

文章编号 : 0258-7025(2001)04-0347-04

# 球差透镜对高斯光束质量的影响 \*

季小玲<sup>1,2</sup> 吕百达<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 四川大学激光物理与化学研究所 成都 610064; <sup>2</sup> 重庆师范学院物理学与信息技术系 重庆 400047)

**提要** 根据自由空间束宽的传输方程,采用双曲线拟合的方法,计算了高斯光束通过球差透镜后的  $M^2$  因子。同时还研究有球差的高斯光束在透镜几何焦面和实际焦面上的桶中功率(PIB)。以  $M^2$  因子和 PIB 作为光束质量评价的参数,进行了详细的数值计算来说明球差对光束质量的影响。得出了一些有实际应用意义的新结果。

**关键词** 球差, 光束质量,  $M^2$  因子, 桶中功率

**中图分类号** O 435 **文献标识码** A

## Effect of the Spherically Aberrated Lens on Beam Quality

Ji Xiao-ling<sup>1,2</sup> Lü Bai-da<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064;   
<sup>2</sup> Dept. of Physics and Information Technology, Chongqing Teachers College, Chongqing 400047)

**Abstract** Based on the beam propagation equation in free-space, the hyperbolic-fit method is used to calculate the  $M^2$ -factor of Gaussian beams passing through a spherically aberrated lens. Meanwhile, the power in the bucket (PIB) at the geometrical and real focal planes of Gaussian beams with spherical aberrations is also studied. Both  $M^2$ -factor and PIB are chosen as the criterion for characterizing laser beam quality, detailed numerical calculations are performed to illustrate the effect of the spherically aberrated lens on laser beam quality. The results obtained in this paper would be useful for some practical applications.

**Key words** spherical aberration, beam quality,  $M^2$ -factor, power in the bucket (PIB)

望远镜、聚焦镜和其他一些用于准直或聚焦激光束的透镜组会出现各种像差,如球差、慧差和像散等<sup>[1,2]</sup>。高功率激光的热效应会引起球差<sup>[3,4]</sup>。此外,高功率激光束通过吸收介质时的热晕也会产生球差<sup>[4]</sup>。像差使波前发生畸变,导致光强分布发生变化。因此,像差会影响光束质量。光束传输因子( $M^2$ 因子)和桶中功率(PIB)是描述光束质量常用的两个重要参数<sup>[5]</sup>。文献[6]指出,光学系统的像差对光场的影响可用一个相位因子  $\exp(-ik\Phi)$  乘以原光场分布函数来描述,并举出球差元件加准直透镜的特例,使出射光束的束腰位于光学系统出射面上,从而简化了  $M^2$  因子的计算。但在一般情况下,解析计算是困难的。

本文的主要工作是(1)根据自由空间中光束的传输方程,利用多点拟合的方法,通过数值计算,

研究高斯光束通过球差透镜后的  $M^2$  因子随球差的变化规律;(2)研究球差对高斯光束在透镜几何焦面和实际聚焦面上的桶中功率的影响,得到的一些新的结果对实际工作有指导意义。

### 1 分析模型

如图 1 所示,波长为  $\lambda$ (波数为  $k = 2\pi/\lambda$ ),光腰宽度为  $w_0$  的高斯光束通过焦距为  $f$  的透镜  $L$ ,设入射高斯光束光腰在透镜处,则入射参考面  $RP_1$  处激光的场分布为

$$E(r', 0) = A_0 \exp(-r'^2/w_0^2) \quad (1)$$

其中  $A_0$  为一常数,  $r'$  为径向坐标。

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式<sup>[7]</sup>,可得到出射参考面  $RP_2$ (距透镜  $z$  处)的衍射光场分布

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E_0(r', 0) \exp(-ikC_4 r'^4) \cdot$$

\* 激光技术国家重点实验室资助项目。

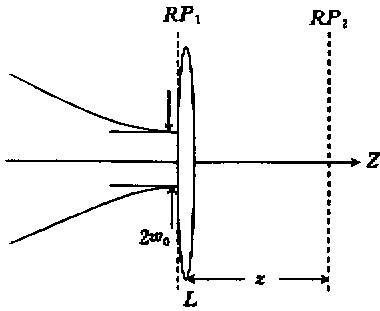


图 1 高斯光束通过球差透镜示意图

Fig.1 Gaussian beam passing through a spherically aberrated lens

$$\exp\left\{-\frac{ik}{2B}\left[Ar'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta') + Dr^2\right]\right\}r'dr'd\theta'$$

(2)

其中  $\exp(-ikC_4r'^4)$  为球差相位因子,  $kC_4$  称为球差系数<sup>[6]</sup>,  $r$  为径向坐标,  $A, B, C, D$  为由  $RP_1$  至  $RP_2$  的变换矩阵元, 且有

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{z}{f} & z \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

