

文章编号: 0258-7025(2001)02-0133-04

# 高斯光束柱面反射展成法生成光刀的研究<sup>\*</sup>

张舜德 卢秉恒 丁玉成

(西安交通大学机械工程学院先进制造技术研究所 西安 710049)

**提要** 提出一种利用高斯光束柱面反射展成法生成光刀的新方法,并导出了光刀几何参数的预估算式。实验表明,采用该方法生成的激光光刀线宽变化小,对比度高,景深大,适合作为主动式三维面形测量用线结构光。

**关键词** 高斯光束,反射,结构光,三维面形测量

中图分类号: O 435 文献标识码: A

## Research on Light-knife Propagated by Reflection of Gaussian Light Beams at cylinder

ZHANG Shun-de LU Bing-heng DING Yu-cheng

(The Institute of AMT, College of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong Univ., Xi'an 710049)

**Abstract** A novel method for propagating light-knife by the reflection of Gaussian laser beam at a cylinder is put forward and the formula to appraise the geometry parameters of light knife is also derived. The experimental results show that the light-knife generated by using this method has less width variety, higher contrast and large depth of field. It could be used as a line structure light in active 3D profile measuring system.

**Key words** Gaussian light beam, reflection, structure light, three dimension profile measurement

### 1 引 言

在主动式光学三维面形测量技术中,线结构光(光刀或光带)投影测量法(光切法)因测量原理简单,在工程上易于实现,且具有较高的测量精度和速度等优点而占有重要的地位。

光切法中,线结构光起到标识物面上测量点的作用,而 CCD 则用于记录标识点的位置信息,物面的三维重建是通过对光刀测量面与三维物体表面相交产生的一系列轮廓线的坐标归一化来完成的。对于轮廓线上的任意一点,根据三角测量原理,利用其在 CCD 像面上对应像点的二维位置就可求得该点的三维位置坐标。实际测量中,光刀投影质量对测量性能有较大影响,光刀线宽越小,则定位精度越高,测量结果越准确,因此优质线结构光应具备线宽和发散角小,长度方向上线宽变化均匀,亮度梯度大等特点。

产生光刀的方法很多,比较典型的几种方法有:针孔滤波结合柱面透镜与球面镜组合成像法<sup>[1]</sup>、直边菲涅耳衍射法<sup>[2]</sup>、等腰棱镜衍射法<sup>[3]</sup>、光笔高速转镜扫描法<sup>[4]</sup>等,这些方法在实际应用中各有优缺点。在本项研究中,激光光刀是利用一基模圆高斯光束斜入射于柱面,反射光束在子午面内发散展成的方法实现的,本文给出了实验结果。

### 2 柱状反射面对倾斜入射的高斯光束的变换

求高斯光束倾斜入射到回转类光学界面上反射光束和折射光束的变换性质是经常遇到的问题<sup>[5,6]</sup>,求解这一问题的出发点是电磁场的边值关系,即在两种介质界面上,入射波、反射波和折射波的相位及振幅必须严格匹配。基于两条限制性的假定(1)在界面上入射光束的光斑直径既比波前的曲率半径小,又比界面的曲率半径小,因此只须考虑位相和振幅关于横坐标的展开式的二次项(2)其中一个主轴必须位于入射面内),文献<sup>[5,6]</sup>分别讨

<sup>\*</sup> 国家 863 计划项目(863-511-708-007)

收稿日期:1999-07-23;收到修改稿日期:1999-11-01

论了倾斜入射的高斯光束在椭球表面和双曲回转面上光束反射和折射的变换性质,由于作出第二条假定,使得这种分析无法包括所有可能的情况,但它的确与大多数实际情况较为吻合,许多回转类光学界面都可认为是椭球表面和双曲回转面的特例或它们的组合,当椭球面的其中一个半轴为无穷大时,这个椭球面就退化为圆柱面。

