文章编号:0258-7025(2001)05-0459-04

# 三维超分辨光瞳滤波器

### 邓小强 王桂英 徐至展

(中国科学院上海光机所 上海 201800)

提要 提出一种改进的漏光型环形光瞳滤波器以期达到三维超分辨效果。对该光瞳滤波器与单透镜系统相结合 的横向和轴向特性进行了详细分析,并给出了一个具有三维超分辨特性的光瞳实例。结果表明这种改进的漏光型 光瞳滤波器具有三维超分辨能力,由于其轴向旁瓣强度太大,故利用共焦扫描成像系统点扩散函数乘积性抑制旁 瓣,并取得较好的三维超分辨效果。

关键词 三维超分辨成像,光瞳滤波器,共焦扫描成像系统 中图分类号 TN 247 文献标识码 A

### **3-D Superresolution Pupil Filter**

DENG Xiao-qiang WANG Gui-ying XU Zhi-zhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract** A new type of leaky annular pupil filter is designed to achieve 3-D superresolution in this paper. Both transversal and axial property of this filter are analysed and a simulation example filter is provided which improves 3-D resolution of the imaging system when it is combined with conventional imaging system. Unfortunately, the sidelobe of axial intensity distribution is too high in conventional system. With applying this pupil filter to confocal scanning microscope, a good 3-D superresolution is achieved. **Key words** 3-D superresolving imaging, pupil filter, confocal scanning imaging system

### 1 引 言

Sieracki 和 Hanser<sup>[1]</sup>考查了漏光型环形光瞳滤波 器提高共焦系统的分辨率的能力 所谓漏光型环形光 瞳是指环形光瞳的中心遮挡区的透过率为一个大于 零小于1的常数。他们获得具有以下两种功能的光 瞳滤波器(1)在轴向分辨率略有下降的情况下提高 系统的横向分辨率(2)在横向分辨率略有提高的情 况下主要提高系统的轴向分辨率。后来 Sheppard<sup>2]</sup> 又在此基础上进一步考察了漏光型环形光瞳的性质, 并得到好的轴向超分辨光瞳 此时系统的横向分辨率 基本保持不变。但是,无论是 Sieracki 和 Hansen 还是 Sheppard 都没有得到好的三维超分辨光瞳滤波器 前 者得到的超分辨光瞳的横向和轴向半高半宽 (HWHM)比(加光瞳时系统的HWHM值与不加光瞳 时系统的 HWHM 值之比 )都大于 0.9。根据超分辨理 论要获得好的轴向超分辨效果振幅光瞳的中间区的 透光率应远小于中心区和边沿区的透光率,光瞳的中 间区以归一化半径 a = 0.5<sup>1/2</sup> 为中心的环形区 域<sup>3 4</sup> ] 而要获得好的横向超分辨能力 振幅光瞳的中 心区的透光率应远小于边沿区的透光率。本文以此 为依据将漏光型光瞳滤波器加以改进 ,即将光瞳的中 间区的透过率直接取为零。这样 ,可以通过调节中间 区面积的大小来实现轴向超分辨而调节中心区的透 过率系数则可实现横向超分辨。

## 2 改进的漏光型光瞳的三维超分辨性 能分析

根据 M. Borf<sup>5</sup>和 C. W. McCutcherf<sup>6</sup>的理论 在 单色光照明下 具有光瞳函数  $P(\rho)$ 系统焦点附近的 振幅分布为

 $U(v , u) = 2 \int_{0}^{1} P(\rho) \exp(-ju\rho^{2}/2) J_{0}(v\rho) \rho d\rho$ (1)

上式已经做了归一化处理。其中  $\rho$  为归一化半径,  $J_{d}(v\rho)$ 为零阶 Bessel 函数。v 对应接收面上的径向 坐标 r,u 对应以焦点为原点的轴上坐标z,其表达式 如下

$$v = kr\sin\alpha$$
 (2)

$$u = 4kz(\sin\alpha/2)^2 \tag{3}$$

(7b)

令  $t = \rho^2$  则(1)式变为

$$U(v, u) = \int_{0}^{1} Q(t) \exp(-jut/2) J_{0}(vt) dt$$
 (4)