把(1)(3)式代入(2)式, 可得

$$E(r, z) = -\frac{2\pi i}{\lambda z} \exp\left(-\frac{ik}{2z}r^2\right) A_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r'^2}{w_0^2}\right) \cdot \exp\left(-ikC_4r'^4\right) \exp\left[-\frac{ik}{2z}\left(1 - \frac{z}{f}\right)r'^2\right] \cdot J_0\left(\frac{kr'r'}{z}\right) r' dr' \quad (4)$$

其中  $J_0$  为零阶 Bessel 函数。

光强分布为

$$I(r, z) = E(r, z)E^*(r, z) \quad (5)$$

(4)式表明, 波长为  $\lambda$  的高斯光束通过球差透镜后, 其光场分布与球差系数  $kC_4$ , 入射光束光腰宽度  $w_0$  及透镜焦距  $f$  有关。

在一般情况下, 由(4)式难于得到解析结果。因此, 空间域和空间频率域二阶矩的计算遇到困难。本文采用双曲线拟合数值积分方法计算  $M^2$  因子, 研究  $M^2$  因子随球差的变化规律。该方法只需通过二重离散数值积分计算空间域中的二阶矩  $\bar{r}^2(z)$ , 再根据自由空间光束的传输方程并利用最小二乘拟合法, 就可计算出  $M^2$  因子。

利用二阶矩表达式<sup>[5]</sup>

$$\bar{r}^2(z) = \frac{\int_0^\infty I(r, z)r^3 dr}{\int_0^\infty I(r, z)r dr} \quad (6)$$

可求出不同  $z$  处光束束宽

$$w(z) = \sqrt{2\bar{r}^2(z)} \quad (7)$$

将不同位置处的束宽代入自由空间中光束的传输方程

$$w^2(z) = w_0^2 + M^2\theta^2(z - z_0)^2 \quad (8)$$

用多点拟合法, 可求出该光束的光腰宽度  $w_0$ , 远场发散角  $\theta$ , 光腰位置  $z_0$ , 以及光束的传输因子  $M^2$ 。

除了  $M^2$  因子以外, 桶中功率从光束分布的能量集中度来衡量光束的质量。桶中功率定义为<sup>[5]</sup>

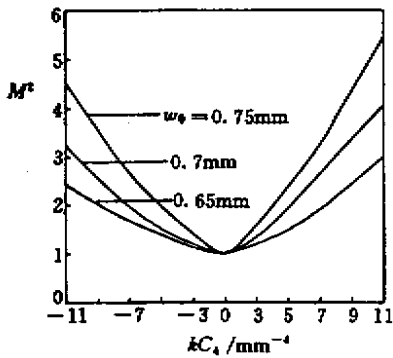
$$PIB = \frac{\int_0^a I(r, f)r dr}{\int_0^\infty I(r, f)r dr} \quad (9)$$

(9)式为光学系统几何焦面上的桶中功率。但高斯光束通过球差透镜后, 要发生焦移, 且球差不同, 焦移量亦不同<sup>[8]</sup>。设轴上最大光强点位置  $z_q$  所在横截面为实际焦面。将(9)式中的  $f$  换成  $z_q$ , 则得到实际聚焦面上的桶中功率。

## 2 数值计算和分析

本文数值计算所用高斯光束的波长均为 1.06  $\mu\text{m}$ , 透镜焦距均为 200 mm。其余参数见图。图 2 为高斯光束通过球差透镜后, 光束的传输因子  $M^2$  随球差系数  $kC_4$  的变化曲线。由图可知, 球差使  $M^2$  因子增加, 光束质量变差, 球差越大, 光束质量越差。曲线关于  $kC_4 = 0$  点是非对称的, 相同  $|kC_4|$  的正球差比负球差使光束质量降低更多。而且, 当  $kC_4$  和  $f$  一定时, 入射光束的光腰  $w_0$  越小,  $M^2$  因子越小, 光束质量越高。这与文献[6]讨论特例所得结果在定性上是一致的。

图 3 为透镜几何焦面上的 PIB 曲线。图 3 表明, 球差使几何焦面上的 PIB 降低。由图 3(a)可知, 球差越大, PIB 越小, 相同球差系数绝对值的正、负球差对应的 PIB 曲线相同。这是因为当  $z = f$  时, (4)式所描述的正、负球差的光场分布完全一样。此外, 图 3(b)说明, 当  $kC_4/f$  及入射光束的光腰  $w_0$  越小, PIB 越大, 光束质量越高。这与图 2 所得结论相同。

图2  $M^2$  因子随球差系数  $kC_4$  的变化曲线Fig.2  $M^2$  factor as a function of spherical aberration coefficient  $kC_4$ 

实际聚焦面上的 PIB 曲线示于图 4。该图说明,正球差透镜实际焦面上的 PIB 小于负球差和无球差透镜实际焦面上的 PIB,即正球差使得光束的能量集中度降低。由图 4 还可以看出,随着入射光束束腰半径的减小,负球差透镜实际焦面上的 PIB 小于无球差透镜实际焦面上的 PIB(例如图 4(a)), PIB 曲线上出现交叉点(这意味着取不同桶半径负球差透镜对应的 PIB 可大于、小于或等于无球差透镜对应的 PIB 值,见图 4(b)),甚至大于无球差透镜实际焦面上的 PIB(例如图 4(c)),这与文献[8]中利用负球差透镜可实现超衍射极限聚焦的结论一致。

