第 29 卷 第 2 期
2002 年 2 月

中 国 激 光
CHINESE JOURNAL OF LASERS

Vol. A29, No. 2
February, 2002

文章编号：0258-7025(2002)02-0127-04

展宽器群速度色散的几何光学方法分析

张向东，徐至展，王晓方*

（中国科学院上海光学精密机械研究所，上海 201800）

提要 利用几何光学的方法分析推导了啁啾脉冲放大技术中几种典型光栅展宽器的群速度色散，给出了解析表达式。结果与 Martinez 用 Fresnel-Kirchhoff 积分方法获得的群速度色散一致。

关键词 啁啾脉冲放大，展宽器，群速度色散

中图分类号 O 435；O 436.3 **文献标识码** A

Analysis of Group Velocity Dispersion of Typical Stretchers by Means of Geometric Optics

ZHANG Xiang-dong, XU Zhi-zhan, WANG Xiao-fang

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

Abstract In this paper, the group velocity delay of several stretchers that are used in chirped pulse amplification laser technology was analysed with geometric optics method. The analytical formulas of group velocity dispersion are given, which are consistent with Martinez's result for the stretcher that he proposed and analysed with Fresnel-Kirchhoff integral.

Key words chirped pulse amplification, stretcher, group velocity dispersion

1 引 言

自 1987 年第一台应用啁啾脉冲放大（CPA）技术建造的短脉冲、高功率激光装置诞生以后[1]，超短脉冲、超高功率台式激光装置的研制成为强激光技术领域的重要前沿。而相关应用带动了许多新领域的形成和发展，例如天体物理、高密度等离子体物理、激光核聚变快点火、激光粒子加速、高次谐波产生等[2~4]。

典型的 CPA 激光装置由超短脉冲振荡器、展宽器、放大链、压缩器组成。展宽器和压缩器是应用 CPA 技术的重要组成部分。目前常用的展宽器是 Martinez 于 1987 年提出的[5]，以及在此基础上改进的各种展宽器[6,7]。而压缩器通常采用 Treacy 在 1969 年提出的平行光栅对[8]。Martinez 还用 Fresnel-Kirchhoff 积分方法分析了他所提出的展宽器（即在一对反平行光栅之间放置折射式望远镜系统）产生的正色散，并给出了相应的群速度色散表达式[5]。但是，关于其他几种展宽器的群速度色散分析未见报道。

本文利用几何光学的方法，不仅分析并简洁地推导了 Martinez 展宽器，也推导了其他几种典型的光栅展宽器的群速度色散，给出了解析表达式。并与 Martinez 的结果，以及 Treacy 对光栅压缩器的分析结果进行了比较。

2 典型展宽器群速度色散的推导

2.1 双透镜望远镜系统光栅展宽器

该光栅展宽器由 Martinez 提出，其结构如图 1 所示。其中两个光栅反平行放置；焦距均为 f 的两个会聚透镜以间距 $2f$ 放置，组成望远镜系统[5]。入

收稿日期：2001-02-02；收到修改稿日期：2001-03-13

基金项目：中国科学院百人计划资助项目。

作者简介：张向东（1976—），男，中国科学院上海光学精密机械研究所研究生，主要从事激光技术和激光与物质相互作用的研究。

* 王晓方，博士生导师，通信联系人，E-mail：wangxf@mail.shcnc.sh.cn

射光经过光栅，不同波长的光沿不同的角度衍射。经过展宽器后光程不同，长波部分比短波部分传播得快，所以脉冲在时域上被展宽了。

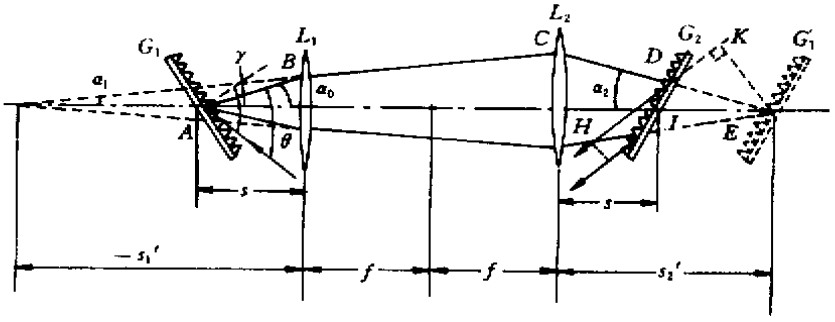

图 1 双透镜反平行光栅展宽器

γ 为入射角；θ 为入射光与波长为 λ 的衍射光的夹角；每段光线对光轴的倾角分别为 α_0，α_1，α_2；s_1' 为光栅 G_1 经第一个透镜 L_1 成像的像距；s_2' 为光栅 G_1 经透镜 L_1 和 L_2 后成的像 G_1' 距第二个透镜 L_2 的距离

