

文章编号: 0258-7025(2002)11-1006-05

四路激光跟踪测量系统最佳测量区域 和系统自标定

林永兵, 张国雄, 李 真, 李杏华

(天津大学精密仪器与光电子工程学院 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

提要 研究了系统最佳布局下的最佳测量区域问题, 给出了几何精度衰减因子 PDOP 在三维空间内的变化规律。通过计算机仿真研究了最佳测量布局对系统自标定的影响规律, 指出最佳测量布局中的标称配置对系统自标定精度的影响最小, 同时这种布局有着最小的几何精度衰减因子。

关键词 激光跟踪干涉仪, 坐标测量, 自标定, 布局, 计算机仿真

中图分类号 TH 721 文献标识码 A

Optimal Measuring Zone and System Self-calibration of Four-beam Laser Tracking System for Coordinate Measurement

LIN Yong-bing, ZHANG Guo-xiong, LI Zhen, LI Xing-hua

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology & Instruments College of Precision Instrument & Opto-electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract The optimal measuring zone under the optimal arrangement of four laser tracking interferometers is discussed, and the distribution of PDOP of the measuring points in 3D space is also given. The relationship between system arrangement and the self-calibration is also studied by using of computer simulation. The results show that the nominal setup of all the optimal measuring arrangements plays the least role in the process of the system self-calibration and has the minimal value of PDOP of the measuring points. So, it is finally reached out that the nominal setup is just the optimal arrangement of the whole system.

Key words laser tracking interferometer, coordinate measurement, self-calibration, arrangement, computer simulation

1 引 言

由于系统的最佳测量布局是针对某一特定点的, 而实际测量时往往不是一个点, 而是某一块区域, 因此, 我们首先来研究四路激光跟踪干涉仪处于最佳测量布局时的最佳测量区域问题, 这对于实际测量时如何选取合理的测量区域是很重要的。系统布局不仅影响系统测量过程, 而且还影响系统自标定过程, 四路激光跟踪干涉仪的最佳测量布局对于系统自标定来说未必是最优的。因此, 通过计算机仿真研究了最佳测量布局对系统自标定的影响规

律, 并与其他布局下的自标定结果进行了对比。最后得出结论, 最佳测量布局中的标称配置无论对于系统自标定还是实际测量都是最优的。

2 最佳测量区域

对于空间一个点的定位精度可以借助于导航学中位置精度衰减因子(PDOP)的概念来描述^[1]。而位置精度衰减因子的大小仅取决于被测点到 4 个基点构成的 4 个矢量的方向余弦, 更确切地说, PDOP 值仅取决于被测点到 4 个基点连线的夹角大小, 而

收稿日期 2001-08-06; 收到修改稿日期 2001-12-10

基金项目 国家自然科学基金(编号 59875064)资助项目。

作者简介 林永兵(1974—), 男, 天津大学测试计量技术及仪器专业博士研究生。E-mail linyongbing@eyou.com

与被测点到基点的长度以及坐标系的选取无关。显然,对于一定的测量区域,基点到被测区域越远,被测点到 4 个基点连线的夹角的变化也就越小,PDOP 值变化也就越小。因此,如果激光跟踪干涉仪的测距精度与绝对距离长度无关,那么,在最佳测量布局下的基点到动点的距离越远,系统对特定区域的测量精度也就越高。

