^2}} H_n \left(\frac{\sqrt{2} \tau}{T \sqrt{1 + \gamma(z)^2}} \right) \times \\ &\exp \left\{ \frac{-\tau^2}{T^2 [1 + i\gamma(z)]} \right\} \times \\ &\exp \left\{ -i \left(n + \frac{1}{2} \right) [\varphi(z) - \varphi(0)] \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } \gamma(z) &= \frac{z}{z_r}, z_r = -\frac{T^2}{2\beta_2}, \\ \varphi(z) &= \arctan[\gamma(z)], \\ \varphi(0) &= \arctan[\gamma(0)], n = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

在研究厄米-高斯型短脉冲时,仅考虑前三项。下面用矩法来研究厄米-高斯型光脉冲在光纤中的传输,目的是通过时间参量来获取光脉冲特征参数随距离的演化,进而获得光脉冲的传输特性。

首先将(2)式代入方程(1)得

$$\begin{aligned} i \sum_0^2 \phi_n(z, \tau) \frac{\partial A_n(z)}{\partial z} - \frac{1}{6} \beta_3 i \sum_0^2 A_n(z) \frac{\partial^3 \phi_n(z, \tau)}{\partial \tau^3} + \\ \gamma \left| \sum_0^2 A_n(z) \phi_n(z, \tau) \right|^2 \sum_0^2 A_n(z) \phi_n(z, \tau) = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

将方程(3)乘以 $A_0^* \phi_0^*$, 然后对时间 τ 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 积分,可以得到一个方程,然后对此方程求共轭,则又可得到另外一个方程。对这两个方程进行数学上的复杂运算。并令 $A_0(z) = a_0(z) e^{i\delta_0(z)}$, 得到关于 $a_0(z)$ 和 $\delta_0(z)$ 的微分方程组。同样设 $A_1(z) = a_1(z) e^{i\delta_1(z)}$, $A_2(z) = a_2(z) e^{i\delta_2(z)}$, 运用此法同样可得到关于 $a_1(z)$, $\delta_1(z)$ 和 $a_2(z)$, $\delta_2(z)$ 的微分方程组。方程组如下:

$$2a_1 \frac{d\delta_1}{dz} = \beta_3' [a_0 \sin(\delta_0 - \delta_1) - 8a_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)] + \gamma f(z) [2a_0^2 a_1 + 3a_1^3 + 7a_1 a_2^2 + a_0 a_1 a_2 (3RC_1 + 2TC) + a_0^2 a_1 PC_2 + 7a_1 a_2^2 QC_2] \quad (4e)$$

$$8a_2 \frac{d\delta_2}{dz} = 8\beta_3' a_1 \sin(\delta_1 - \delta_2) + \gamma f(z) [(6a_0^2 a_2 + 14a_1^2 a_2 + 41a_2^3) - (a_0^3 - 2a_0 a_1^2 + 3a_0 a_2^2) RC_1 + 3a_0^2 a_2 RC_2 + a_0 a_1^2 TC + 7a_1^2 a_2 QC_2] \quad (4f)$$

其中

$$PS_n = \sin\{n[\delta_0 - \delta_1 + \varphi(z)]\},$$

$$PC_n = \cos\{n[\delta_0 - \delta_1 + \varphi(z)]\},$$

$$QS_n = \sin\{n[\delta_1 - \delta_2 + \varphi(z)]\},$$

$$QC_n = \cos\{n[\delta_1 - \delta_2 + \varphi(z)]\},$$

$$RS_n = \sin\{n[\delta_0 - \delta_2 + 2\varphi(z)]\},$$

$$RC_n = \cos\{n[\delta_0 - \delta_2 + 2\varphi(z)]\},$$

$$TS = \sin(\delta_0 - 2\delta_1 + \delta_2),$$

$$TC = \cos(\delta_0 - 2\delta_1 + \delta_2)$$

$$\beta_3' = \frac{\beta_3}{\sqrt{2}T^3}, \quad f(z) = \sqrt{\frac{z_r^2}{z^2 + z_r^2}} \quad (5)$$

利用龙塔-库塔法对这组微分方程组求解,可获取光脉冲各个特征参量随距离的演化,进而获得光脉冲的传输特性。图1~图4中虚线部分为利用龙塔-库塔法求解的结果。

3 理论模型与数值模拟的比较

用计算机模拟光脉冲在光纤中的传输,利用快速傅里叶法分离步骤对方程(1)进行数值演化。

取入射光脉冲参数: $T = 3 \text{ ps}$, $P = 20 \text{ mW}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a_2 = 0.01$, $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 0$ 。设光纤参数: $\beta_2 = 0.5 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 0.08 \text{ ps}^3/\text{km}$, $\gamma = 1.27 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ 。

