

文章编号: 0258-7025(2001)05-0447-04

# 消减旁瓣的衍射计算

李良钰<sup>1,3</sup> 李常春<sup>2</sup> 李银柱<sup>1</sup> 戴亚平<sup>1</sup> 谢 虎<sup>1</sup> 朱健强<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光机所高功率激光物理国家实验室 上海 201800;

<sup>2</sup> 重庆通信学院 重庆 400035; <sup>3</sup> 电子科技大学应用物理系 成都 610054)

**提要** 由于光的衍射作用,使通过聚焦系统的激光束入射到特定靶面成一光斑(主光斑),而在主光斑以外还有次级光斑圈(旁瓣)。为了消减旁瓣,结合理论分析和神光装置聚焦系统的设计,提出了一种新的系统孔径遮挡分割法,从光的衍射理论和实验证明这种方法是有用的,使旁瓣缩减。

**关键词** 衍射,光斑,光学系统,旁瓣,傅里叶变换

中图分类号 TL 263; O 436.1 文献标识码 A

## Calculation of Eliminating the Sidelobe in Diffraction Theory

LI Liang-yu<sup>1,3</sup> LI Chang-chun<sup>2</sup> LI Yin-zhu<sup>1</sup> DAI Ya-ping<sup>1</sup> XIE Hu<sup>1</sup> ZHU Jian-qiang<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800; <sup>2</sup> Chongqing Communications Institute,

Chongqing 400000; <sup>3</sup> Department of Applied Physics, UESTC, Chengdu 610054)

**Abstract** The laser beam passing through the focusing systems gets an facula, which consists of main spot and sidelobe on the focus plane. In order to eliminate the sidelobe, a method of obstructing aperture of the focusing optical system is advanced. The experiment and the theory show that the sidelobe is reduced.

**Key words** diffraction, facula, optical system, sidelobe, Fourierism transform

### 1 引 言

在惯性约束核聚变(ICF)实验研究中,需要将高功率激光束聚焦入射到特定的靶面。无论是 ICF 直接驱动,还是间接驱动,衍射旁瓣都是非常有害的,因此在 ICF 中,消旁瓣非常重要<sup>[1]</sup>。在 ICF 直接和间接驱动中,将高功率强激光聚焦,由于旁瓣(绝对能量很大)的作用,靶面或小孔周围会出现大量等离子体,从而影响聚焦激光能量的有效接收。人们做过消减旁瓣方面的工作<sup>[2]</sup>,但效果不理想,而且不同的应用,对消旁瓣的要求不一样<sup>[1,3]</sup>。为了消减旁瓣,在实际研究工作中发现,将一个聚焦系统的孔径进行小部分遮挡分割,能使旁瓣有效消减。

衍射花样,其花样的中央爱里(Airy)亮斑就是聚焦系统中打到目标的光斑,爱里光斑集中了入射能量的约 84%,其余 16%的能量分布在各级旁瓣,但一级旁瓣就占了 7.22%的能量。在圆孔衍射中,各级旁瓣在聚焦平面上的位置跟圆孔大小有关,由衍射的互补效应即巴比涅(Babinet)原理,我们想到,在非球面聚焦透镜孔径上用一小宽度不透明物圆圈遮挡,形成如图 1 的情况,其中:将系统孔径半径归一化,遮挡不透明圈的内外相对半径分别为  $b$  和  $a$  ( $0 < b < 1, 0 < a < 1$ )。

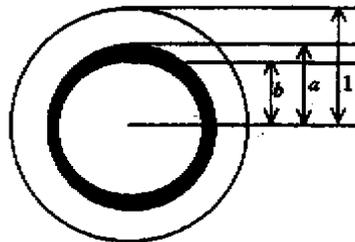


图 1 系统孔径遮挡示意

Fig. 1 Obstruction of aperture

### 2 系统孔径遮挡分割的实现

在光衍射的标量理论中,一平行光通过一圆孔(可以是一聚焦透镜)后,在观察屏上形成夫琅和费

### 3 强度计算和分析

#### 3.1 强度计算

建立如图 2 的坐标系,设一单位振幅的单色平行光从左向右照射。根据巴比涅原理,在右边观察屏(焦平面)上某点衍射光的振幅为<sup>[4]</sup>

$$U(x, y) = U_0(x, y) - U_1(x, y) + U_2(x, y) \quad (1)$$

其中  $U_0(x, y)$  是只有相对半径为  $l$  圆孔时的振幅,  $U_1(x, y)$  是只有相对半径为  $a$  圆孔时的振幅,  $U_2(x, y)$  是只有相对半径为  $b$  圆孔时的振幅。则:

只有相对半径为  $l$  圆孔时的透过率函数为:

$$t_0 = \text{circ}(\sqrt{x_1^2 + y_1^2})$$

只有相对半径为  $a$  圆孔时的透过率函数为:

$$t_1 = \text{circ}(\sqrt{x_1^2 + y_1^2}/a)$$

只有相对半径为  $b$  圆孔时的透过率函数为:

$$t_2 = \text{circ}(\sqrt{x_1^2 + y_1^2}/b)$$

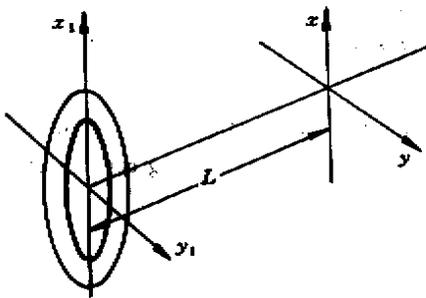


图 2 坐标系

其中,  $x_1-y_1$  是衍射面,  $x-y$  是焦平面,

$L$  是衍射面和焦平面之间的距离

Fig.2 Coordinate system

$x_1-y_1$  plane : diffraction plane,  $x-y$  plane : focusing plane,

$L$  : distance between  $x_1-y_1$  plane and  $x-y$  plane

于是,  $x-y$  面上任一点  $U_0(x, y)$ ,  $U_1(x, y)$ ,  $U_2(x, y)$  分别表示为

$$U_0 = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] F\{t_0\} = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] \pi \cdot$$

$$\frac{2J_1(2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L}$$

$$U_1 = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] F\{t_1\} =$$

$$\frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] \pi a^2 \cdot$$

$$\frac{2J_1(2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L}$$

$$U_2 = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] F\{t_2\} = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] \pi b^2 \cdot$$

$$\frac{2J_1(2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L}$$

$U_0, U_1$  和  $U_2$  中的  $F$  为傅里叶变换。将  $U_0, U_1$  和  $U_2$  代入(1)式得

$$U(x, y) = U_0(x, y) - U_1(x, y) + U_2(x, y) = \frac{1}{i\lambda L} \exp\left(\frac{i2\pi L}{\lambda}\right) \exp\left[\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right] \pi \cdot$$

$$\left[ \frac{2J_1(2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} - a^2 \frac{2J_1(2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} + b^2 \frac{2J_1(2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} \right] \quad (2)$$

于是,在观察屏上任一点的光强为

$$K(x, y) = U(x, y)U(x, y)^* = |U(x, y)|^2 =$$

$$\frac{\pi^2}{\lambda^2 L^2} \left[ \frac{2J_1(2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} - a^2 \frac{2J_1(2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} + b^2 \frac{2J_1(2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} \right]^2$$

将  $K(x, y)$  的中央最大值归一化,得

$$K(x, y) = \frac{1}{(1 - a^2 + b^2)^2} \cdot \left[ \frac{2J_1(2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} - a^2 \frac{2J_1(2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi a\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} + b^2 \frac{2J_1(2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi b\sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} \right]^2 \quad (3)$$

由于  $K(x, y)$  是以  $(0, 0)$  为中心对称,只研究它在  $x$  方向的变化即可,并用  $r$  代替  $2x/\lambda L$ ,式(2)变为

$$K(r, 0) = \frac{1}{(1 - a^2 + b^2)^2} \cdot \left[ \frac{2J_1(\pi r)}{\pi r} - a^2 \frac{2J_1(\pi a r)}{\pi a r} + b^2 \frac{2J_1(\pi b r)}{\pi b r} \right]^2$$

$$\begin{aligned} \text{令 } V_0(r) &= \frac{2J_1(\pi r)}{\pi r}, V_1(r) = a^2 \frac{2J_1(\pi ar)}{\pi ar}, V_2(r) \\ &= b^2 \frac{2J_1(\pi br)}{\pi br}, \text{ 于是} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(r, 0) &= [V_0(r) - V_1(r) + V_2(r)]^2 (1 - a^2 + b^2) = \\ &= [V_0(r) - (V_1(r) - V_2(r))]^2 (1 - a^2 + b^2) \quad (4) \end{aligned}$$

未加不透明圆圈遮挡时,在聚焦观测屏上任一点的光强为:  $I(x, y) = U_0(x, y)U_0(x, y)^*$ , 并将其中央最大值归一化, 得

$$I_0(x, y) = \left[ \frac{2J_1(2\pi \sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L)}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}/\lambda L} \right]^2 \quad (5)$$

将式(5)作同样的变化, 得

$$I_0(r, 0) = \left[ \frac{2J_1(\pi r)}{\pi r} \right]^2 = [V_0(r)]^2 \quad (6)$$