Fig. 1 Schematic of the stretcher with two lenses and two gratings in an antiparallel configuration

γ is the incident angle; θ is the angle between the incident and the diffracted light of wavelength λ; α_0, α_1, α_2 are the angles between the rays and the optical axis, respectively; s_1' is the distance of the image of G_1 through the lens L_1; s_2' is the distance between the second lens L_2 and the G_1' which is the image of G_1 through the lenses L_1 and L_2

如果入射光在展宽器中经过的光程为 P，则通过展宽器后群速度延时为[8]

$$\tau = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\omega} = \frac{P}{c} \tag{1}$$

由此可得到展宽器的群速度色散

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\omega^2} = \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\omega} = \left(\frac{\lambda^2}{2\pi c^2}\right)\cdot\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda} \tag{2}$$

设入射光以 γ 角入射到刻槽周期为 d 的光栅上，入射光与波长为 λ 的衍射光的夹角为 θ，衍射光与光轴的夹角为 α_0，光栅与光轴的夹角为 θ_0，则光栅方程为

$$\sin\gamma + \sin(\gamma - \theta) = \lambda/d \tag{3}$$

利用几何光学中的透镜成像公式

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

得到光栅经透镜 L_1 所成的像相对 L_1 的距离为：$-s'_1 = \frac{sf}{f-s}$，再经透镜 L_2 所成的像 G_1' 相对 L_2 的距离为：$s_2' = 2f - s$。

设每段光线对光轴的倾角分别为 α_0，α_1，α_2，由三角关系可知

$$\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_0} = \frac{s}{-s'} = \frac{f-s}{f}$$

$$\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = \frac{2f - s_1'}{s_2'} = \frac{f}{f-s} \tag{4}$$

这里定义沿光线传播的方向，从光轴旋转到光线的方向为逆时针时，光轴与光线的交角为正，顺时针时交角为负。由(4)式可知

$$\alpha_0 = -\alpha_2 \tag{5}$$

即光线在第一个光栅处的衍射角与光线在第二个光栅处的入射角相等，因此从展宽器出射的各个波长的光是相互平行的。

由费马原理可知，物点和像点间各条光线的光程均相等，即在图 1 中光程 $P_{ABCDE} = P_0 =$ 常数。所以在展宽器中对于某一个波长的光而言，它的光程为

$$P = P_0 - P_{DE} + P_{DH} \tag{6}$$

如图 1 所示，H 为出射光的波前位置。由于出射光为平行光，在波面上各个波长的相对位相是确定的。而且，引入一个常数位相对各个波长之间的相对位相无影响。为了推导方便，在(6) 式两边各减去常数光程 P_{HK}（K 为光栅 G_1 的像 G_1' 与光轴的交点 E 与出射光线的反向延长线的交点），则

$$P = P_0 - P_{DE} - P_{DK} = P_0 - P_{DE}\cdot(1 + \cos\theta)$$

在三角形 DEF 中，由正弦定理可得

$$P_{DE} = P_{IE}\cdot\frac{\sin\theta_0}{\sin[180^\circ - (\theta_0 - \alpha_2)]}$$

其中 $P_{IE} = s_2' - s$。则

$$P = P_0 - 2(f - s)\cdot\frac{\sin\theta_0\cdot(1 + \cos\theta)}{\sin(\theta_0 - \alpha_2)} \tag{7}$$

将上式(7) 两边同时对 λ 求导，并应用(5) 式和光栅方程(3) 得到

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda} = 2(f - s) \cdot \frac{\lambda \sin\theta_0}{d^2\cos^3(\gamma - \theta)} \tag{8}$$

将(8)式代入(2)式，即得到该展宽器的群速色散表达式为

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\omega^2} = \left(\frac{\lambda^3}{2\pi c^2 d^2}\right)\frac{2(f - s)\cdot\sin\theta_0}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} = \left(\frac{\lambda^3 L_g}{2\pi c^2 d^2}\right)\cdot\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} \tag{9}$$

其中 $L_g = 2(f - s)\cdot\sin\theta_0$ 为光栅 G_1 经过 L_1 和 L_2 组成的望远镜系统所成的像 G_1' 与光栅 G_2 之间的垂直距离。

