

文章编号: 0258-7025(2001)06-0518-05

超短脉冲高斯光束经聚焦透镜的光场形式*

杨莉松 王中阳 王桂英 徐至展

(中国科学院上海光机所强激光光学开放研究实验室 上海 201800)

提要 考虑到激光腔模中光腰的频率依赖性,得到了超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦后光场的解析形式,并讨论了此时透镜群速度色散对光束聚焦性质的影响。分析了单透镜色差和群速度色散对超短脉冲高斯光束聚焦的时间分布及脉冲波面的影响,比较了消色差透镜及单透镜中脉冲初始光腰尺寸对聚焦的影响。

关键词 超短脉冲高斯光束,脉宽,透镜色差,群速度色散

中图分类号 O 436 文献标识码 A

Focusing of Femtosecond Gaussian Beam by Lenses

YANG Li-song WANG Zhong-yang WANG Gui-ying XU Zhi-zhan

(Lab of High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and

Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract Considering the wave number dependence of the waist size in laser resonator, the exact intensity solution of the pulse through achromat is obtained. The effect of group velocity dispersion (GVD) on the focus was discussed. The influence of lens dispersion up to second order on the spatial and temporal intensity distribution of the femtosecond Gaussian beam was analyzed. The influence of input beam size on the maximum intensity in the focus of singlet lens and achromat was compared.

Key words femtosecond Gaussian beam, pulse duration, lens chromatic aberration, group velocity dispersion (GVD)

1 引 言

超短脉冲激光技术的发展使其被广泛地应用于生物、化学等领域的瞬态动力学过程研究中,已成为生物医学领域中进行时间分辨光学成像及多光子荧光成像的必要光源^[1-3]。在利用超短脉冲激光进行的光学相干层析成像^[4]及共焦扫描荧光成像^[5]中,超短脉冲光束经透镜聚焦后的空间、时间特性将直接影响到成像的分辨率。因此,掌握超短脉冲光束的透镜聚焦性质,对获得高功率、高时空分辨的光焦点具有重要的指导意义。

Z. Bor 等分析了透镜色差对超短脉冲平面波及高斯光束传播的影响^[6,7]。透镜存在的色差将导致脉冲波前弯曲,使透镜焦点处脉宽展宽。Kempe 等考虑了透镜色差及群速度色散对超短脉冲平面波传播的影响^[8]。在实际应用中,激光光束常见为高斯

空间分布。因此本文分析了单透镜色差及群速度色散对超短脉冲高斯光束焦点附近光场分布的影响;此外,考虑到激光腔模中光腰的频率依赖性,给出了超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦后光场的解析形式,为超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦提供了直观的分析手段。讨论了消色差透镜条件下群速度色散对超短脉冲高斯光束聚焦性质的影响。最后,比较了消色差透镜及单透镜中脉冲光腰尺寸对聚焦强度的影响。本文不考虑透镜的孔径衍射及球差问题。

2 超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦的场解析形式

设激光器输出的脉冲场为高斯分布形式,则脉冲的频谱分布为^[6]

$$E(\omega) = \frac{1}{\delta_0} \exp[-(\Delta\omega)^2 / (2\delta_0^2)] \quad (1)$$

其中, δ_0 为谱强度 $1/e$ 的半宽, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, ω_0 为脉冲中心频率。

* 国家自然科学基金(项目批准号:69637030 及 69777004)资助课题。

收稿日期 2000-03-03;收到修改稿日期 2000-05-24

如图 1 所示,某一频率的高斯光束通过单透镜,若不考虑透镜的孔径衍射影响,则变换后的光场空间分布 $E_2(r_2, z_2, \omega)$ 仍为高斯分布形式,表示为^[9]

$$E_2(r_2, z_2, \omega) = E_{20} \frac{w_{20}}{w_2} \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_2^2}\right) \cdot \exp\left[-i\left(\frac{kr_2^2}{2R_2} + kz_2 - \phi_2 + knD_0 + kl_1 + kl_2\right)\right] \quad (2)$$