按图 1 建立坐标系,4 个基点 B_1, B_2, B_3, B_4 均落在以 o 为球心, r 为半径的球面上,以球心 o 为坐标原点、水平面为 xoy 平面建立坐标系。基点 B_1, B_2, B_3 构成等边三角形,且它们所在的平面与 xoy 平面平行,基点 B_4 位于 z 正半轴上。坐标原点到基点 B_1, B_2, B_3 的连线与 z 轴的夹角均为 θ ,不妨设基点 B_1 落在 xoz 平面内。设坐标原点为最佳测量点,在最佳测量布局下有 $\theta = 70.53^\circ$,则可写出各个基点的坐标: $B_1(\frac{2\sqrt{2}}{3}r, 0, \frac{1}{3}r), B_2(-\frac{\sqrt{2}}{3}r, -\frac{\sqrt{6}}{3}r, \frac{r}{3}), B_3(-\frac{\sqrt{2}}{3}r, \frac{\sqrt{6}}{3}r, \frac{r}{3}), B_4(0, 0, r)$ 。设被测点 T 的坐标为 (x, y, z) ,则可计算系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} e_1^x & e_1^y & e_1^z \\ e_2^x & e_2^y & e_2^z \\ e_3^x & e_3^y & e_3^z \\ e_4^x & e_4^y & e_4^z \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{cases} e_i^x = \frac{x_i - x}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \\ e_i^y = \frac{y_i - y}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \\ e_i^z = \frac{z_i - z}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \end{cases}$$

式中 (x_i, y_i, z_i) 为基点 B_i 的坐标, $i = 1, 2, 3, 4$ 。求得矩阵 A 后,则几何精度衰减因子可按下式

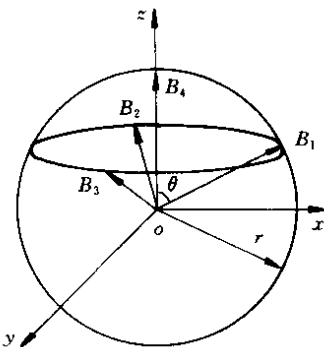


图 1 坐标系

Fig.1 Cartesian coordinate system

计算。式中 Trace 表示求矩阵的迹,即求矩阵主对角元素的和

$$\text{PDOP} = \sqrt{\text{Trac}[(A^T A)^{-1}]}$$

上式是关于被测点 $T(x, y, z)$ 的函数,对于每一个测量点都会有一个确定的 PDOP 值与之对应。由于基点布局关于 z 轴对称,并且 z 轴通过最佳测量点(原点),因此可以推测,在垂直于 z 轴的平面内,落在 z 轴上的测量点取得最小的 PDOP 值。图 3 给出的曲线也说明了这一点。

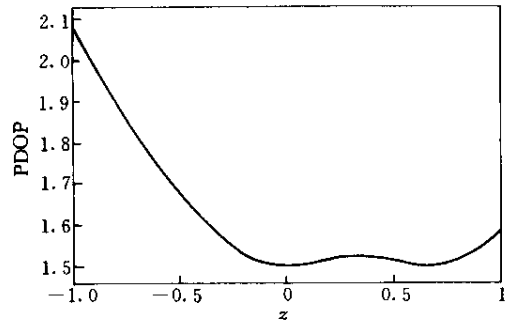


图 2 测量点在 z 轴上 ($r = 1$) 的 PDOP 值

Fig.2 PDOP of the measuring points on z axis ($r = 1$)

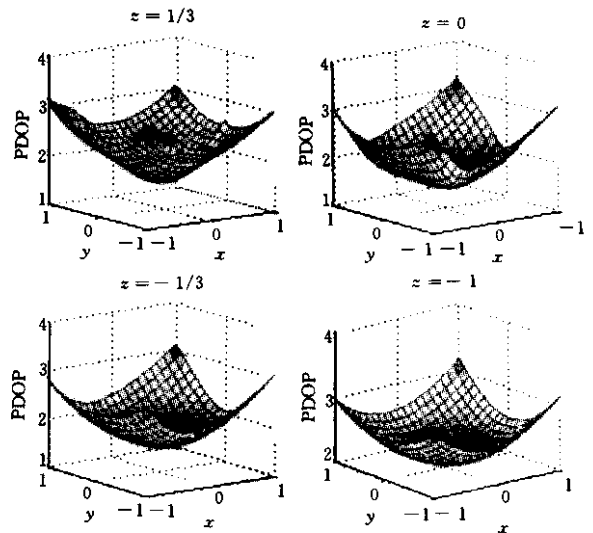


图 3 不同 z 值时 xoy 平面内测量点 PDOP 值的变化规律 ($r = 1$)

