

文章编号: 0258-7025(2001)03-0220-05

# 激光模式的远场特性和空间相干度的影响<sup>\*</sup>

蒋金波 程兆谷 李现勤 许国良 石鸿斌 赵全忠

(中国科学院上海光机所 上海 201800)

刘欣

(中国人民解放军38614部队220所 大连 116023)

**提要** 激光的远场分布一般是有规律的,但实际上,由于谐振腔的失调,有时出来的模式并不规则,而且由于模式的叠加,多数激光器出来的光是部分相干光。讨论了一些模式的远场分布和空间相干度对远场衍射分布的影响。

**关键词** 远场分布,部分相干光,空间相干度

中图分类号 O 436.1 ; TN 241 文献标识码 A

## Far Field Characteristics of Some Laser Beam Modes and the Influence of Spatial Partially Coherence

JIANG Jin-bo CHENG Zhao-gu LI Xian-qin

XU Guo-liang SHI Hong-bin ZHAO Quan-zhong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

LIU Xin

(220 Institute, 38614 Army, CPLA, Dalian 116023)

**Abstract** In this paper, the far field distributions of some modes distorted by misalignment of resonators are calculated and the influence of complex spatial coherence on the distributions is discussed.

**Key words** far field distribution, partially coherent beams, complex spatial coherence

### 1 引言

迄今为止,人们已经十分清楚激光在聚焦和传输过程中光束各参数如光斑大小、发散角、瑞利长度以及焦深的变化。但由于激光器的输出模式是千变万化的,特别是功率较高、谐振腔口径较大的气体激光器,由于激光器的失调,它们的输出模式并不规则,它们的远场分布究竟是什么样子,始终是一个比较难回答的问题。

目前,人们提出了一种利用高能量激光束推进飞行器的方法<sup>[1]</sup>。这种系统利用飞行器尾部的抛物面镜把激光束聚焦于火箭燃料室内,温度猛升,气体急剧爆炸膨胀而推进飞行器,它不必携带燃料,故其推力极大。美国加利福尼亚州爱得华空军基地利用

9 kW, 20 Hz 的脉冲 CO<sub>2</sub> 激光器,把一个 42.5 g 重的模型在 3 s 内推升了 22.8 m 高。目前,升高的限制主要是激光的衍射和光扰动,它们分散了聚焦的能量。

对于长距离传播的激光束,激光的衍射使光场的远场分布和近场并不一致,不规则的激光模式更不清楚它的远场是什么样,这对需要激光束进行长距离传播的工程产生了一定的影响。例如,一个从 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔出来的环模,有时由于调腔的关系会变成半个圆环或弯月形,此时它的远场分布会不规则,并且发散角增大,峰值功率降低。本文讨论了一些激光模式的远场分布及空间相干度对衍射图样的影响。

### 2 一些激光模式的远场衍射分布

由于激光器的输出光束在其束腰处波前曲率半

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 69978022)资助项目。

收稿日期 2000-04-10;收到修改稿日期 2000-06-12

径无穷大,这时的激光束是一个平面波,那么它的远场分布可以认为是输出光束束腰处的振幅分布在远场的衍射。激光模式在自由衍射空间的远场分布图样,可以用菲涅耳-基尔霍夫衍射理论来分析,如图 1 所示。这里假设激光束是完全相干的。

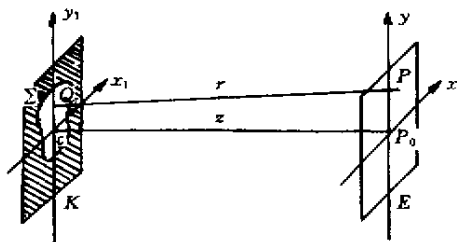


图 1 激光束的远场衍射

Fig. 1 Far field diffraction of laser beam

图 1 中,Σ为激光束束腰处的横截面,Q为横截面上的一点,平面 E 到平面 K 处的距离为 z。则远场 P 点处的振幅分布为

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda z} \iint_{\Sigma} U(Q) \cdot \exp(ikr) d\sigma \quad (1)$$

式中,U为复振幅,r为P点与Q点之间的光程,λ为截面Σ的面积微元,k为波数。当r远大于截面Σ的宽度时,根据旁轴近似

$$r \approx z \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[ \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{z^2} \right] \right\} \quad (2)$$