其中,考虑到光束变换前后能量守恒,场振幅 E_{20} 为

$$E_{20} = w_{10}/w_{20} \quad (3)$$

w_{10}, w_{20} 分别为高斯光束经透镜变换前后的光腰,对于类共焦腔有^[10]

$$w_{10} = w_{100} \sqrt{\omega_0/\omega} \quad (4)$$

式中, w_{100} 为与光频率无关的光腰量

$$w_{10}^2 = w_{100}^2 \left[1 + (z_{10}/f)^2\right] \quad (5)$$

其中, $z_{10} = kw_{10}^2/2$ 为高斯光束的瑞利距离,与光频率无关。 l_1, l_2 分别为透镜变换前后光腰到透镜的距离, l_2 表示为

$$l_2 = f - (f - l_1) \left[1 + (z_{10}/f)^2\right] \quad (6)$$

f 为透镜焦距。另外有

$$w_2^2 = w_{20}^2 \left[1 + (z_2/z_{20})^2\right] \quad (7)$$

$$R_2 = z_2 \left[1 + (z_2/z_{20})^2\right] \quad (8)$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}(z_2/z_{20}) \quad (9)$$

$z_{20} = kw_{20}^2/2, D_0$ 为透镜的中心厚度, n 为透镜折射率。

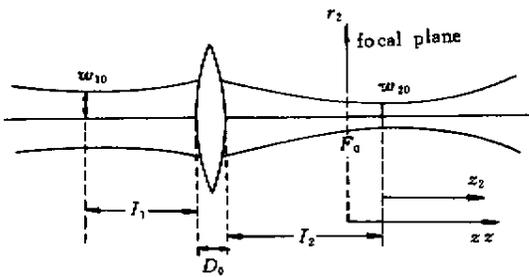


图 1 高斯光束透镜变换示意图

Fig.1 A singlet lens converts a Gaussian beam into another Gaussian beam

在脉冲光束传播过程中,空间任意点 P 的光场可以表示为各种频率成分光场的叠加

$$E(P, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(P, \omega) E(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (10)$$

将式(1)(2)代入(10)得

$$E_2(r_2, z_2, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_{10}}{w_2} \cdot \frac{\exp[-(\Delta\omega)^2 (2\delta_0)^2]}{\delta_0} \cdot$$

$$\exp\left(-\frac{r_2^2}{w_2^2}\right) \cdot \exp\left[-i\left(\frac{\omega r_2^2}{2cR_2} - \phi_2\right)\right] \cdot \exp\left[-i\omega\left(\frac{z_2}{c} + \frac{l_1 + l_2 + D_0 n}{c}\right)\right] \exp(i\omega t) d\omega \quad (11)$$

首先考虑超短脉冲高斯光束通过消色差的复合透镜的场形式。对于复合双透镜,式(11)中 $\omega n D_0/c$ 应写为 $\omega(n_1 D_{01} + n_2 D_{02})/c$ 。其中, n_1, D_{01} 及 n_2, D_{02} 分别为双透镜的折射率及中心厚度。由于透镜 $df/d\lambda|_0 = 0$, 即 f 与频率 ω 无关,则(11)式中 $w_{10}/w_2, z_{20}, R_2, \phi_2$ 及 l_2 均与频率无关。 $1/w_2^2$ 与频率成正比,有

$$\frac{1}{w_2^2} = \frac{\omega}{\sigma_2^2 \omega_0} \quad (12)$$

由式(5)及(7)可知, σ_2 类似于 w_{100} , 是与频率无关的光斑尺寸量。将式(11)中的 $\omega n/c$, 即 kn , 写成展开形式,并忽略二阶以上的色散项,得到

$$kn_1 = \omega n(\lambda)/c = (\omega_0 + \Delta\omega) \left[n_{10} + \frac{dn_1}{d\omega} \Big|_0 \Delta\omega + \frac{1}{2} \frac{d^2 n_1}{d\omega^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 \right] / c = \frac{\omega}{v_{g1}} + 2\pi \frac{dn_1}{d\lambda} \Big|_0 + \frac{2\pi^2 c}{\omega_0^3} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 \quad (13)$$

$$kn_2 = \frac{\omega}{v_{g2}} + 2\pi \frac{dn_2}{d\lambda} \Big|_0 + \frac{2\pi^2 c}{\omega_0^3} \frac{d^2 n_2}{d\lambda^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 \quad (14)$$

其中,下标 1, 2 分别对应于双透镜的参量。 $dn/d\lambda|_0$ 为透镜一阶色散,即色差项。 $d^2 n/d\lambda^2|_0$ 为透镜二阶色散,即群速度色散项。 $v_g = \left. \frac{d\omega}{d(kn)} \right|_{\omega=\omega_0} = c / \left(n_0 + \omega_0 \frac{dn}{d\omega} \Big|_0 \right)$ 为脉冲在透镜中中心频率处的群速度。将式(13)(14)代入式(11),将空间坐标原点统一地取在 F_0 处,即空间任意点到焦平面的距离