Fig.3 Distribution of PDOP of the measuring points on planes with different z ($r = 1$)

图 2 为测量点在 z 轴上变化时对应的 PDOP 值变化规律 ($r = 1$)。图中曲线有两个最小值,一个在原点处,此处即为最佳测量点;另一个在 $z = 2/3$

处,此时测量点落在 4 个基点构成的图形中间,并且测量点到 4 个基点的单位矢量端点构成一正四面体。当 z 在区间 $[0, 2/3]$ 变化时,出现一个极大值 (PDOP = 1.5275),对应的 $z = 1/3$,此时,测量点落在基点 B_1, B_2, B_3 构成的三角形内;当 $z < 0$ (或 $z > 2/3$) 时,PDOP 值随着 z 减小(或增大)而迅速增大。最佳测量区域如下定义:在该区域内对应的 PDOP 值小于 1.5275。经计算可得最佳测量区域为 $z = [-0.194, 0.821]$,考虑到猫眼接收角范围小于 180° 的限制,取最佳测量区域为 $z = [-0.194, 1/3]$,此时对应的 $\theta = [60.79^\circ, 90^\circ]$,图 3 给出了不同 z 值时 xoy 平面内测量点的 PDOP 值变化规律 ($r = 1$)。从图中可以看出,测量点偏离 z 轴越远,PDOP 值越大。综合图 2 和图 3 可以得到结论:为获得更高的测量精度,测量区域应尽量靠近 z 轴,若有可能最好在最佳测量点附近。

3 最佳测量布局下的系统自标定

四路激光跟踪三维坐标测量系统在实际测量前必须经过系统自标定^[2,3]。然而系统最佳测量布局对于系统自标定过程来说可能不是最优的,甚至可能无法实现系统的自标定。如文献[4]中指出的“4 个基点不能处于同一平面内”的限制就是针对系统自标定而言的,对于实际测量显然没有这个限制。因此需要研究布局对系统自标定的影响规律。我们对最佳测量布局下的系统自标定进行了计算机仿真,并与其他布局下的自标定结果进行了对比。

3.1 最佳布局下不同配置对系统自标定的影响

最佳测量布局只要求测量点与各个基点连线之间的夹角保持一定的关系,而与测量点到基点的距

离无关,因此,在最佳测量布局下,4 个基点存在多种不同的配置。当最佳测量点与 4 个基点的距离相等时,称这种配置为标称配置。为研究最佳测量布局下基点的各种不同配置对系统自标定的影响规律,进行了计算机仿真。

仿真时,首先给定最佳测量布局下的标称配置参数,初始动点选在最佳测量点处,具体数值如表 1 中“真值”所示。表中 (x_0, y_0, z_0) 为初始动点的坐标, (x_i, y_i, z_i) 为第 i 个基点 B_i 的坐标,通过合理建立坐标系,可以使得 $x_1 = y_1 = z_1 = 0, y_2 = z_2 = 0, z_3 = 0$,因此表中只给出其他 9 个系统参数值。仅改变基点 B_4 的 z_4 坐标,而其他参数保持不变,共给出 12 种情况(见表 2)。考虑到 4 个基点不能在同一平面内,没有给出 $z_4 = 0$ 的布局。仿真时采用 20 个动点数,这 20 个动点在立方体区域 $[0, 3000] \text{ mm} \times [0, 3000] \text{ mm} \times [500, 3500] \text{ mm}$ 内按均匀分布随机产生。由这些数据可以计算出动点到基点的相对长度变动量精确值,然后给这些相对长度变动量加上一个服从正态分布 $N(0, 0.001)$ 的误差。最后由这些数据反过来标定系统参数^[5]。迭代初始值偏离真值 $\pm 200 \text{ mm}$ 左右(按均匀分布给出偏差)。对每一种布局,经过 50 次仿真后,可得到各个系统参数的均值 mean 和标准差 σ ,由于数据比较多,表 1 中只给出了标称配置的仿真结果。仿真结果表明,无论何种布局,均值都非常接近给定的真值,并且可以期望当仿真次数足够多时,均值将无限接近真值。计算每一种布局下的所有系统参数的标准差的平方和 σ^2 ,以该值作为评价这种布局对系统自标定的影响程度。对于每一个 z_4 坐标值,可以计算得到一个 σ^2 ,如表 2 所示。以 z_4 为横坐标, σ^2 为纵坐标,画出散点图如图 4 所示。