图1为光脉冲的脉宽和啁啾随距离的演化图。

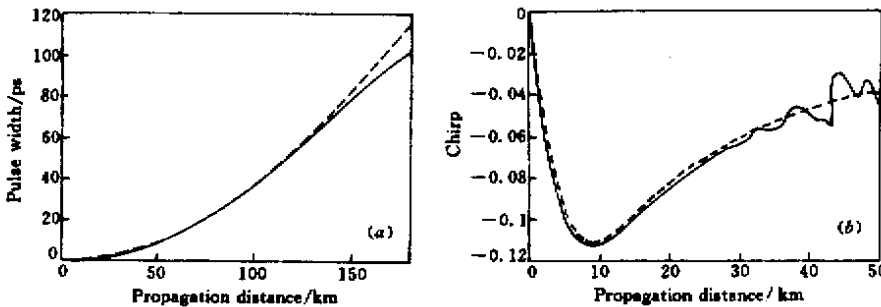


图1 用数值模拟和近似理论解得到的脉冲的脉宽和啁啾沿着光纤的演化图 (实线和虚线分别对应数值模拟解和近似理论解),(a)脉宽 (b)啁啾

Fig.1 Evolution of pulse width and the chirp of pulse along fiber with numerical simulation and approximate theoretical solution The solid line is from numerical simulation and the dashed line is the result of the approximate theoretical solution. (a) pulse width ;(b) chirp

其中(a)为厄米-高斯光脉冲的均方根脉宽 $W = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 \Phi \Phi^* d\tau - (\int_{-\infty}^{\infty} \tau \Phi \Phi^* d\tau)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi \Phi^* d\tau}$ 的演化图。在传输的初期,理论模型与数值模拟数值吻合非常好,随着厄米-高斯光脉冲的传输,理论模型与数值模拟数值有了一定程度的偏差,数值模拟值围绕理论模型的解上下扰动。这与对厄米-高斯函数的展开形式中仅取了前三项来描述光脉冲有关。(b)为厄米-高斯光脉冲的啁啾随距离的演化图,厄米-高斯光脉冲场的包络振幅可化为

$$\varphi(z, \tau) = \sum_0^{\infty} A_n(z) \frac{1}{\sqrt{1 + \eta(z)^2}} \times H_n \left(\frac{\sqrt{2}\tau}{T\sqrt{1 + \eta(z)^2}} \right) \times \exp \left\{ \frac{-\tau^2}{T^2 [1 + \eta^2(z)]} \right\} \times \exp \left\{ \frac{i\eta(z)\tau^2}{T^2 [1 + \eta^2(z)]} \right\} \times \exp \left\{ -i \left(n + \frac{1}{2} \right) [\varphi(z) - \varphi(0)] \right\} \quad (6)$$

则厄米-高斯光脉冲的啁啾为 $s = \frac{2\eta(z)}{T^2 [1 + \eta^2(z)]}$ 图2为用两种方法得到的光脉冲在传输距离 $z = 20 \text{ km}$ 和 45 km 的波形图,从图中看到近似理论解

与数值模拟的两波形图吻合很好。

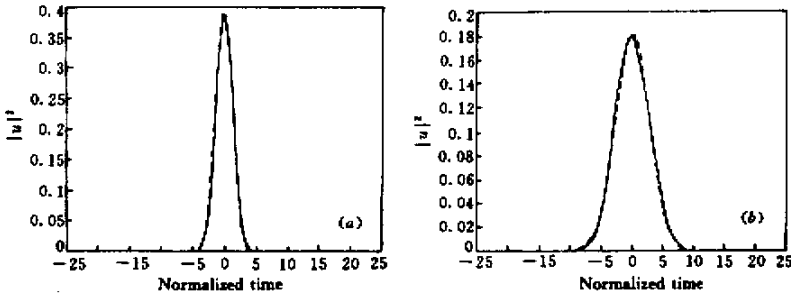


图 2 在 $z = 20 \text{ km}$ 和 $z = 45 \text{ km}$ 得到光脉冲形状的比较 (实线和虚线分别对应数值模拟解和近似理论解)

Fig.2 Comparison of the pulse shape obtained at $z = 20 \text{ km}$, $z = 45 \text{ km}$

The solid line is from numerical simulation and the dashed line is the result of the approximate theoretical solution