$zz = z_2 + l_2 - f_0$ 。另外,将 $t - \frac{l_1 + f_0}{c} - \frac{D_{01}}{v_{g1}} - \frac{D_{02}}{v_{g2}}$ 记为 t ,即将计时起点取为脉冲峰值沿光轴到 F_0 点的时刻。可以得到超短脉冲高斯光束经消色差透镜后光场强度的解析表达式

$$I(r_2, z_2, t) = E_2 E_2^* = \left(\frac{w_{100}}{\sigma_2}\right)^2 \sqrt{\frac{1}{1 + (2\delta_0^2 \beta)^2}} \cdot \exp\left\{-\left[t - \frac{r_2^2}{2cR_2} - \frac{zz}{c} + 2\left(\frac{r_2 \delta_0}{\sigma_2}\right)^2 \frac{\beta}{\omega_0}\right]^2 / t^2\right\} \cdot \exp\left[-\frac{2r_2^2}{\sigma_2^2} + \left(\frac{r_2}{\sigma_2}\right)^4 \left(\frac{\delta_0}{\omega_0}\right)^2\right] \quad (15)$$

其中 $\beta = \frac{2\pi^2 c}{\omega_0^3} \left(\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \Big|_0 D_{01} + \frac{d^2 n_2}{d\lambda^2} \Big|_0 D_{02} \right)$, 与透镜材料、结构及初始脉冲参量有关。 $\tau' = \frac{1}{\delta_0} \sqrt{1 + (2\delta_0^2 \beta)}$ 为脉冲经消色差透镜聚焦后脉冲的 $1/e$ 宽度。与初始脉冲比较, 脉宽(光强半高全宽度)变化为 $\Delta\tau = 2\sqrt{\ln 2} \tau' - \tau_0 = \tau_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\beta \ln 2}{\tau_0^2} \right)^2} - 1 \right] > 0$, 其中 τ_0 为初始脉宽, 且 $\delta_0 = 2\sqrt{\ln 2}/\tau_0$ 。图 2 给出了 800 nm 超短脉冲高斯光束通过由 BK7 玻璃材料制成的消色差透镜时, 群速度色散引起的脉宽展宽 $\Delta\tau$ 随 τ_0 变化的关系曲线。根据色散方程得到 800 nm 处透镜折射率 n_0 为 1.51078, 群速度色散 $d^2 n/d\lambda^2$ 为 0.04913。设凸、凹透镜的中心厚度分别为 7 mm, 3 mm。当脉冲小于 10 fs 时, 展宽量 $\Delta\tau$ 与初始脉宽 τ_0 近似有 $\Delta\tau \approx 8\beta \ln 2/\tau_0$ 。当脉宽增加到一定值时, 群速度色散对脉宽影响迅速减小。由图 2 可见, 对于脉宽大于 50 fs 的脉冲高斯光束, 此时 $\Delta\tau/\tau_0 \ll 1$, 群速度色散的影响可忽略。由式(15)可知, 群速度色散引起的脉宽展宽具有对称性, 且空间各处一致, 这与 Z. Bor 等用几何光学方法及数值分析方法分析所得的结论一致^[6,8]。

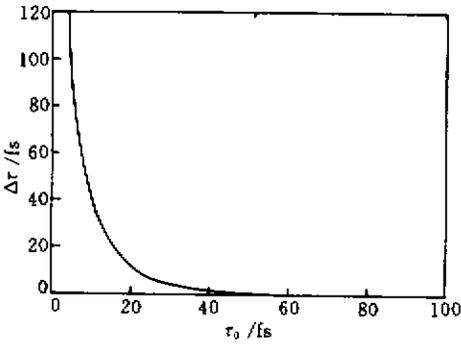


图 2 消色差透镜群速度色散引起的脉宽展宽 $\Delta\tau$ 随初始脉宽 τ_0 变化的关系曲线

Fig. 2 GVD (group velocity dispersion) broadening as a function of pulse duration with achromatic lens doublet

另外, 由于群速度色散的影响, 聚焦空间各点脉冲峰值强度将减低为不计透镜色散情况的 $1/\sqrt{1 + (2\delta_0^2 \beta)}$, 同样地, 当 $2\delta_0^2 \beta \ll 1$ 时, 群速度色散对聚焦强度影响可忽略。