表 1 标称配置下的仿真结果(单位: mm)

Table 1 The simulation results of the nominal setup(unit : mm)

	x_2	x_3	y_3	x_4	y_4	z_4	x_0	y_0	z_0
True value	3000.000	1500.000	2598.076	1500.000	866.025	-1224.745	1500.000	866.025	612.372
Mean	3000.001	1500.002	2598.080	1500.000	866.028	-1224.750	1500.003	866.024	612.373
σ	0.015	0.023	0.015	0.011	0.011	0.016	0.020	0.011	0.006

表 2 σ^2 与 z_4 之间的关系

Table 2 The relationship between σ^2 and z_4

z_4	-4000	-3000	-2000	-1224.745	-500	-200	-100	-50	50	100	200	500
σ^2	0.0083	0.0044	0.0025	0.0020	0.0022	0.0038	0.0099	0.0354	0.0391	0.0116	0.0044	0.0023

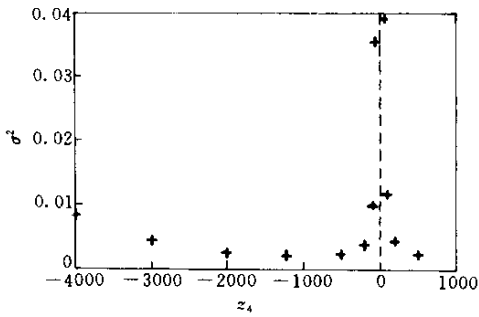


图4 最佳测量布局下不同配置的散点图

Fig.4 Scatter plot of σ^2 of the different setup under the optimal measuring arrangements

由图4可清楚地看出各种不同配置对系统自标定精度的影响程度。当 z_4 坐标值越接近于零时, σ^2 也就越大,这也就是说,当第4个基点越靠近其他三个基点确定的平面时,这种布局对系统自标定精度的影响也越大。这与文献[4]得到的结论是一致的。当第4个基点远离其他三个基点确定的平面时, σ^2 迅速变小。当 z_4 坐标为正时, σ^2 也可达到相当小的数值,但考虑到在这种布局下有一路激光跟踪干涉仪在其他三路激光跟踪干涉仪前面,会引起光路遮挡,影响测量,因而实际上这种布局不可取。在 z_4 负半轴,当 $z_4 = -1224.745$ 附近时, σ^2 值最小,此时4个基点处于标称配置。因此,对自标定来说,标称配置是所有不同配置中最合理的布局。在标称配置附近,随着 z_4 的变化, σ^2 的变化相当平缓,这说明在对基点进行布局时,没有必要精确地按照标称配置进行布局,只需把基点放置在标称配置附近即可,这一点具有实际应用价值。

在上述给定的区域内按均匀分布随机产生另一组动点数,经过仿真可以得到另一组 σ^2 与 z_4 的关系图,它与图4完全类似,这就说明仿真得到的上述结论具有普遍意义。

由表1可见,即使在标称配置下,系统自标定的误差仍然较大,其最大误差相当于单路激光跟踪干涉仪测量误差的20多倍,这么大的标定误差将会严重影响后续实际测量的精度。因此,为保证系统最终测量精度,需要进一步研究测量点布置对系统自标定精度的影响规律。