2.2　Öffner 无像差光栅展宽器

由于在 Martinez 展宽器中双光栅反平行难调节和透镜带来像差等原因，在实际使用中常使用反射式单光栅展宽器。由 Öffner 望远镜系统和单光栅组成的展宽器就是被广泛采用的一种[6]，其结构如图 2。其中凸面镜的半径是同心凹面镜的一半。

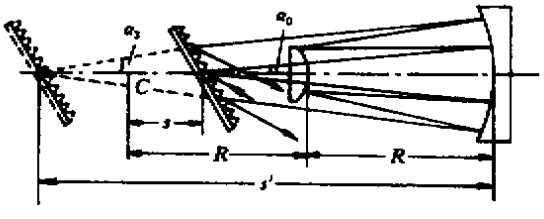

图 2　Öffner 无像差反射式单光栅展宽器

C 为两个反射镜的曲率中心，凹面镜的曲率半径为 $2R$，凸面镜的曲率半径为 R，光栅距凹面镜的曲率中心 C 的距离为 s，s' 为光栅经 Öffner 望远镜系统成的像离凹面镜的距离，α_0，α_3 为光线对光轴的倾角

Fig.2　Schematic of the single grating aberration-free stretcher with all-reflective Öffner triplet

C is the curvature center of both mirrors. The radius of the concave mirror is $2R$, and the radius of the convex mirror is R. s is the distance between the grating and the curvature center of the concave mirror, s' is the distance between the image of grating and the concave mirror. α_0, α_3 are the angles between the rays and the optical axis, respectively

利用逐次成像的方法并利用近轴成像公式可计算出光栅经凹面镜、凸面镜，再经凹面镜后成的像与凹面镜的距离为

$$s' = 2R + s$$

设每段光线对光轴的倾角分别为 α_0，α_1，α_2，α_3，由三角关系可以得到 $\frac{\tan\alpha_3}{\tan\alpha_0} = 1$，即 $\alpha_0 = \alpha_3$。由此可知由此展宽器出射的各个波长的光也是互相平行的。

类似 2.1 节中的推导，经该展宽器后，光程变化为

$$P = P_0 - [s' - (2R - s)]\cdot\frac{\sin\theta_0\cdot(1 + \cos\theta)}{\sin(\theta_0 + \alpha_0)} = P_0 - 2s\cdot\frac{\sin\theta_0\cdot(1 + \cos\theta)}{\sin(\theta_0 + \alpha_0)}$$

所以，经过应用 Öffner 望远系统单光栅展宽器的群速度色散为

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\omega^2} = \left(\frac{\lambda^2}{2\pi c^2}\right)\cdot\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda} = \left(\frac{\lambda^3 L_g}{2\pi c^2 d^2}\right)\cdot\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} \tag{10}$$

其中 $L_g = 2s\cdot\sin\theta_0$ 为光栅与其像之间的垂直距离。

2.3　平面镜加球面镜的单光栅展宽器

另一种常用的反射式单光栅展宽器，包括一个球面反射镜和一个平面镜。平面镜放置于球面反射镜的焦点处且与光轴垂直，而光栅置于两面镜子之间[7]（见图 3）。

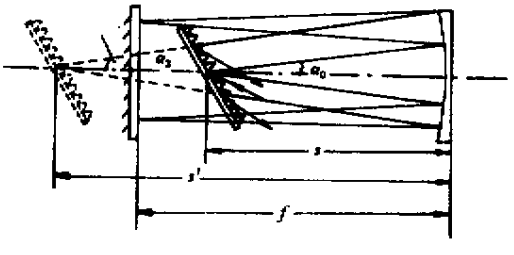

图 3　平面镜加球面镜的单光栅展宽器

f 为球面镜的焦距，s 为光栅与球面镜的距离，s' 为光栅的像与球面镜的距离，α_0，α_3 为光线对光轴的倾角

Fig.3　Schematic of the stretcher with a single spherical mirror and one flat mirror

f is the focal length of the spherical mirror. s is the distance between the grating and the spherical mirror, s' is the distance between the image of grating, through the telescope system, and the spherical mirror. α_0, α_3 are the angles between the rays and the optical axis, respectively

类似 2.2 节，应用逐次成像的方法和近轴成像公式，得到光栅经球面镜、平面镜，再经球面镜后所成的像距球面镜的距离为

$$s' = 2f - s$$

同样，设每段光线对光轴的倾角分别为 α_0，α_1，α_2，α_3，由三角关系可以推导出 $\alpha_0 = \alpha_3$，即出射光中各

个波长的光相互平行。

重复 2.1 节与 2.2 节的方法，可以得到入射光经过展宽器的光程为

$$P = P_0 - 2(f - s) \cdot \frac{\sin\theta_0 \cdot (1 + \cos\theta)}{\sin(\theta_0 + \alpha_0)}$$