由式(15)时间项中可以看出脉冲波前也将受透镜群速度色散的影响。脉冲波面与相面不一致。与不计透镜色散情况相比, 群速度色散抑制了焦平面

外脉冲横向空间的相对弯曲。另外, 消色差透镜群速度色散不影响超短脉冲高斯光束聚焦后的脉冲峰值强度的空间分布。

3 单透镜色散对超短脉冲高斯光束聚焦性质的影响

对于普通单透镜, 透镜存在材料色散, 即折射率 n 与入射光波长 λ 有关。透镜焦距 f 可以展开成

$$f(\omega) = f_0 + \frac{df}{d\omega} \Big|_0 \Delta\omega + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{d\omega^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 + S \quad (16)$$

其中

$$\frac{df}{d\omega} \Big|_0 = \frac{2\pi c f_0}{(n_0 - 1)\omega_0^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \Big|_0 \quad (17)$$

$$\frac{d^2 f}{d\omega^2} \Big|_0 = -\frac{2}{\omega_0} \cdot \frac{df}{d\omega} \Big|_0 + \frac{2}{f_0} \left(\frac{df}{d\omega} \Big|_0 \right)^2 - \frac{f_0}{n_0 - 1} \left(\frac{\lambda_0}{\omega_0} \right)^2 \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_0 \quad (18)$$

f_0, n_0 分别为中心频率 ω_0 所对应的透镜焦距及折射率。 S 为透镜二阶以上的色散, 以下分析中忽略。式(17)及(18)中运用到关系: $f = P/(n - 1)$ 及 $\omega\lambda = 2\pi c$ 。其中, P 为与透镜面形结构有关的量。

同样地, 将式(11)中的 $\omega n/c$ 写成展开形式, 并忽略二阶以上的色散项, 得到

$$\frac{\omega n}{c} = \frac{\omega}{v_g} + 2\pi \frac{dn}{d\lambda} \Big|_0 + \frac{2\pi^2 c}{\omega_0^3} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 \quad (19)$$

将式(16)~(19)代入式(11), 将空间坐标原点统一地取在 F_0 处, 另外, 将 $t - \frac{l_1 + f_0}{c} - \frac{D_0}{v_g}$ 记为 t 。并注意到 $2\pi D_0 \frac{dn}{d\lambda} \Big|_0$ 不依赖频率 ω , 在分析光场强度问题时可以略去。式(11)化为

$$E_A(r_2, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_0}{w_2} \cdot \frac{\exp[-(\Delta\omega)^2 (2\delta_0)^2]}{\delta_0} \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_2^2}\right) \exp\left\{(-i) \left[\frac{\omega r_2^2}{2cR_2} - \phi_2 + \omega \frac{z}{c} + \frac{2\pi^2 c D_0}{\omega_0^3} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_0 (\Delta\omega)^2 \right]\right\} \exp(i\omega t) d\omega \quad (20)$$

对上式进行 FFT 数值求解可以得到超短脉冲高斯光束经聚焦透镜后的场分布情况。以下考虑脉宽 τ 为 5 fs, 波长 λ 为 800 nm 的脉冲高斯光束通过 BK7 透镜聚焦的时空特性。透镜参数为: $f_0 = 30$ mm, $n_0 = 1.51078$, $dn/d\lambda \Big|_0 = -0.01982$, $d^2 n/d\lambda^2$

$= 0.04913, D_0 = 10.0 \text{ mm}$ 。设光腰处光斑 D 为 15 mm (对应于光腰 w_{100} 为 12.7 mm), 光腰到透镜距离 $l_1 = 0$ 。

3.1 脉冲波面畸变

图 3 给出了 $t = -1.5 \text{ ps}$ 时刻 5 fs 脉冲聚焦光场强度分布的轮廓。曲线 (a) ~ (c) 分别为光束相位波前轮廓、仅考虑透镜色差时的脉冲波前轮廓以及透镜色差和群速度色散共同作用的脉冲波前轮廓。曲线 (b) 单纯反映了透镜色差的影响。由于单透镜径向厚度不同, 离轴较远的脉冲比离轴较近的脉冲传播得快, 因此群速度波前相对相面有一定的弯曲。另外, 由于透镜的群速度色散引起的脉宽的展宽随单透镜径向厚度的增加而增加, 因此对于一确定时刻, 轴上场分布较轴外点宽。与透镜色差共同影响脉冲波面, 形成图 3 所示的波前轮廓。