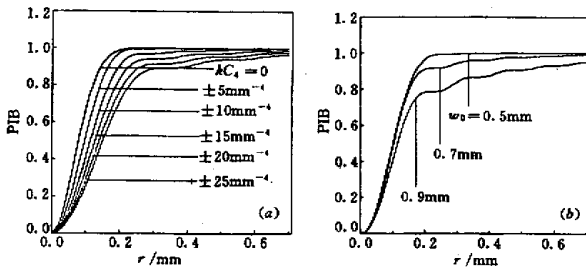


图3 几何焦面上的桶中功率曲线

Fig.3 Power-in-the-bucket curves at the geometric focal plane

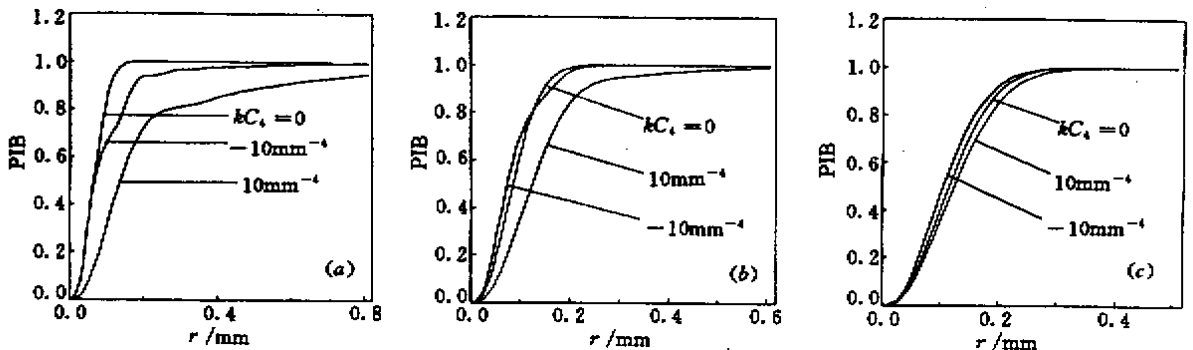
(a)  $w_0 = 0.5 \text{ mm}$ ; (b)  $kC_4 = \pm 5.0 \text{ mm}^{-4}$ 

图4 实际焦面上的桶中功率曲线

Fig.4 Power-in-the-bucket curves at the real focal plane

(a)  $w_0 = 0.7 \text{ mm}$ ; (b)  $w_0 = 0.5 \text{ mm}$ ; (c)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$ 

### 3 结论

本文采用  $M^2$  因子和 PIB 作为光束质量评价参数,在一般情况下研究了球差透镜对高斯光束质量的影响。计算表明,球差使  $M^2$  因子增大。其物理原因是球差引起波前畸变,从而使光强剖面偏离理

想高斯分布。在几何焦面上,相同球差系数绝对值的正、负球差对光束的能量集中度(PIB)影响相同,且使之降低。在实际焦面上,正球差使得光束的能量集中度降低,而选择合适参数的负球差透镜能实现超衍射极限聚焦。从能量集中度的角度来衡量,正球差使得光束质量降低,而合适参数的负球差透

镜能使光束质量得到改善。在实际工作中,常使用未消球差的透镜。因此,本文的这些结论对实际激光光学系统的设计是有参考意义的。

### 参 考 文 献

- 1 H. H. Hopkins. Wave Theory of Aberration. London: Oxford University, 1990
- 2 W. T. Welford. Aberrations of the Symmetric Optical System. New York: Academic, 1974
- 3 C. A. Klein. Optical distortion coefficients of high-power laser windows. *Opt. Eng.*, 1990, **29**(4): 343 ~ 350
- 4 F. W. Dabby, J. R. Whinnery. Thermal self-focusing of laser beams in lead glasses. *Appl. Phys. Lett.*, 1968, **13**(8): 284 ~ 286
- 5 A. E. Siegman. How to ( Maybe ) Measure Laser Beam Quality. *Trends in Optics and Photonics Series* ( *Optical Society of America, Washington, D. C.* ), 1998, **17**: 184 ~ 199
- 6 A. E. Siegman. Analysis of laser beam quality degradation caused by quartic phase aberrations. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(30): 5893 ~ 5901
- 7 S. A. Collins, Jr. Lens-system diffraction integral written terms of matrix optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(7): 1168 ~ 1177
- 8 Jixiong Pu, Shojiro Nemoto. Encircled energy of Gaussian beams focused by a lens with spherical aberration. *Optik*, 1999, **110**(5): 217 ~ 222
- 9 Pu Jixiong. Lenses with spherical aberration for generating subdiffraction-limited focusing. *Chinese J. Lasers* ( *中国激光* ), 1999, **A26**(6): 542 ~ 546 ( in Chinese )