所以，经过这种展宽器的群速度色散为

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = \left(\frac{\lambda^3 L_g}{2\pi c^2 d^2}\right) \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} \quad (11)$$

其中 $L_g = 2(f - s) \cdot \sin\theta_0$ 为光栅与其像的垂直距离。

3 讨 论

1) Martinez 用 Fresnel-Kirchhoff 积分的方法分析获得的光栅展宽器群速度色散为[5]

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = k\beta^2(z_1 + M^2 z_2)$$

这里所用的符号与文献[6] 一致。对于上述几种展宽器 $M^2 = 1, z_1 = z_2 = z, k = 2\pi/\lambda, \beta = \lambda^2/[2\pi cd \cdot \cos(\gamma - \theta)]$（注：原文中有打印错误）。所以

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = \frac{2z\lambda^3}{2\pi c^2 d^2 \cos^2(\gamma - \theta)} = \left(\frac{\lambda^3 L_g}{2\pi c^2 d^2}\right) \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} \quad (12)$$

其中 L_g 为第二个光栅与第一个光栅经过望远镜系统成的像之间的垂直距离。比较(9)和(12)式可知用几何光学的方法得到的展宽器群速度色散与 Martinez 的结果是一致的。

2) Treacy 给出平行光栅对压缩器（见图 4）的群速度色散表达式为[8]

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = -\left(\frac{\lambda^2}{2\pi c}\right) \cdot \frac{b\left(\frac{\lambda}{d}\right)}{cd\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]}$$

b 为波长为 λ 的光在两个光栅之间的光程，即 $b = P_{AB}$。设 L_g 为两个光栅之间的垂直距离，由图 4 所示的几何关系可得到 $b = L_g/\cos(\gamma - \theta)$，代入上式并应用光栅方程得到

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = -\left(\frac{\lambda^3 L_g}{2\pi c^2 d^2}\right) \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma\right)^2\right]^{3/2}} \quad (13)$$

由(9)～(11)，(13)式可见，光栅展宽器群速度色散和压缩器群速度色散的表达式相同，但符号正好相反。

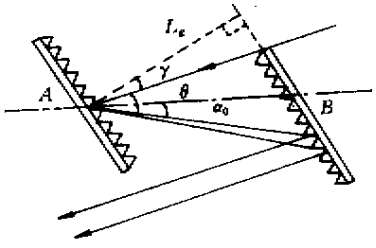

图 4 光栅压缩器

γ 为入射角，θ 为入射光与波长为 λ 的衍射光的夹角，衍射方向与轴线的夹角为 α_0，L_g 为光栅间的垂直距离

Fig.4 Schematic of the compressor with gratings

γ is the incident angle, θ is the angle between the incident and the diffracted light of wavelength λ, α_0 is the angle between the diffracted ray and the axis, L_g is the perpendicular distance between the two gratings

最后，需要说明的是在以上的分析和讨论中只考虑了入射光通过展宽器或压缩器单次光程所得到的群速度色散。

参 考 文 献

1 P. Maine, D. Strickland, P. Bado *et al*.. Generation of ultrahigh peak power pulses by chirped pulse amplification [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1988, **24**(2): 398～403

2 G. Mourou, C. P. J. Barty, M. D. Perry. Ultrahigh-intensity lasers: physics of the extreme on a tabletop [J]. *Phys. Today*, 1998, **51**(1): 22～28

3 C. J. Joshi, P. B. Corkum. Interactions of ultra-intense laser light with matter [J]. *Phys. Today*, 1995, **48**(1): 36～43

4 M. D. Perry, G. Mourou. Terawatt to petawatt subpicosecond lasers [J]. *Science*, 1994, **264**(5161): 917～924

5 O. E. Martinez. 3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion: application to fiber compensation in 1.3～1.6 μm region [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**(1): 59～64

6 G. Cheriaux, P. Rousseau, F. Salin *et al*.. Aberration-free stretcher design for ultrashort-pulse amplification [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(6): 414～416

7 J. P. Zhou, C.-P. Huang, C. Y. Shi *et al*.. Generation of 21-fs millijoule-energy pulses by use of Ti:sapphire [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(2): 126～128

8 E. B. Treacy. Optical pulse compression with diffraction gratings [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1969, **QE-5**(9): 454～458