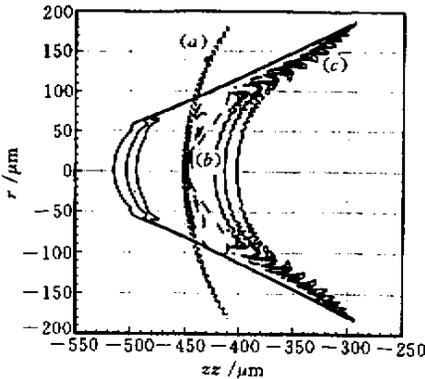


图 3 5 fs 脉冲高斯光束 -1.5 ps 时刻在 BK7 透镜焦点附近光场的空间分布轮廓

(a) 相面 (b) 仅考虑透镜色差时的脉冲波面;
(c) 考虑透镜色差及群速度色散时的脉冲波面

Fig.3 Contour map of a 5 fs pulse in the vicinity of the focal point of a BK7 lens at the moment of -1.5 ps (a) phase front; (b) pulse front with PTD (propagation time difference) only; (c) pulse front with PTD and GVD

3.2 脉宽展宽

图 4 中曲线 (a) (b) 分别给出了单独考虑色差影响时的脉冲展宽, 以及透镜色差及群速度色散综合作用下焦点处脉冲展宽形式。图 4 (a) 中, 透镜色差引起脉冲展宽是由于离轴远的光束与离轴近的光束的传播时间存在差异。前者较后者先到达聚焦点, 因而叠加后出现脉冲展宽且不对称。群速度色散引起的脉宽展宽为对称展宽, 且与透镜径向厚度有关。对于单透镜, 离轴较近的脉冲的展宽较大。群速度色散与透镜色差共同作用使不同脉宽且不同

时刻到达脉冲叠加后出现脉冲前沿的振荡。可以预见, 当初始脉宽增大, 群速度色散影响引起的振荡将减弱。

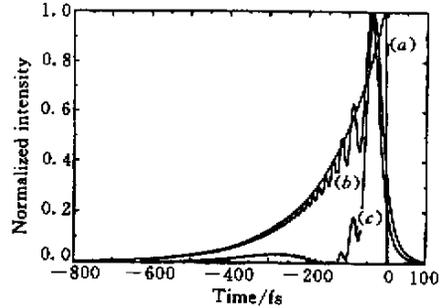


图 4 透镜焦点处的脉冲时间曲线: 焦点处 (a) 透镜色差及群速度色散, (b) 仅透镜色差及焦平面 $r_2 = 1 \mu\text{m}$ 处 (c) 透镜色差及群速度色散
Fig.4 Normalized intensity distribution versus time with (a) PTD and GVD, (b) PTD only, in focus and (c) PTD and GVD in $r_2 = 1 \mu\text{m}$ of the focal plane

图 4 (c) 为透镜色散影响下焦平面上离轴 $1 \mu\text{m}$ 处的脉冲波形。很明显, 透镜色散对焦点以外点的影响弱于对焦点的影响。由于脉宽的展宽将导致相应点脉冲峰值的下降, 而脉宽展宽效应对在焦点以外点的影响较小, 因此焦点附近脉冲光场的峰值场分布将在空间展宽。

由上述分析可知, 透镜色散使得脉冲光束脉宽展宽和光束空间分布都存在展宽, 影响聚焦点的时间空间分辨率。

3.3 光腰尺寸对聚焦光强的影响

图 5 (a) (b) 分别给出了透镜的中心厚度 ($D_0 = 10 \text{ mm}$) 及材料 (BK7) 相同条件下消色差透镜及普通单透镜聚焦后脉冲初始光腰处光斑大小 D 对焦点处脉冲峰值的关系曲线。由式 (15) 可知, 对于消色差透镜, 聚焦点处的峰值光强正比于光束初始光腰的四次方, 如图 5 (a) 所示。而由图 5 (b) 看到, 尽管脉冲经单透镜聚焦峰值强度仍随光腰增加而增加, 但增加趋势明显弱于消色差透镜情况。这是由于对于单透镜, 初始脉冲光斑越大, 透镜色差使得轴上光束落后于边缘光束越多, 导致焦点处脉宽展宽越大, 因而减弱了脉冲峰值强度增加的趋势。光束初始光腰越大, 单透镜相对消色差透镜的聚焦强度损失将越多。当光束初始光腰大于 6 mm 时, 其聚焦强度损失大于 50% 。

