

文章编号: 0258-7025(2001)04-0343-04

# 两台非全同激光器的混沌同步\*

朱士群 吕 翔 周建兰

(苏州大学理学院物理系 苏州 215006)

**提要** 对空间上相互耦合的两台非全同固体激光器的动力学行为进行了分析。当两台激光器的抽运受到调制而每台激光器的损失不同时,两台激光器输出的强度会出现周期性运动、混沌同步和失去同步的情况。激光中混沌同步的发生,同两台激光器之间的耦合程度有关。当耦合较强时发生周期性运动,耦合适中时处于混沌状态,在特定条件下产生混沌同步,而耦合较小时,两台激光器的振荡就相对独立。

**关键词** 非全同激光器,耦合,抽运调制,混沌同步

中图分类号 TN 248.1+3;O 437 文献标识码 A

## Chaotic Synchronization in Two Non-identical Lasers

ZHU Shi-qun LÜ Xiang ZHOU Jian-lan

(Department of Physics, College of Sciences, Suzhou University, Suzhou 215006)

**Abstract** The dynamical properties of two spatially coupled, non-identical solid state lasers are analyzed. When both of the lasers are pump-modulated with different losses, the output intensities of the two lasers show periodic motion, chaotic motion, chaotic synchronization and loss of synchronization. The occurrence of synchronization of chaotic lasers is related to the coupling between the two lasers. When the coupling is strong, the periodic motion occurs. For intermediate coupling, there appears chaotic motion. Chaotic synchronization may occur under certain condition. When the coupling is weak, the two lasers oscillate almost independently.

**Key words** non-identical lasers, coupling, pump modulation, chaotic synchronization

由于非线性系统的混沌控制和同步在通讯、电子学、生物物理、激光物理、流体力学、化学、流行病学等领域中的广阔应用前景,有关混沌的控制和同步迅速成为 90 年代以来国际上非线性科学领域中研究的热点课题之一<sup>[1-9]</sup>。目前,国际上对非线性电子线路、动物心脏和大脑神经、机械振动、通讯编码等领域中混沌控制和同步的研究已经取得了一定的结果<sup>[1-3]</sup>,但对激光系统中混沌控制和同步的研究工作却刚刚开始<sup>[4-7]</sup>。有的学者对半导体激光、固体激光、光纤激光和光学双稳系统中的混沌控制和同步进行了初步的研究,得到了可喜的结果。本文对在空间上相互耦合的两台非全同固体激光器输出光强的动力学行为进行了分析。通过建立适当的理论模型,来描述两台受到抽运调制而损失各不相

同的激光器光场的运动方程。在对模型进行数值积分后,比较两台激光器在同一时刻的光强,找到混沌同步的参量范围,并对每台激光器强度的分岔图进行了分析。

### 1 理论模型

对于空间上相互耦合的两台 Nd:YAG 固体激光系统,如果每台激光器的光场以单模方式运转,激光场的运动方程可表示为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \frac{dE_1}{dt} = \frac{1}{\tau_c} [(G_1 - \alpha_1)E_1 - \kappa E_2] + i\Delta_1 E_1 \\ \frac{dG_1}{dt} = \frac{1}{\tau_f} [P_1 Q - G_1(1 + |E_1|^2)] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{dE_2}{dt} = \frac{1}{\tau_c} [(G_2 - \alpha_2)E_2 - \kappa E_1] + i\Delta_2 E_2 \\ \frac{dG_2}{dt} = \frac{1}{\tau_f} [P_2 Q - G_2(1 + |E_2|^2)] \end{cases} \quad (2)$$