在前面的计算中,  $U_0(x, y)^*$ ,  $U(x, y)^*$  分别是  $U_0(x, y)$ ,  $U(x, y)$  的共轭复数。

### 3.2 分析讨论

式(4)中  $I(r, 0)$  随  $a, b$  和  $r$  而变, 情况非常复杂。首先看  $V_0(r)$  和  $V_1(r) - V_2(r)$  的变化情况, 它们随  $r$  的变化如图 3 所示。

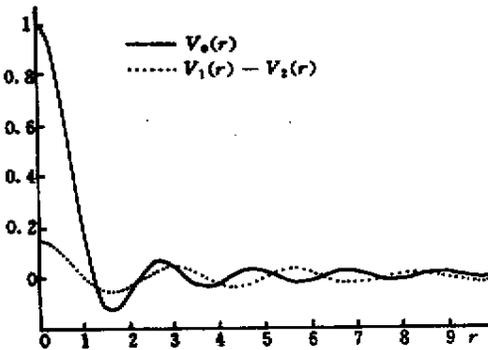


图 3  $V_0(r)$  和  $V_1(r) - V_2(r)$  随  $r$  的变化关系  
Fig.3 Relation of  $V_0(r)$  and  $V_1(r) - V_2(r)$  with  $r$

从图 3 可以看到, 希望  $V_1(r) - V_2(r)$  的各极值位置与  $V_0(r)$  的各对应极值位置重合, 这要求  $a$  与  $b$  很接近才行。另外, 就是  $V_1(r) - V_2(r)$  各极值点(除  $r = 0$  外)的值与  $V_0(r)$  各极值点对应值相近, 这要求  $a - b$  不能太小(与遮挡少量入射能量相矛盾)。由于  $J_1(x)/x$  的衰减很快, 即能量主要分布在中央光斑(圆孔衍射时占 83.78%)和一级次极大(一级旁瓣(圆孔衍射时占 7.22%))。因此, 只消减一、二级旁瓣即可, 也就是要求  $V_1(r) - V_2(r)$  的极值位置与  $V_0(r)$  的一、二级值位置重合(或相近)。

综合上述各因素的影响, 当  $a, b$  变化, 经过优

化(方法见附录), 得到两种结果: 一种结果是  $a = 0.8, b = 0.7$ ; 另一种结果是  $a = 0.8, b = 0.6$ 。这两种结果  $I(x, 0)$  随  $x$  的变化如图 4 所示。从图 4(a) 可以看到, 一级旁瓣峰值变为原旁瓣峰值的一半; 从图 4(b) 可以看到, 一、二级旁瓣几乎消失, 最大的第三级旁瓣峰值也减小约 22%。

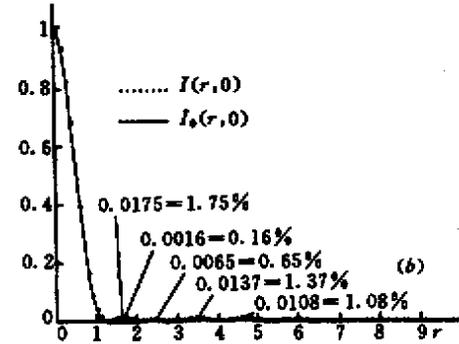
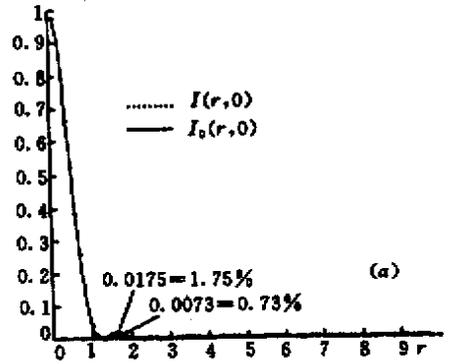


图 4  $I(r, 0)$  和  $I_0(r, 0)$  随  $r$  的变化关系  
Fig.4 Relation of  $I(r, 0)$  and  $I_0(r, 0)$  with  $r$   
(a)  $a = 0.8, b = 0.7$ ; (b)  $a = 0.8, b = 0.6$

根据文献[5]中的方法, 可算出各级衍射条纹的能量占总输入能量(包括遮挡掉的部分)的比例为:

圆孔( $a = b = 0$ )时, 中央光斑 83.78%, 一级旁瓣 7.22%, 二级旁瓣 2.77%, 其余 6.23%;

( $a = 0.8, b = 0.7$ )时, 中央光斑 63.14%, 一级旁瓣 1.87%, 二级旁瓣 0.68%, 其余 19.00%;