公式(1)为

$$U(x,y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{\Sigma} U(x_1,y_1) \cdot \exp\left\{ \frac{ik}{z} [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1 \quad (3)$$

$$I(x,y) = |U(x,y)|^2 \quad (4)$$

对于从非稳腔出来的圆环光束,假定它的振幅分布是均匀的,则可以表示为如下形式

$$U(x,y) = \text{ci}(R_2) - \text{ci}(R_1) \quad (5)$$

式中,R<sub>1</sub>,R<sub>2</sub>分别为圆环内外环的半径,ci(R)为圆函数

$$\text{ci}(R) = \begin{cases} 1 & 0 \leq r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (6)$$

取它的内环直径为 14 mm,外环直径为 16 mm(实际上的 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔输出的环模要比这个大),波长为 λ = 10.6 μm,根据公式(3)和(4),借助于计算机,可得出它的远场光强分布图,如图 2 所示。

有时由于谐振腔的失调,如非稳腔的全反射尾镜的光轴和输出窗的光轴之间有一个微小的夹角,这时出来的圆环光束会变成半个圆环,它的远场分

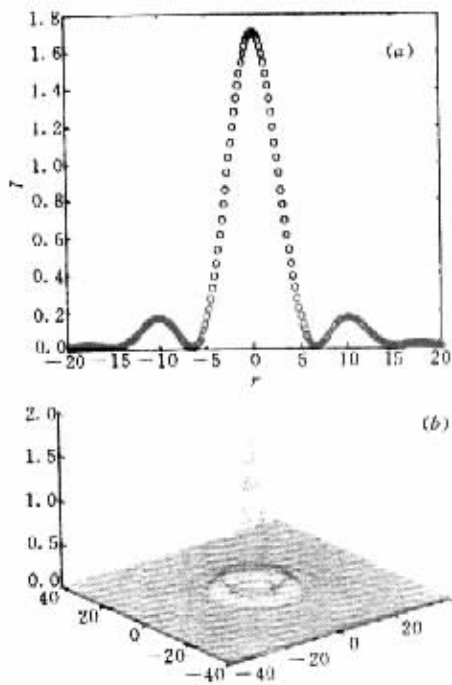


图 2 从非稳腔出来的圆环光束的远场光强分布 (a)二维平面图 (b)立体图

Fig. 2 Far field intensity distribution of annular mode output from unstable resonator

(a) two-dimensional distribution ;(b) three-dimensional distribution

布将产生变化。图 3 是用计算机模拟的 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔因失调而输出半个圆环时,它的远场光强分布图。从图中可看出,它的远场光强是非轴对称分布的,x轴和y轴的发散角(这里取第一个亮条纹来计算它的发散角)将不再一致,其中x轴上的光强分布和发散角基本和图 2(b)一致,但是y轴截面上的光强分布是左右非对称的,并且y轴的发散角将增大为约原来的一倍,它的峰值光强也下降了许多。

将变形后不同模式的横截面代入公式(3)和(4),并采用计算机迭代法计算横截面Σ上每一点的远场衍射,再把各点的远场衍射强度进行叠加,即可得出它们的远场烧蚀花样。图 4 是采用计算机迭代法模拟的 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔由于失调引起的模式变形和它们的远场分布的灰度图。从图中可以看出,当模式变形为半个圆环和弯月形以后,远场的中心光斑将不再是圆对称的,而是变成一个长圆形,而且,从它们的灰度分布来看,旁瓣的光强损失很大。

本文的计算机模拟计算和文献[2]中给的 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔失调的实验结果基本一致。用同一种方法模拟的扇形面积的远场衍射图样和文献[3]中给出的结果也是一样的,由此证明,这种模拟方法是正