式中,下标 1 和 2 分别同激光器 1 和 2 相对应,复电场

\* 国家自然科学基金(19874046)和江苏省教委自然科学基金资助项目。

$E_1$  和  $E_2$  表示激光场,  $\tau_c$  是激光场在腔中传播一个来回所需的时间, 约为  $0.1 \sim 0.2$  ns,  $\tau_f$  是 Nd:YAG 激光上能级的衰减时间, 约为  $0.2 \sim 0.4$  ms,  $G_1$  和  $G_2$  表示粒子数反转,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  表示损失,  $\kappa$  表示两台激光器光场间的耦合系数,  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$  表示失谐量,  $P_1$  和  $P_2$  表示抽运参量,  $Q$  表示调制信号, 并有

$$Q = 1 + m \sin(2\pi ft) \quad (3)$$

上式中的  $m$  为调制度, 它的取值范围是  $0 \sim 1.0$ ,  $f$  为调制频率。

两台激光器之间的耦合系数  $\kappa$  可表示为<sup>[10]</sup>

$$\kappa = \exp[-d^2/(2r^2)] \quad (4)$$

式中  $d$  为两激光束中心之间分开的距离,  $r$  为光束的半径, 用光束半径约为  $20 \mu\text{m}$  的氩离子激光抽运时, Nd:YAG 固体激光器的光束半径  $r$  约为  $0.2 \sim 0.3$  mm。这样, 两台 YAG 激光器分开的最小距离  $d \approx 0.6$  mm, 这时  $\kappa \approx 1.1 \times 10^{-2}$ ; 当两台激光器分开较大时, 如  $d \approx 1.2$  mm, 这时  $\kappa \approx 1.5 \times 10^{-8}$ 。可见, 调节两台激光器之间的距离  $d$ , 可使激光之间的耦合程度相差 6 个数量级乃至更大。

对同一台单模固体激光器而言, 只有增加系统的自由度才有可能观察到混沌输出, 两台空间耦合的单模固体激光器也有类似情况。在方程 (1) 和 (2) 中, 当调制度  $m = 0$ ,  $Q = 1$  时, 激光系统不受任何调制, 对每台单模激光器来说, 只能观察到一个稳定的输出, 不可能有混沌行为<sup>[11]</sup>。当调制度  $m \neq 0$  时, 激光系统的抽运受到调制, 系统增加了一个自由度, 才能获得不稳定运行, 并可能观察到混沌输出<sup>[11]</sup>。两台激光器之间的耦合使它们的动力学行为互相传递和影响。每台激光器能否出现混沌输出, 则由调制度  $m$  的数值决定, 而两台激光器的强度之间能否产生混沌同步, 则由耦合系数  $\kappa$  的大小决定。

实现两台激光器混沌同步的实验装置如图 1 所示<sup>[5]</sup>。图中, 氩离子激光 (Ar) 作为抽运光源, 被声光调制器 (AOM) 调制, 经分束器 (BS) 分为两束强度相等的光束后, 被反射镜 (M) 反射而改变光路, 经棱镜 (P) 反射后照射到 YAG 晶体上, 抽运 YAG 晶体产生近红外激光输出, 输出的 YAG 激光被光电二极管接收后送入计算机进行数据记录和处理。棱镜 P 装在滑槽上, 通过移动棱镜的位置来调节两束氩离子激光之间的距离, 从而改变 YAG 激光之间的距离  $d$ , 达到调节两台激光器之间的耦合系数  $\kappa$  的目的。两台 YAG 激光器光束之间只是在光束的边缘有一些重叠 (OVERLAP), 两激光束中心之间的距离用  $d$  表示。

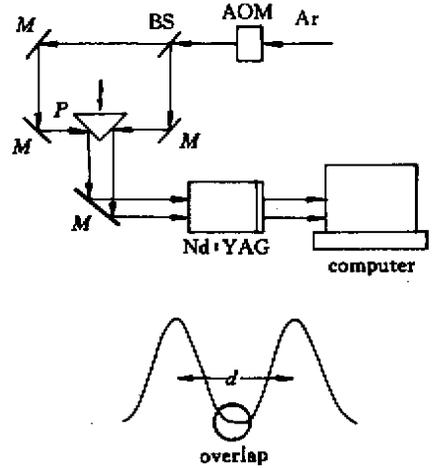


图 1 实现两台激光器系统混沌同步的实验装置简图

Fig.1 Schematic diagram of the experimental setup for chaotic synchronization in a system of two lasers

## 2 混沌同步

由方程 (1) 和 (2) 所描述的两台固体激光系统的运动方程, 是耦合的非线性微分方程, 不存在解析解, 只能用数值方法求解。在数值计算中, 失谐量  $\Delta_1 = 0$ ,  $\Delta_2 = 5.0 \times 10^6$ , 损失  $\alpha_1 = 0.01$ ,  $\alpha_2 = 0.0101$ , 两台激光器的损失不一样, 相差 1.0%, 其他参量和初始条件完全相同。