(a) $z = 20 \text{ km}$; (b) $z = 45 \text{ km}$

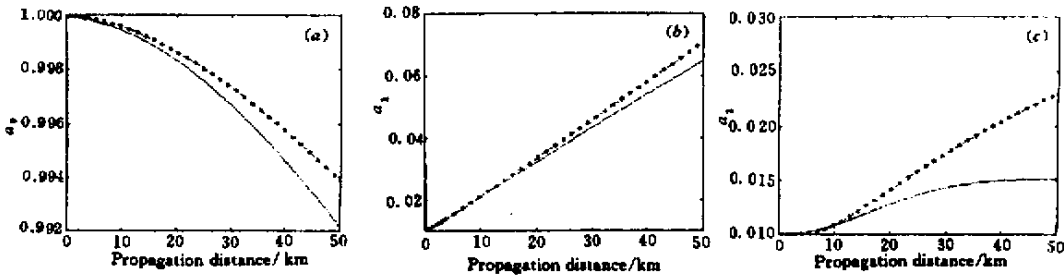


图 3 用数值模拟和近似理论解得到的厄米-高斯光脉冲的 (a) 零阶、(b) 一阶和 (c) 二阶项的系数沿着光纤的演化图 (实线和带有 * 号的虚线分别对应数值模拟解和近似理论解)

Fig.3 Evolution of the coefficients of the zero order, the first and the second order of the Hermite-Gaussian pulse along fiber with numerical simulation and approximate theoretical solution

The solid line is from numerical simulation and the dashed line with * is the result of the approximate theoretical solution

(a) the zero order; (b) the first order; (c) the second order

图 3 为用两种方法得到的厄米-高斯光脉冲的零阶、一阶、二阶厄米-高斯函数项的系数 a_0, a_1, a_2 随距离的演化图, 系数 a_0 逐渐变小, 即在色散和非线性作用下光脉冲的峰值功率在降低。系数 a_1 逐渐变大造成光脉冲的不对称; 系数 a_2 逐渐变大造成光脉冲的展宽。同时从图 3(b) 和图 3(c) 看出系数 a_1 变化趋势要大于 a_2 , 这说明在光脉冲的传输中, 高阶色散效应对光脉冲的作用必须要考虑。从图 3 看出用两种方法得到的厄米-高斯光脉冲的零阶、一阶、二阶厄米-高斯函数项的系数 a_0 和 a_1 总体上吻合较好, 但随着光脉冲的传输, 二阶厄米-高斯函数项的系数的误差较大, 这就是造成光脉冲的脉宽、啁啾和波形误差的原因之一。

图 4 为厄米-高斯光脉冲的零阶、一阶、二阶厄

米-高斯函数项的相位 $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ 随距离的演化图, 可看到相位随着厄米-高斯光脉冲的传输, 趋向饱和和状态。同时从图 4(b) 和图 4(c) 看出, 相位 δ_2 变化趋势要大。从图 4 看出用两种方法得到的厄米-高斯光脉冲的零阶、二阶厄米-高斯函数项的相位比较吻合, 随着光脉冲的传输, 一阶厄米-高斯函数项的相位 δ_1 的差别稍大一些, 这也是造成光脉冲的脉宽、啁啾和波形误差的原因之一。

4 结 论

本文不仅考虑群速度色散和非线性效应而且考虑了高阶色散对脉冲的作用, 从含高阶色散的非线性薛定谔方程出发, 利用矩法给出了描述厄米-高斯光脉冲的各参量在光纤中演化的微分方程组, 并将

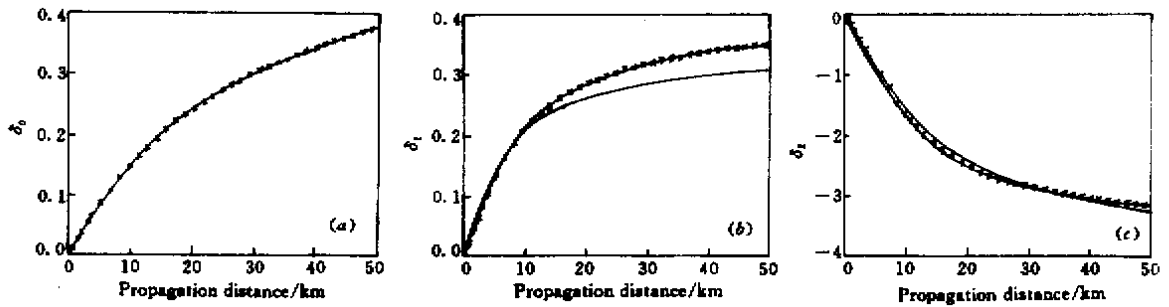


图4 用数值模拟和近似理论解得到的厄米-高斯光脉冲的(a)零阶、(b)一阶和(c)二阶项的系数的相位沿着光纤的演化图
(实线和带有*号的虚线分别对应数值模拟解和近似理论解)