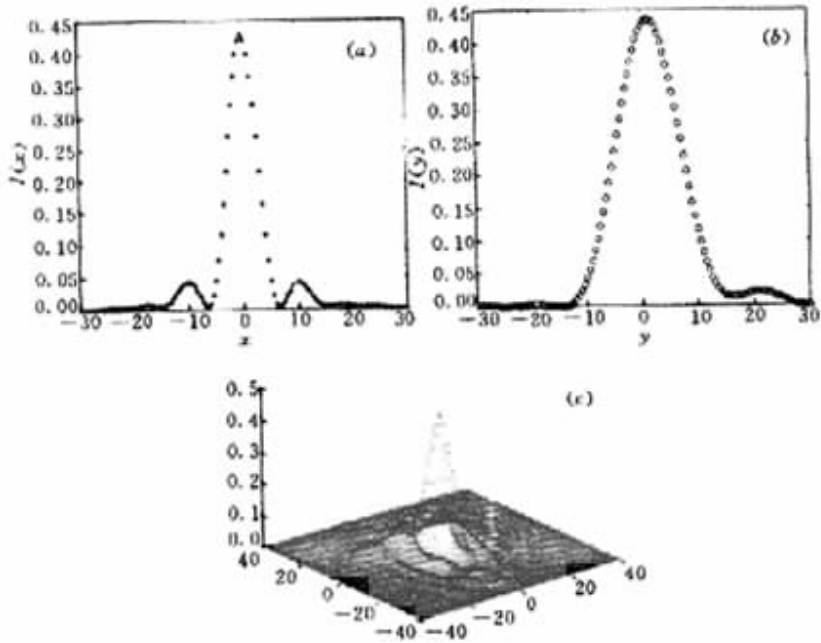


图3 圆环光束变成半环以后,它的远场光强分布

(a) 远场 x 轴上的光强分布 (b) 远场 y 轴上的光强分布 (c) 远场光强分布立体图

Fig.3 Far field intensity distribution when the annular mode become a half-annulus

(a) distribution on x-axis ;(b) distribution on y-axis ;(c) three-dimensional far field intensity distribution

可以看出,束腰半径相同的 01\* 模的发散角基本和



图4 CO<sub>2</sub> 共焦非稳腔输出的环模以及由于谐振腔失调引起的模式和它们的远场图样

(a) 环模和由失调引起的模式变形 (b) 相应的远场分布图样

Fig.4 Distortions of the annular modes and their far field distributions

(a) near field patterns of distorted annular modes output by misalignment unstable resonator ;(b) far field diffraction distributions of the distorted annular modes

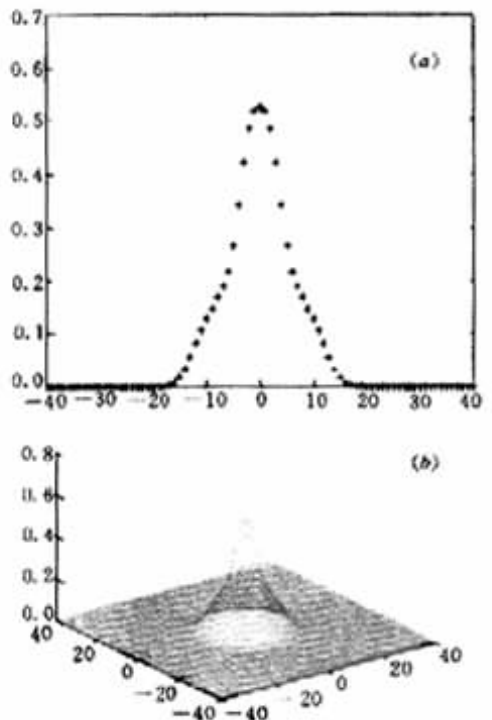


图5 01\* 模的远场光强分布图

(a) 二维平面图 (b) 立体图

Fig.5 Far field intensity distribution of 01\* mode

(a) two-dimensional distribution ;(b) three-dimensional distribution

确而且可行的。

对于中心有暗点的 01\* 模,它的振幅分布可以写为

$$U(r) = C_{01^*} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w_{00}^2}\right) \cdot \left(\sqrt{2} \frac{r}{w_{00}}\right) \quad (7)$$

取系数  $C_{01^*}$  为 1,TEM<sub>00</sub> 模的束腰半径  $w_{00}$  为 8 mm,和环模的外环半径相同。利用公式(3)和(4),可以得出它的 10 m 远的远场光强分布如图 5。从图 5 中

环模的发散角一致。

功率较低的气体激光器有时还会输出其他一些轴对称模,如 10 模、20 模等,它们的振幅分布可以用高斯-拉盖尔模(Gauss-Laguerre)的形式来表示

$$U_{mn}(r) = C_{mn} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^n \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) L_m^n\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \quad (8)$$

式中  $C_{mn}$  为 TEM<sub>mn</sub> 模的振幅系数,  $r$  为柱坐标,  $L_m^n$  为拉盖尔多项式。文献[4]给出了一些轴对称低阶模 00 模、10 模、20 模、30 模和非稳腔输出的环模的远场分布。