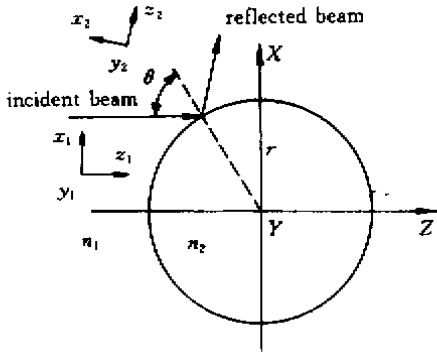


图 1 圆柱界面、入射光束及反射光束坐标

Fig.1 Coordinate system a showing the cylinder interface and incident, reflected beams

图 1 中,  $(x_1, y_1, z_1)$  ( $x_2, y_2, z_2$ ) 分别表示入射波、反射波的坐标系,  $x_i$  全都位于入射面(光束轴线与界面法线所构成的平面)内,  $y_i$  垂直于入射面,  $z_i$  指向光传播方向,所有坐标系均为右手系,坐标原点位于入射点  $(X, Y, Z)$  是半径为  $r$  的圆柱面坐标系。设光束从折射率  $n_1$  的介质入射到折射率为  $n_2$  的介质界面,入射角为  $\theta$ ,在子午面( $X-Z$  面)中,入射点处的曲率半径为  $R_T = r$ ,在弧矢面中,入射点处的曲率半径为  $R_S = \infty$ 。入射光束、反射光束场的复振幅为

$$U_i(x_i, y_i, z_i) = A_i \exp[-j\phi_i(x_i, y_i, z_i)] \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

复相位为

$$\phi_i(x_i, y_i, z_i) = k_i z_i + \frac{k_i}{2} \left( \frac{x_i^2}{q_{Ti}} + \frac{y_i^2}{q_{Si}} \right) \quad (2)$$

式(2)中,波矢  $k_i = 2\pi n_i / \lambda$ ,复曲率半径  $q_i$  由下式给出

$$\begin{cases} \frac{1}{q_{Ti}} = \frac{1}{R_{Ti}} - j \frac{\lambda}{\pi w_{Ti}^2} \\ \frac{1}{q_{Si}} = \frac{1}{R_{Si}} - j \frac{\lambda}{\pi w_{Si}^2} \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中,  $\lambda$  为光波波长,  $w_{Ti}^2$  和  $w_{Si}^2$  分别表示子午面和弧矢面的光斑半径。利用圆柱面方程及  $(X, Y, Z)$  ( $x_1, y_1, z_1$ ) 之间的坐标变换关系可得

$$\frac{z_1}{r} = \frac{x_1}{r} \tan\theta + \left( \frac{x_1}{r} \right)^2 \frac{1}{2\cos\theta} + \left( \frac{z_1}{r} \right)^2 \frac{1}{2\cos\theta} \quad (4)$$

考虑到第一条限定性假定,则

$$\left( \frac{z_1}{r} \right)^2 \approx \left( \frac{x_1}{r} \tan\theta \right)^2 \quad (5)$$

由式(4)(5)可得

$$z_1 = x_1 \tan\theta + \frac{x_1^2}{2r\cos^3\theta} \quad (6)$$

故入射光束关于变量  $x_1, y_1$  的复位相分布

$$\phi_i(x_1, y_1) = k_1 x_1 \tan\theta + \frac{k_1 x_1^2}{2} \left( \frac{1}{q_{Ti}} + \frac{1}{r\cos^3\theta} \right) + \frac{k_1 y_1^2}{2q_{Si}} \quad (7)$$

利用反射波坐标系  $(x_2, y_2, z_2)$  与入射波坐标系  $(x_1, y_1, z_1)$  之间的旋转变换关系及  $k_1 = k_2$ ,并将式(7)代入式(2)中,就得到反射光束关于变量  $x_1, y_1$  的复位相分布

$$\phi_2(x_1, y_1) = k_1 x_1 \tan\theta + \frac{k_1 x_1^2}{2} \left( \frac{1}{q_{T2}} + \frac{1 - 2\cos^2\theta}{r\cos^3\theta} \right) + \frac{k_1 y_1^2}{2q_{S2}} \quad (8)$$