图 2 ~ 图 5 是当激光器之间的距离  $d$  和耦合系数  $\kappa$  不同时, 两台激光器的输出光强  $I$  随时间变化的情形。

图 2 是当  $d = 0.85$  mm,  $\kappa \approx 1.2 \times 10^{-4}$  时, 两台激光器的强度都呈现周期性运动状态, 而且同一时刻它们的强度大小相等, 出现同步现象, 但不是混沌同步。

图 3 是当  $d = 0.92$  mm,  $\kappa \approx 2.5 \times 10^{-5}$  时, 两台激光器的强度都呈现混沌状态, 同一时刻它们的强度之间没有关联。

图 4 是当  $d = 0.941$  mm,  $\kappa \approx 1.6 \times 10^{-5}$  时, 两台激光器的强度都呈现混沌状态, 同一时刻它们的强度基本相等, 出现广义的混沌同步现象。从图 4 激光强度  $I_2$  和  $I_1$  的关系曲线来看, 虽然同一时刻两台激光器的强度不是完全相等, 存在一定的偏差, 但是基本上落在  $I_2 = I_1$  直线的周围, 理论预期值同实验测量得到的结果基本吻合<sup>[5]</sup>。在实验中使用的两台激光系统很难做到完全一样, 总存在着一定程度的差异, 数值模拟的结果也进一步证明了这一点。

图 5 是当  $d = 0.97 \text{ mm}$ ,  $\kappa \approx 7.8 \times 10^{-6}$  时, 两 台激光器的强度都呈现周期性运动状态, 同一时刻

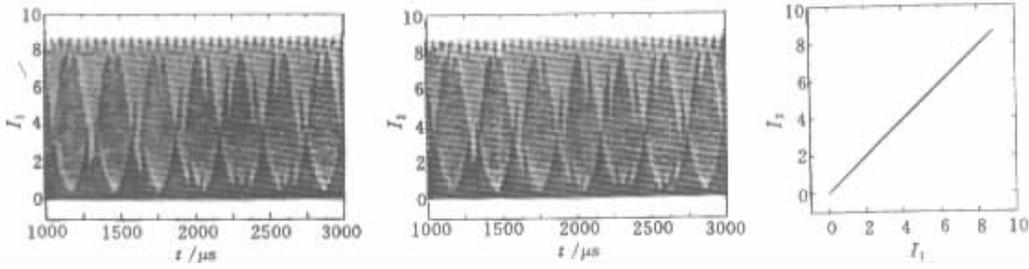


图 2 激光器 1 和 2 的输出强度  $I_1$  和  $I_2$  随时间  $t$  的变化呈周期性运动

同一时刻的  $I_1$  和  $I_2$  出现同步, 但不是混沌同步 ( $d = 0.85 \text{ mm}$ )

Fig. 2 Intensities of lasers 1 and 2 showing periodic motion with time

It shows the synchronization but not chaotic synchronization of laser intensities  $I_1$  and  $I_2$  ( $d = 0.85 \text{ mm}$ )

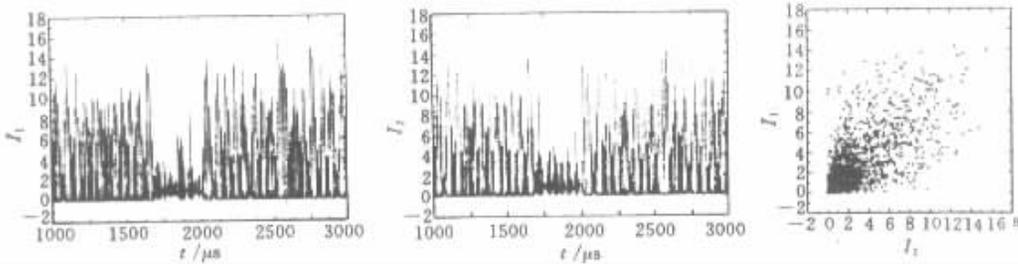


图 3  $I_1$  和  $I_2$  随时间  $t$  的变化呈现混沌状态. 同一时刻  $I_1$  和  $I_2$  之间不存在同步 ( $d = 0.92 \text{ mm}$ )