但是大多数功率较高的气体激光器,它们输出的模式并不是单模,而是混合叠加模,它们是各阶模按一定概率的非相干叠加<sup>[5]</sup>。对于圆对称的、模式上各点能量分布均匀的情况,其振幅分布可用下式来表示<sup>[6]</sup>

$$U_N(r) = A_0 \sum_{n=0}^N C_n^{(N)} L_n \left[ \frac{\alpha(N+1)r^2}{w_0^2} \right] \cdot \exp\left(-\frac{(N+1)r^2}{w_0^2}\right) \quad (9)$$

其中  $A_0$  为正常数,  $N$  为叠加模个数,  $L_n$  为  $n$  阶拉盖尔多项式,  $C_n^{(N)}$  为加权因子

$$C_n^{(N)} = (-1)^n \sum_{m=n}^N \frac{1}{2^m} \binom{m}{n} \quad (10)$$

$C_n^{(N)}$  可用以下的递归式来计算

$$C_{n+1}^{(N)} = -C_n^{(N)} + \frac{(-1)^n}{2^N} \binom{N+1}{n+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (11)$$

$$C_0^{(N)} = 2 - 1/2^N \quad (12)$$

它的远场振幅分布可用下式来表示<sup>[6]</sup>

$$U_N(r, z) = A_0 \frac{w_N(0)}{w_N(z)} \exp\{i[kz - \Phi_N(z)]\} \cdot \exp\left\{\left[\frac{ik}{2R_N(z)} - \frac{1}{w_N^2(z)}\right]r^2\right\} \cdot \sum_{n=0}^N C_n^{(N)} L_n \left[ \frac{2r^2}{w_N^2(z)} \right] \exp[-2in\Phi_N(z)] \quad (13)$$

式中  $w_N, R_N, \Phi_N$  分别为

$$w_N(z) = w_N(0) \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda z}{\pi w_N^2(0)}\right]^2} \quad (14)$$

$$R_N(z) = z \left\{ 1 + \left[\frac{\pi w_N^2(0)}{\lambda z}\right]^2 \right\} \quad (15)$$

$$\Phi_N(z) = \arctg\left[\frac{\lambda z}{\pi w_N^2(0)}\right] \quad (16)$$

其中  $w_N(0) = \frac{w_0}{\sqrt{N+1}}$ 。

### 3 空间相干度对远场衍射的影响

由于在高功率气体激光器中,输出的模式为各阶横模的非相干叠加,我们认为各阶横模是独立振荡的。它们之间的非相干叠加降低了激光束的相干度,使之成为部分相干光<sup>[7]</sup>。

对于部分相干光,在  $z = 0$  面,光场的互功率谱密度为<sup>[8,9]</sup>

$$\Gamma(r_1, r_2) = U(r_1)U(r_2)\gamma(r_2 - r_1) \quad (17)$$

其中  $U(r) = [I(r)]^{1/2}$ ,  $\gamma(r)$  为复空间相干度。那么在平面  $z$  处,光的强度分布可以表示为<sup>[8,9]</sup>

$$I_o(r) = \iint \Gamma(r_1, r_2) \cdot h^*(r - r_1)h(r - r_2)dr_1dr_2 \quad (18)$$

$h$  为系统的脉冲响应函数,在菲涅耳近似区<sup>[9]</sup>,

$$h(r) = \frac{1}{i\lambda z} \exp\left(j\frac{\pi}{\lambda z}r^2\right) \quad (19)$$

将(17)和(19)代入(18)中,可得

$$I_o(r) = \frac{1}{\lambda z} |U_o(r)|^2 \otimes \Gamma\left(\frac{r}{\lambda z}\right) \quad (20)$$

其中  $U_o(r) = U(r) \otimes h(r)$ , 为完全相干光时平面  $z$  处的输出光束的复振幅,  $U_o(r)$  也可从公式(3)算得,  $\otimes$  为相关运算符。其中  $\Gamma(r/\lambda z)$  为复相干度  $\gamma(r)$  的傅里叶变换:  $\Gamma(f) = \int \gamma(r) \exp(-i2\pi f \cdot r) dr$ 。

式(20)表明,部分相干光的远场光强分布为完全相干光的远场光强分布  $|U_o(r)|^2$  和一个模糊因子  $\Gamma(r/\lambda z)$  的相关积。

以上面讨论过的环模为例,假设它是部分相干光,它的复相干度函数  $\gamma$  和高斯-斯盖尔模(Gaussian Schell-mode)<sup>[10,11]</sup>一样,呈高斯分布

$$\gamma(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{2l_c^2}\right) \quad (21)$$