4 结论

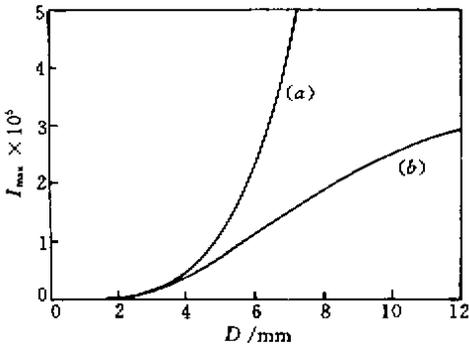


图5 脉冲光斑大小对焦点处脉冲峰值强度的影响

(a)消色差透镜 (b)单透镜

Fig.5 Peak intensity in the focal point depending on the input beam size

(a)achromat lens ;(b)singlet lens

当超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦时,透镜群速度色散将使聚焦空间各处脉宽对称展宽,展宽量 $\Delta\tau$ 与脉冲初始脉宽 τ_0 有关,有 $\Delta\tau = \tau_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\beta \ln 2}{\tau_0^2} \right)^2} - 1 \right]$ 。另外,聚焦空间各点脉冲峰值强度将减低为不计透镜色散情况的 $1/\sqrt{1 + (2\delta_0^2\beta)^2}$ 。超短脉冲高斯光束经消色差透镜聚焦后的脉冲峰值强度的空间分布不受透镜群速度色散的影响。

超短脉冲高斯光束经单透镜聚焦时,透镜色差及群速度色散的作用将使脉冲波面相对相面发生畸变,脉宽振荡展宽。且聚焦后的焦点附近脉冲峰值强度的空间分布展宽,峰值强度相对消色差透镜情况有损失。其量值不仅与脉冲初始脉宽有关,还与

脉冲初始光腰尺寸有关。为提高脉冲光束的聚焦质量,对于较大光斑的脉冲光束,应考虑使用消色差透镜。

参 考 文 献

- 1 W. Kaiser ed. . Ultrashort Laser Pulses and Applications. New York : Springer , 1988
- 2 B. B. Das , Feng Liu , R. R. Alfano. Time-resolved fluorescence and photon migration studies in biomedical and model random media. *Rep. Prog. Phys.* , 1997 , **60**(2) 227 ~ 292
- 3 T. Wilson , C. Sheppard. Theory and Practice of Scanning Optical Microscopy. London : Pergamon , 1984. 1 ~ 20
- 4 Michael R. Hee , Joseph A. Izatt , Eric A. Swanson *et al.* . Femto-second transillumination tomography in thick tissues. *Opt. Lett.* , 1993 , **18**(13) : 1107 ~ 1109
- 5 S. Maiti , Jason B. Shear , R. M. Williams *et al.* . Measuring serotonin distribution in live cells with three-photon excitation. *Science* , 1997 , **275**(5299) 530 ~ 532
- 6 Z. Bor. Distortion of femtosecond laser pulses in lenses and lens systems. *J. Mod. Opt.* , 1988 , **35**(12) : 1907 ~ 1918
- 7 Z. L. Horvath , Z. Bor. Focusing of femtosecond pulses having Gaussian spatial distribution. *Opt. Comm.* , 1993 , **100** 6 ~ 12
- 8 M. Kempe , U. Stamm , B. Wilhelmi *et al.* . Spatial and temporal transformation of femtosecond laser pulses by lenses and lens systems. *J. Opt. Soc. Am. B* , 1992 , **9**(7) : 1158 ~ 1165
- 9 H. Kogelnik , T. Li. Laser beams and resonators. *Appl. Opt.* , 1966 , **5**(10) : 1550 ~ 1567
- 10 Zhongyang Wang , Zhengquan Zhang , Zhizhan Xu *et al.* . Space-time profiles of an ultrashort pulsed Gaussian beam. *IEEE J. Quantum Electron.* , 1997 , **33**(4) 566 ~ 573
- 11 Wang Zhongyang , Zhang Zhengquan , Xu Zhizhan. Exact solution of the pulsed beam propagation in homogeneous dispersive media. *Chinese J. Lasers* (中国激光) , 1997 , **A24**(8) : 715 ~ 720 (in Chinese)