Fig. 3 Intensities of lasers 1 and 2 are chaotic as time  $t$  increases

It shows no synchronization of laser intensities at all ( $d = 0.92 \text{ mm}$ )

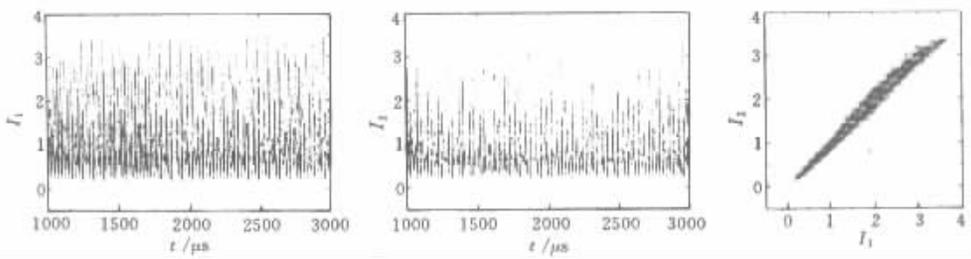


图 4  $I_1$  和  $I_2$  随时间  $t$  的变化呈现混沌状态. 同一时刻  $I_1$  和  $I_2$  之间呈现混沌同步 ( $d = 0.941 \text{ mm}$ )

Fig. 4 Intensities of lasers 1 and 2 are chaotic as time  $t$  increases

It shows chaotic synchronization of laser intensities  $I_1$  and  $I_2$  ( $d = 0.941 \text{ mm}$ )

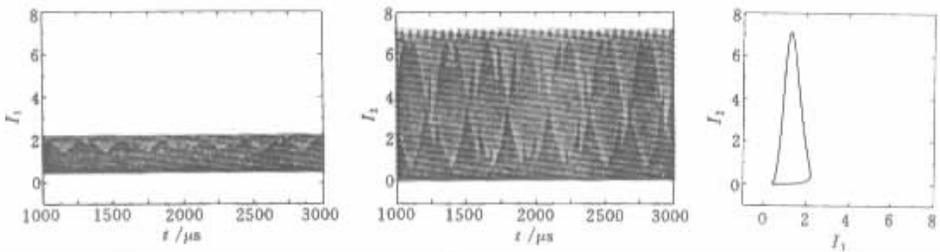


图 5  $I_1$  和  $I_2$  随时间  $t$  的变化呈周期性运动, 但  $I_1$  的最大值约为  $I_2$  的  $1/3$  左右

同一时刻的  $I_1$  和  $I_2$  呈现李萨如图形 ( $d = 0.97 \text{ mm}$ )

Fig. 5 Intensities of lasers 1 and 2 showing periodic motion with time. The maximum value of  $I_1$  is approximately  $1/3$  of that of  $I_2$

It shows the Lissajou's figure for laser intensities  $I_1$  and  $I_2$  ( $d = 0.97 \text{ mm}$ )

它们之间的强度关系呈现李萨如图形. 同时, 从图 5 可见, 第一台激光器的强度在  $0 \sim 3$  之间振荡, 而

第二台激光器的强度在  $0 \sim 8$  之间振荡,显然,两台激光器之间的耦合作用很弱,强度最大值之间的差异增大。

### 3 强度分岔

图 6 是两台激光器强度的分岔图,也就是激光强度的极值点随激光之间的距离  $d$  而变化的图形。由图可见,当距离  $d > 1.10$  mm 时,它们之间的耦合很弱,耦合系数  $\kappa < 2.7 \times 10^{-7}$ ,每台激光器强度的