Fig.4 Evolution of the phase of the coefficients of the Hermite-Gaussian pulse along fiber with numerical simulation and approximate theoretical solution

The solid line is from numerical simulation and the dashed line with * is the result of the approximate theoretical solution

(a) phase of the zero order ; (b) phase of the first order ; (c) phase of the second order

用龙塔-库塔法得到的近似理论解与数值模拟传输进行了比较。结果表明:脉宽和啁啾的近似理论解与数值模拟解基本吻合。总之,用一个厄米-高斯函数的展开形式来描述光纤中光脉冲的传输方法,不仅了解了传输中光脉冲的自相似部分的变化,而且也得到了对脉冲的不自相似部分的变化,有助于光脉冲在光纤中传输的研究。

参 考 文 献

- 1 Zhou Guosheng, Li Xueming, Xue Wenrui *et al.* . Propagation of quasi-soliton in optical fiber link with dispersion compensation and loss balance [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19** (10):1297 ~ 1304 (in Chinese)
- 2 Wu Jian, Lou Caiyun, Zhong Shan *et al.* . Generation of 5 GHz and 6.8 ps optical pulses by fiber compression [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24** (2):123 ~ 126 (in Chinese)
- 3 Yu Jianjun, Guan Kejian, Yang Bojun *et al.* . The generation of multi-wavelength ultra-short optical pulses by utilizing a fiber ring laser-pumped supercontinuum in an optical fiber [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1999, **A26** (7):594 ~ 598 (in Chinese)
- 4 Qin Yuwen, Zhao Yuchen, Zhang Jinsong *et al.* . Experimental investigation on uniform fiber Bragg grating chirplization and its application in dispersion compensation [J]. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1999, **A26** (10):935 ~ 939 (in Chinese)
- 5 S. K. Turitsyn, Tobias Schäfer, V. K. Mezentsev. Self-similar core and oscillatory tails of a path-averaged chirped dispersion-managed optical pulse [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23** (17):1351 ~ 1353
- 6 S. K. Turitsyn. Breathing self-similar dynamics and oscillatory

- tails of the chirped dispersion-managed soliton [J]. *Phys. Rev. E*, 1998, **58** (2, Part A):R1256 ~ R1259
- 7 S. K. Turitsyn, A. B. Aceves, C. K. R. T. Jones. Hamiltonian averaging in soliton-bearing systems with a periodically varying dispersion [J]. *Phys. Rev. E*, 1999, **59** (4):3843 ~ 3846
- 8 S. K. Turitsyn, T. Schäfer, K. H. Spatschek *et al.* . Path-averaged chirped optical soliton in dispersion-managed fiber communication lines [J]. *Opt. Comm.*, 1999, **163** (1 2 3):122 ~ 158
- 9 P. Lazaridis, G. Debarge, P. Gallion. Exact solutions for linear propagation of chirped pulses using a chirped Gauss-Hermite orthogonal basis [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22** (10):685 ~ 687
- 10 Hermann A. Haus, Yijiang chen. Dispersion-managed solitons as nonlinear Bloch waves [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16** (6):889 ~ 894
- 11 T. I. Lakoba, D. J. Kaup. Shape of stationary pulse in strong dispersion management regime [J]. *Electron. Lett.*, 1998, **34** (11):1124 ~ 1126
- 12 T. I. Lakoba, D. J. Kaup. Hermite-Gaussian expansion for pulse propagation in strongly dispersion managed fibers [J]. *Phys. Rev. E*, 1998, **58** (5, Part B):6728 ~ 6741
- 13 Y. Takushima, X. Wang, K. Kikuchi. Transmission of 3 ps dispersion-managed soliton pulses over 80km distance under influence of third-order dispersion [J]. *Electron. Lett.*, 1999, **35** (9):739 ~ 740
- 14 G. P. Agrawal. translated by Hu Guojiang *et al.* . *Nonlinear Fiber Optics* [M]. Tianjin : Tianjin University Press, 1992. 73 ~ 80 (in Chinese)
- 15 Xiao Yan, Guo Shuqin, Li Zhonghao *et al.* . Propagation of Hermit-Gaussian short pulse in dispersive medium [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21** (9):1025 ~ 1030 (in Chinese)