( $a = 0.8, b = 0.6$ )时, 中央光斑 44.95%, 一级旁瓣 0.58%, 二级旁瓣 1.61%, 其余 24.56%。

从这两个结果可以看出, 它们都是将原来的一、二级旁瓣往外赶。由于主光斑能量损失的不同, 可以根据不同应用, 选择两种不同结果。我们根据理论优化的  $a, b$  做了实验验证, 用 CCD 接收衍射光斑, 衍射光斑的一维轮廓如图 5 所示。为了使实验结果清晰可见, 使用的光强较强, 因此中央光斑的强度使 CCD 达到饱和, 中央光斑轮廓变平, 但整个轮廓与理

论计算一致。

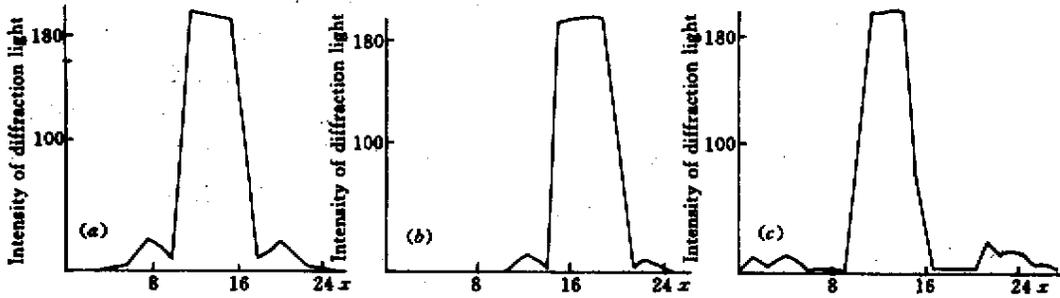


图 5 CCD 采集的衍射图样轮廓

Fig.5 Plot of diffracting image collected by CCD

(a)  $a = b = 0$ ; (b)  $a = 0.8, b = 0.7$ ; (c)  $a = 0.8, b = 0.6$

### 4 结 论

通过前面的系统孔径遮挡分割法,使系统在焦平面上的衍射旁瓣明显减小。这种方法不但效果好于其他文献中的相移结果,而且做起来也非常简单,为 ICF 实验的聚焦系统消旁瓣提供了一种有效途径。这种方法也可以用于其他方面,如激光加工,可以使边缘更光滑;用在信息存取,可以减少边缘杂散光的影响等。

### 参 考 文 献

1 Experts of 863-416-5 special topic, Idea design report of

SHENGGUANG-III antetype equipment(TIL) 1999. 18 ~ 19 (in Chinese)

2 Hideo Ando. Phase-shifting apodizer of three or more portions. *J. Appl. Phys.*, 1992, **31** 557 ~ 567

3 Yutaka Yamanaka, Yutaka Hirose, Hiroaki Fujii *et al.*. High density recording by superresolution in an optical disk memory system. *Appl. Opt.*, 1990, **29**( 20 ) 3046 ~ 3051

4 Zhu Ziqiang, Wang Shifan, Su Xianyu. *Modern Optics*. Chengdu: The Publishing House of Sichuan University, 1990. 33 ~ 58 (in Chinese)

5 M. Born, E. Wolf. *The Principle of Optics*. Beijing: Science Press, 1978. 517 ~ 520 (in Chinese)

### 附 录

一阶贝塞尔函数可以表示为

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{8} + \frac{x^4}{192} - \dots \right)$$

于是

$$\begin{aligned}
 V(r) &= V_a(r) - V_b(r) + V_c(r) = \\
 &J_1(\pi r) J_1(\pi r) - a J_1(\pi a r) J_1(\pi r) + \\
 &b J_1(\pi b r) J_1(\pi r) = \\
 &\frac{r}{2\pi r} \left[ \left( 1 - \frac{\pi^2 r^2}{8} + \frac{\pi^4 r^4}{192} - \dots \right) - \right. \\
 &\left. \left( 1 - \frac{\pi^2 a^2 r^2}{8} + \frac{\pi^4 a^4 r^4}{192} - \dots \right) a + \right. \\
 &\left. \left( 1 - \frac{\pi^2 b^2 r^2}{8} + \frac{\pi^4 b^4 r^4}{192} - \dots \right) b \right] = \\
 &\frac{r}{2\pi r} \left[ (1 + a - b) - \frac{\pi^2}{8} (1 - a^2 + b^2) r^2 + \dots \right]
 \end{aligned}$$

$$\frac{\pi^4}{192} (1 - a^4 + b^4) r^4 + \dots \tag{7}$$

显然  $r = 0$  是式(7)的一个极值点,即为  $(r, 0)$  的中央主最大值点。为了求其他极值点,必须求解以下方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial b} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

将式(7)略去高次项)代入式(8),因为主要消一、二级旁瓣,分别将圆孔衍射时一、二级旁瓣峰值点对应的  $r$  值代入式(8),使式(8)更简化,然后用迭代法即可。