3.2 标称配置与其他布局的对比

由仿真结果可知,在所有最佳测量布局中,标称配置是最优的,但标称配置与其他布局相比是否也是最优呢?为此,利用计算机仿真对标称配置和其

他布局进行对比。

给定标称配置参数如表1中“真值”所示,其它布局则分别改变系统参数的 x_4 和 y_4 坐标值。其他布局1中仅 $x_4 = 0$,其他布局2中 $x_4 = y_4 = 0$ 。仿真过程与前面相同,得到三种布局下的标准差 σ 如图5所示。

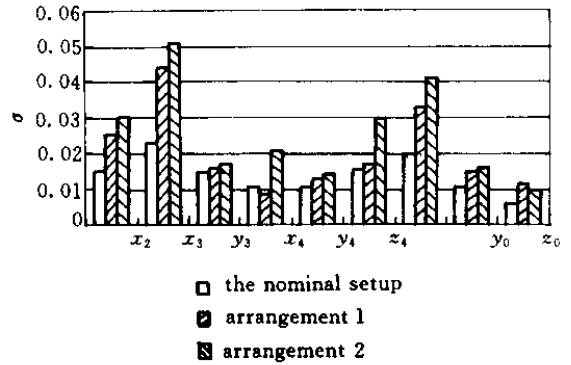


图5 标称配置与其他布局的标准差

Fig.5 Standard deviation of the nominal setup and the other arrangements

对比三种布局下的标准差可发现,标称配置下系统参数的标准差均要比其他布局下的标准差小,可见标称配置下的自标定结果比较理想。以上只是在改变标称配置的一两个参数时得到的结果,如果其他布局中大部分参数都偏离标称配置,那么其他布局的结果将会比标称配置差更多。因此,可以认为标称配置对于自标定来说也是最优的。

综上所述,当4个基点处于标称配置时,这种布局对系统自标定精度的影响最小,同时这种布局也是一种最佳测量布局,有着最小的几何精度衰减因子PDOP,因此,标称配置就是系统最合理的布局。

4 结 论

本文首先研究了四路激光跟踪干涉仪处于最佳测量布局时的最佳测量区域问题,并给出了几何精度衰减因子在三维空间内的变化规律。系统布局不仅影响系统测量过程,而且还影响系统的自标定过程。为此,我们通过计算机仿真研究了最佳测量布局对系统自标定的影响规律,指出最佳测量布局中的标称配置对系统自标定精度的影响最小,同时这种布局有着最小的几何精度衰减因子。因此,这种布局就是整个系统最合理布局。

参 考 文 献

- 1 Kihara Masahiko, Okada Tsuyoshi. A satellite selection method and accuracy for the global position system [J]. *Navigation*, 1984, **31**(1) 3 ~ 20
- 2 Osamu Nakamura, Mitsuo Goto. Four-beam laser interferometry for three-dimensional microscopic coordinate measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(1) 31 ~ 36
- 3 Zhuang Hanqi, Li Baiyuan, Zvi S. Lior et al.. Self-calibration and mirror center offset elimination of a multi-beam laser tracking system [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1992, (9) 255 ~ 269
- 4 Toshiyuki Takatsuji, Yoshihiko Koseki, Mitsuo Goto et al.. Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration [J]. *Measurement Science & Technology*, 1998, **9**(8) 1357 ~ 1359
- 5 Liu Yongdong, Wang Jia, Liang Jinwen. Self-calibration of multi-station laser tracking system for dynamic geometric measurement [J]. *Optical Technique (光学技术)*, 1999, **25**(3) 25 ~ 27, 31 (in Chinese)

征 稿 简 则

1 《中国激光》是由中国光学学会主办,中国科学院上海光学精密机械研究所等单位承办,中国科学出版社出版的学报类期刊,国内外公开发行人。本刊主要发表我国科技人员在激光理论研究、新型器件开发及激光实验技术与元件、激光材料、薄膜技术、光通信、全息技术与信息处理以及激光技术应用等方面的新进展、新发现和研究成果,本刊一般不受理无作者研究和实验内容的综述性文章。