其中  $Q(t) = P(\rho)$ 。因此 在焦面上( 即 u = 0时)振 幅为

$$U(v \ 0) = \int_{0}^{1} Q(t) J_{0}(vt) dt$$
 (5)

而轴上振幅表达式为

$$U(0, u) = \int_0^1 Q(t) \exp(-jut/2) dt \qquad (6)$$

由(5)(6)两式可知 横向振幅分布由 Q(t)的 汉克尔变换决定;而其轴向振幅分布由 Q(t)的傅 里叶变换决定。

在焦面上,对离焦点距离很小的情况,系统强度 分布按级数展开的二阶近似表达式为

$$I(v \ 0) = I_0^2 - v^2 I_0 I_1 / 2 + \dots$$
 (7*a*)

其中  $I_n = \int_0^1 Q(t) t^n dt$ 代表光瞳函数的 *n* 阶矩。

将(7a)式用 I0 归一化 则有

$$I(v \ 0) = 1 - \frac{1}{2}v^2(I_1/I_0) + \dots$$
 (7c)

由(7c)式可知要提高横向分辨率就应增大  $I_1/I_0$ 的 值,即相对地增大光瞳外侧的透过率。

对轴向强度分布做类似处理,可得下式

$$I(0, u) = I_0^2 - \frac{u^2}{4}(I_0I_2 - I_1^2) + \dots$$
 (8)

上式中各表达式的意义同前。文献[3]定义了横向 超分辨因子 G<sub>T</sub>和轴向超分辨因子 G<sub>4</sub> 表达式如下

$$G_T = 2I_1/I_0 \tag{9a}$$

$$G_A = 12 [I_2/I_0 - (I_1/I_0)^2]$$
 (9b)

当  $G_T$ 和  $G_A$ 都大于 1 时,光瞳具有三维超分辨性能。 下面用  $G_T$ 和  $G_A$ 来估算改进的漏光型光瞳滤波器的 超分辨能力随它的几个可调参数(中心区半径 a和 该区的透过率系数 k,中间区半径 b)变化的关系。

改进的光瞳滤波器如图 1 所示 其表达式如下

$$Q(t) = \begin{cases} k & t \in [0, a^2] \\ 0 & t \in [a^2, b^2] \\ 1 & t \in [b^2, 1] \end{cases}$$
(10)



图 1 改进的漏光型光瞳滤波器的二维示意图

Fig.1 Actual 2-D representation of modified leaky annular pupil filter

各参数的意义如前所述。为考察该滤波器的横向和 轴向超分辨能力,计算了它的 *G<sub>T</sub>* 和 *G<sub>A</sub>* 具体形式如 下

$$G_{T} = 2 \times \frac{1 + ka^{4} - b^{4}}{1 + ka^{2} - b^{2}}$$
(11)  

$$G_{A} = 12 \Big[ \frac{ka^{6} + 1 - b^{6}}{3(ka^{2} + 1 - b^{2})} - \frac{(ka^{4} + 1 - b^{4})^{2}}{4(ka^{2} + 1 - b^{2})^{2}} \Big]$$
(12)

(11)式表明  $G_T$  与漏光型光瞳的参数的关系。由(11) 式可知当 k = 1 时 若  $a^2 = 1 - b^2$ 则  $G_T = 1$ ,也就 是说此时光瞳没有横向超分辨能力。但由(12)式可 知系统的  $G_A$ 大于1,光瞳具有轴向超分辨能力。而由 超分辨理论要想获得横向超分辨效果,光瞳中心区 的透光率应小于边沿区的透光率。文献7]在  $a^2 = 1$  $b^2$ 的基础上保持 b 值不变,缩小 a 的取值从而实 现中心区的透光率小于边沿区透光率的目的。然而, (11)(12)式表明改变 k 值对 $G_T$ 和 $G_A$ 的影响比缩小 a 值的影响要大,也就是说,通过缩小 k 值来改变中 心区透光率的方法是很有效的。