其中  $l_c$  为相干长度,根据公式(20),可以算出不同相干度时它的远场光强分布,如图6所示(为方便起见,在作图时只取一个像限,并且峰值光强归一化为1)。图中  $V = 2w/l_c$ ,  $w$  为环模束腰处的外环半径。从图中可以看出,当空间相干度减小时(即相干长度  $l_c$  变小,  $V$  值变大),衍射条纹将变得模糊,条纹间的对比度下降,即条纹之间的沟变得平缓,而且光强的峰值功率下降,发散角变大。而空间相干度增加时( $l_c \rightarrow \infty, V \rightarrow 0$ )衍射图样将接近于完全相干光的衍射分布,图中  $V = 0.5, 0.1, 0.05$  的衍射条纹曲线基本重合。

### 4 结论

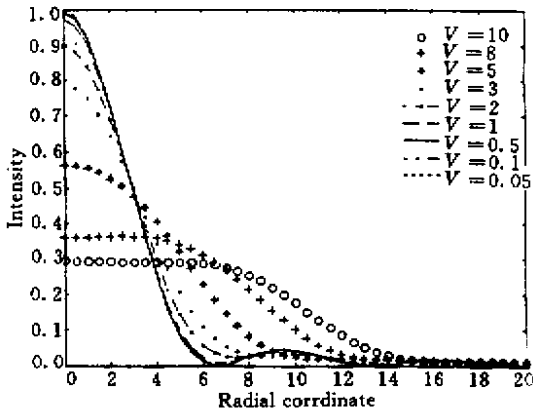


图6 不同空间相干度对衍射图样的影响

Fig.6 Influence of different spatial coherent on the diffraction patterns

本文借助于计算机分析了一些激光模式的远场衍射分布和空间相干度对衍射图样的影响,用计算机迭代法分析远场衍射,可以分析一些用符号分析法无法给出的近场图样的远场衍射。根据分析可以发现:由于衍射,多数模式的远场分布和近场是不一样的。由于谐振腔的失调,输出的激光模式将会产生变形,这时它的远场中心光斑将变得非对称,并且峰值功率降低,高频部分的衍射分量增加,从而增加了衍射损失。衍射分布受空间相干度的影响,空间相干度的降低将使激光的发散角变大,使衍射条纹变得模糊,降低了条纹的对比度,从而降低了光束质量。

## 参 考 文 献

- 1 D. Appell. High-power laser beam launches fuel-less craft. *Laser Focus World*, 1998, **34**(3) 90 ~ 91
- 2 William F. Krupke, Walter R. Sooy. Properties of an unstable confocal resonator CO<sub>2</sub> laser system. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1969, **QE-5**(12) 575 ~ 586
- 3 A. I. Mahan, C. V. Bitterli, S. M. Cannon. Far-field diffraction patterns of single and multiple apertures bounded by arcs and radii of concentric circles. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**(6) 721 ~ 732
- 4 Cheng Zhaogu, Wang Runwen. Relative intensity distribution of low-order mode Gaussian laser beams at the focal plane. *Chinese Physics-Lasers*, 1986, **B13**(6) 371 ~ 376
- 5 Riccardo Borghi, Massimo Santarsiero. Modal decomposition of partially coherent flat-topped beams produced by multimode lasers. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(5) 313 ~ 315
- 6 V. Bagini, R. Borghi, F. Gori *et al.*. Propagation of axially symmetric flattened Gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(7) 1385 ~ 1394
- 7 Weijian Wang, Ari T. Friberg, Emil Wolf. Focusing of partially coherent light in systems of large Fresnel numbers. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(2) 491 ~ 496
- 8 Shimon Lavi, Ron Prochaska, Eliezer Keren. Generalized beam parameters and transformation laws for partially coherent light. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(17) 3696 ~ 3703
- 9 Bahaa E. A. SALEH. Intensity distribution due to a partially coherent field and the Collett-Wolf equivalence theorem in the Fresnel zone. *Opt. Comm.*, 1979, **30**(2) 135 ~ 138
- 10 Ari T. Friberg, J. Turunen. Imaging of Gaussian Schell-model sources. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(5) 713 ~ 720
- 11 Ari T. Friberg, Jari Turunen. Algebraic and graphical propagation methods for Gaussian Schell-model beams. *Opt. Eng.*, 1986, **25**(7) 857 ~ 864