2 来稿要求和注意事项

2.1 来稿要求一式两份,应含中英文题目、摘要、关键词(四个以上)和作者单位,以及作者姓名拼音。题目限定 20 字之内,摘要内容包括“研究目的、方法、结果和结论”四大要素,中英文摘要请用第三人称叙述,不引用参考文献、数学公式和化学式,关键词中第一个列出该文主要工作或内容所属的二级学科名称,第二个列出该文研究得到的成果名称或文内若干个成果的总类别名称,第三个列出该文在得到上述成果或结论时采用的科学研究方法的具体名称,第四个列出在前三个关键词中没有出现的,但作为主要研究对象的事或物质的名称,如有需要,还可以列出作者认为有利于检索和文献利用的第五、第六个等关键词,作者的署名限定 5 名以内,并附第一作者简介。全文要求在 5000 字以内,并根据论文内容,标出“中图分类号”。可用 E-mail 投稿。

2.2 文字 来稿请用电脑在 A4 纸上以小 4 号打印,并具较大行距和字距,另用铅笔标明文内尤其公式内易混淆的大小写、上下角码、文种、算符等,录用文章可附电脑软盘或发 E-mail。

2.3 图表 图要设计美观,大小适中,尺寸一般为 8cm × 10cm 以内,线条均匀,主辅线分明,粗线一般为 0.25 ~ 0.5mm,细线一般为粗线的 1/2,图中主线用粗线,如函数曲线等,辅线用细线,如坐标轴线、指示线等;照片要求对比度高,层次清晰。图表文字、图题、表题中、英文对照,图面、表面一律用英文。

2.4 计量单位 一律用我国法定计量单位,下列单位已废止,须采用后者: $1\text{\AA} = 0.1\text{nm}$, $1\text{Torr} = 133.3\text{Pa}$, $1\text{G} = 10^{-4}\text{T}$, $10\text{e} = 79.58\text{A/m}$;

2.5 参考文献 应引用公开出版物,并仔细核对,每条文献应作相应的文献类型标识(见方括号内)。每条文献的顺序和标点如下:

- 专著 [M]、学位论文 [D]、报告 [R]——著者(三名),文献题名,版本(专著用),出版地,出版者,出版年,起止页码;
期刊 [J]——作者(三名),论文题目 [J],刊名,出版年,卷(期),起止页码;
专利 [P]——专利申请者,专利题目 [P],专利国别,专利文献种类,专利号,出版日期;
文集 [C]——作者(三名),论文题目 [C],编者,论文集名,出版地,出版者,年,起止页码;

2.6 修改稿 请将修改稿的软盘连同修改稿一并寄回,两者内容应完全一致。软件可采用 Word, WPS 或北大方正中的任何一种,如用科印、北航等其他软件,请勿在文中加入该软件的排版指令。

3 编辑部有权对来稿删改。作者投稿 3 个月内未收到本刊处理意见,可另投他刊。

4 收取版面费 遵照中国科协和中国科学院有关文件精神,向录用稿作者收取适量版面费以聊补本刊的高额亏损。

5 稿件一经刊登,向作者酌付稿酬及赠送该期期刊 2 册,抽印本 20 份。本刊享有版权,本刊发表的文章由《中国学术期刊(光盘版)》、万方数据库等收录,著作使用权在奉寄作者稿酬中一次性支付。如有不同意将文章编入上述数据库者,请事先声明,本刊将作适当处理。

6 本刊通讯地址:上海 800-211 信箱《中国激光》编辑部,邮编:201800;电话:(021)69918016 (021)69918427;传真:(021)69918016;E-mail:zhgjg@mail.shcnc.ac.cn。投稿勿寄个人,以免延误受理时间。