改进的漏光型光瞳滤波器就是利用 k 值的改变 来提高横向分辨率。图 2 给出了  $a^2 = 1 - b^2$  的一个 特例 ,即当 b = 0.9 ,a = 0.436 时改进的漏光型光瞳 的横向、轴向 HWHM 比随 k 值的变化曲线。另外 , 图 2 还给出了三维 HWHM 比随 k 值的变化曲线 ,所 谓三维 HWHM 比是横向 HWHM 比的平方与轴向 HWHM 比的乘积 取横向 HWHM 比的平方主要是考 虑到系统的径向对称性。由图 2(a) 知光瞳的横向 HWHM 比随 k 值的增大而增大 ,也就是说光瞳的超 分辨能力随 k 值的增大而降低。由图 2(b)可以看出 光 瞳 的 轴 向 HWHM 比 随 k 值 的 增 大而减小 ,这说明光瞳的轴向超分辨能力随 k 值的



图 2 当光瞳滤波器的第一区半径 a = 0.436,第二区半径 b = 0.90 时,加入该光瞳滤波器后系统的横向(a) 轴向(b)和三维(c)半高半宽比随中心区透过率系数 k的变化曲线

Fig.2 Variation of transversal(a), axial(b), and 3-D HWHM(c) ratio versus k- the transmittance of central zone, for the boundary of first zone a = 0.436, and boundary of second zone b = 0.90



with modified leaky annular pupil filter

增加而增加。对该光瞳而言,存在一突变点,当 k 为 该值时,光瞳的轴向超分辨能力突然增加。这是因为 当 k 值较小时光瞳的效果相当于一个纯粹环形光 瞳,此时轴向具有延长焦深的作用,而当 k 值增大到 一特定值时才满足中心区的透光率远大于中间区的

透光率,此时光瞳具有轴向超分辨性能。为了突出光 瞳的三维超分辨能力,图 $\chi$ b)只给出了轴向HWHM 比在1附近及小于1的情形,即k从0.17开始取值。 图 $\chi$ c)所示的三维HWHM比随k值变化曲线告诉 我们对三维超分辨而言存在一个最佳k值,在该点 光瞳具有最好的三维超分辨能力。图3给出了加有 由图2得到的最佳改进漏光型环形光瞳的系统归一 化的横向和轴向强度分布曲线(此时,系统的中心主 瓣的强度与不加光瞳时的中心主瓣强度比为 7.3%),该滤波器的参数k由图 $\chi$ c)给出,a,b的 值由前面的假定给出。由图3可知此时系统具有三 维超分辨能力。但是,系统的轴向旁瓣强度太大限 制了该光瞳在传统成像系统中的应用,下面我们将 其用于共焦系统以取得好的三维超分辨效果。

### 3 三维超分辨共焦扫描成像系统

共焦显微术的原理如图 4 所示,点光源发出的 光由物镜部分聚焦到物体上,透过物体的光由集光 透镜部分成像,在像面中心处探测器前放置一针孔 让光透过,即系统使用点探测器。在该系统中物镜 部分和集光透镜部分在成像特性方面有相同的作 用。本文考虑图 4 所示的共焦显微系统,其中物镜 部分和集光透镜部分分别与径向对称光瞳滤波器 *P<sub>o</sub>(p)和 P<sub>c</sub>(p)*相结合。此时,轴向点光源在焦平 面上所成的像的强度分布,即系统的 3-D 强度点扩





Fig.4 Scheme of the transmission confocal scanning microscope

散函数[8] 如下所示

$$I(v) = |h_o(v)h_c(v)|^2$$
(13)

其中  $h_{c}(v)$ 和  $h_{c}(v)$ 分别为共焦系统物镜部分和集 光透镜部分的振幅点扩散函数。其具体表达式如下

$$h_{o}(v) = 2 \int_{0}^{1} P_{o}(\rho) \exp(-ju^{2}\rho) J_{0}(v\rho) \rho d\rho$$
 (14)