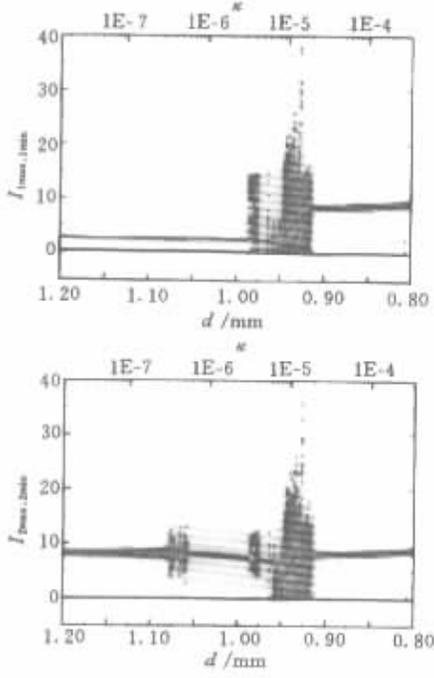


图 6 激光输出强度  $I_1$  和  $I_2$  的分岔图

Fig.6 Bifurcation diagram of laser intensities  $I_1$  and  $I_2$

振荡相对独立,呈现周期性运动状态。在这样的参数范围内,第一台激光器的强度极大值约为 2.5,第二台激光器的强度极大值约为 7.2,两台激光器强度极大值之间的巨大差别主要由损失之间 1.0% 的微小不同引起的。当距离  $d$  的取值范围为  $0.92 \sim 0.96$  mm ( $0.975 \sim 0.985$  mm 和  $1.06 \sim 1.08$  mm 时,每台激光器的强度都呈现混沌状态,但出现混沌同步的参量范围很小,只有当  $d = 0.941$  mm 时,两台激光器的强度才出现混沌同步。当距离  $d$  取其他数值时,每台激光器强度都出现周期性运动状态。但是,当距离  $d < 0.92$  mm,即耦合系数  $\kappa > 2.5 \times 10^{-5}$  时,两台激光器之间的耦合较强,每台激光器强度的极大值相等,而且同一时刻的激光强度呈现同步现象。在这样的参数范围内,1.0% 的微小差异就不起作

用。

### 4 讨论

本文对两台在空间上存在耦合的单模 Nd:YAG 激光器的输出强度进行了分析。它们之间的损失存在 1.0% 的差异,属于非全同激光系统。计算结果表明,在耦合较强的情况下,两台激光器的强度呈现周期性运动,出现同步,但不是混沌同步。在耦合适中的情况下,满足一定条件时,呈现混沌同步。当耦合较小时,它们的输出光强也呈现周期性运动,混沌同步现象消失。当耦合进一步减小时,两台激光器的输出光强相对独立。这些结果可为混沌激光在保密通讯中的应用提供理论依据。

致谢 十分感谢凌寅生对本课题的许多有益讨论和在数值计算中给予的热心帮助。

### 参考文献

- 1 E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke. Controlling chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(11): 1196 ~ 1199
- 2 L. M. Pecora, T. L. Carroll. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(8): 821 ~ 824
- 3 W. L. Ditto, S. N. Rauseo, M. L. Spano. Experimental control of chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(26): 3211 ~ 3214
- 4 H. G. Winful, L. Rahman. Synchronized chaos and spatiotemporal chaos in arrays of coupled lasers. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(13): 1575 ~ 1578
- 5 R. Roy, K. S. Thornburg, Jr. Experimental synchronization of chaotic lasers. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**(13): 2009 ~ 2012
- 6 J. H. Dai, H. W. Yin, H. J. Zhang. Controlling chaos in a hybrid optical bistable system. *Opt. Comm.*, 1995, **120**(1): 85 ~ 90
- 7 Liu Jingang, Shen Ke, Zhou Liwei. Synchronization of chaos in acousto-optic bistable systems. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(7): 841 ~ 846 (in Chinese)
- 8 Zheng Zhiren, Li Jianbin, Zhang Ying et al.. Dynamic memory function by chaos control in an electro-optical bistable system. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(6): 663 ~ 668 (in Chinese)
- 9 G. D. VanWiggeren, R. Roy. Communication with chaotic lasers. *Science*, 1998, **279**: 1198 ~ 1200
- 10 K. S. Thornburg, Jr., M. Moller, R. Roy et al.. Chaos and coherence in coupled lasers. *Phys. Rev. E*, 1997, **55**(4): 3865 ~ 3869
- 11 Zhang Hong-jun. *Optical Chaos*. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1997