式中角标 o,c 的意义同前。式(14)和式(1)物理意 义上等同,也就是说式(1)是透镜系统的3-D 振幅点 扩散函数。(13)式表明共焦系统的振幅点扩散函数 是物镜部分振幅点扩散函数和集光透镜部分振幅点 扩散函数的乘积。当光瞳滤波器应用于共焦系统中 时,这一性质可降低系统的旁瓣强度。本节将第二 节中的最佳光瞳滤波器应用于共焦系统以期得到好 的超分辨效果。Sheppard<sup>28]</sup>和 M. Gd<sup>[8,9]</sup>考察了共 焦系统的物镜部分和集光透镜部分加入环形光瞳滤 波器对成像系统性能的影响;理论和实验结果表明 加入光瞳滤波器能提高系统的横向分辨率;但也会 降低系统的轴向分辨率。另外,邓小强<sup>10]</sup>等还将环 形光瞳滤波器与最新发展的共焦三维形貌术相结合 来扩展系统的动态测量范围,并提高其横向分辨率。

由于物镜部分和集光透镜部分在共焦系统中的 等价性,我们将第二节中的光瞳滤波器应用于物镜 部分。对集光透镜部分不加光瞳滤波器,因此这部 分的振幅点扩散函数与艾里衍射方式相同,系统的



图 5 当共焦系统的物镜部分加入光瞳滤波器时,共焦 系统的归一化的横向强度曲线(a)和归一化的轴 向强度曲线(b)

Fig. 5 ( a ) Normalized transversal intensity distribution of confocal system; and ( b ) normalized axial intensity distribution of confocal system when pupil filter is added to objective set of it 振幅点扩散函数为两部分点扩散函数的乘积。图 5 为加入第二节中给出的最佳光瞳后,共焦系统的横 向和轴向强度分布曲线。很明显,系统的轴向旁瓣 强度受到抑制,因此可以说获得了三维超分辨共焦 成像系统。

### 4 讨论和小结

根据超分辨理论,若中间区的面积越大则轴向 超分辨能力越强;而中心区和边沿区的透光率相差 越大则光瞳的横向超分辨能力越强。因此,要想获 得更好的三维超分辨效果,应在  $a^2 = 1 - b^2$ 的前提 下,取更大的 b 值来获取更高的三维超分辨能力。但 是这必将降低系统中心主瓣强度值从而影响系统所 获得的信号的信噪比 SNR,因此 b 具体取值多大还 得由实际系统的性能决定。在给定 b 值后,最佳光瞳 的设计方法与本文第二节相同。当然,同时缩小 a 和 k 的取值也会取得好的三维超分辨效果。

总之,本文所提出的改进的漏光型环形光瞳滤 波器是一种有效获取三维超分辨共焦系统的方法。 中心区透过率因子可和 *a*,*b* 的值相结合来实现三 维超分辨效果。

#### 参考文献

- C. K. Sieracki , E. W. Hansen. A leaky annular pupil for improved lateral resolution in confocal fluorescence microscopy. SPIE , 1994 , 2148(5):120 ~ 126
- 2 C. J. R. Sheppard. Leaky annular pupils for improved axial imaging. Optik , 1995 , 99(1) 32 ~ 34
- 3 C. J. R. Sheppard , Z. S. Hegedus. Axial behavior of pupilplane filters. J. Opt. Soc. Am. A , 1988, 5 (5) 643 ~ 647
- 4 M. Martinez-Corral, P. Andres, J. Ojeda-Castaneda *et al.*. Tunable axial superresolution by annular binary filters, application to confocal microscopy. *Opt. Comm.*, 1995, **119** (5.6) 491~498
- 5 M. Born , E. Wolf. Principle of Optics. 5 th ed. Pergamon Press , 1975
- 6 C. W. McCutchen. Generalized aperture and the threedimensional diffraction image. J. Opt. Soc. Am , 1964 , 54 (2) 240 ~ 244
- 7 T. Wilson. Confocal Microscopy. London : Academic , 1990
- 8 M. Gu, C. J. R. Sheppard. Confocal flourescent microscopy with a finitesized circular detector. J. Opt. Soc. Am. A, 1992, (1) 643 ~ 647
- 9 M. Gu, T. Tannous, J. R. Sheppard. Effect of an annular pupil on confocal imaging through highly scattering media. *Opt. Lett.*, 1996, 21(5) 312 ~ 314
- 10 X. Q. Deng, Li Liu, Ls Yang *et al.*. Superresolution in 3-D confocal surface profilometry. Submitted to *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, 20(7) 968972 (in Chinese)