电磁场的边值条件要求,在反射界面上,入射波与反射波的复位相必须相等,即

$$\phi_1(x_1, y_1) = \phi_2(x_2, y_2) \quad (9)$$

根据这一关系及式(3)(7)(9),可进一步得到圆柱界面上入射光束与反射光束的光斑半径及曲率半径之间的关系,在子午面内

$$\begin{cases} w_{T2} = w_{T1} \\ \frac{1}{R_{T2}} = \frac{1}{R_{T1}} + \frac{2}{r\cos\theta} \end{cases} \quad (10)$$

在弧矢面内

$$\begin{cases} w_{S2} = w_{S1} \\ \frac{1}{R_{S2}} = \frac{1}{R_{S1}} \end{cases} \quad (11)$$

在斜入射情况下,当基模圆高斯光束( $w_{T1} = w_{S1}$ ,  $R_{T1} = R_{S1}$ )经柱面界面反射后,反射光束在反射点处

$$\begin{cases} w_{T2} = w_{S2} \\ \frac{1}{R_{T2}} - \frac{1}{R_{S2}} = \frac{1}{r\cos\theta} \end{cases} \quad (12)$$

可见反射光束在子午面的曲率半径小于弧矢面的曲率半径,反射光束为一椭圆高斯光束。根据高斯光束的腰斑半径  $w_0$  与相距为  $z$  处的光斑半径  $u(z)$  和波前曲率半径  $R(z)$  之间的关系

$$w_0 = u(z) \left\{ 1 + \left( \frac{\pi w^2(z)}{\lambda R(z)} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (13)$$

及远场发散角

$$2\gamma = 2 \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (14)$$

可知,反射后的椭圆高斯光束在子午面的腰斑半径小于弧矢面的腰斑半径,故反射光束在子午面的远场发散角大于弧矢面的远场发散角,椭圆光斑(此时退化为光刀)的长轴与柱面回转轴(Y)垂直,即使在弧矢面的光束准直距离内,反射光束在子午面将产生较大的发散,且柱面半径r越小( $r > w_{T1}$ ),入射角 $\theta$ 越大( $\theta < \frac{\pi}{2}$ ),反射展成的光刀将越长。

### 3 光刀几何参数估算

在实际应用中,常常需要在已知柱面半径或激光束参数的条件下,预估光刀的工作长度及几何位置,或者相反,利用上述理论进行计算往往很繁琐且不够直观。如果将柱面看作多棱柱的逼近,则多棱柱的每个侧面就是一个反射面,根据几何光学原理,当具有一定光斑半径的基模圆高斯光束沿垂直于多棱柱轴线的平面斜入射到多棱柱上相邻的一组侧面时,由于每个侧面的法方向不同,因而对入射在每个侧面上的那部分高斯光束的反射方向也将不同,且反射角单调变化,因此不难理解在垂直于柱面轴线的平面内,斜入射的基模圆高斯光束将反射展成连续光刀。

图2中,设光斑半径为w的基模圆高斯光束沿法曲率半径为r的柱面法截面以轴偏距 $d_1$ 入射到界面D点,由前面的分析可知,在法截面内,光束将在垂直于DC的方向上非对称地展成光刀, HK为平行于柱面回转轴的光刀工作面,光刀长度 $L = HN$ ,光刀工作面与柱面轴线之间的距离 $OB = d_2$ ,  $r = d_1 + w$ ,则D, E处光线反射角 $\alpha, \beta$ 分别为

$$\begin{cases} \alpha = \arcsin\left(1 - \frac{w}{r}\right) \\ \beta = \arcsin\left(1 - \frac{2w}{r}\right) \end{cases} \quad (15)$$

根据图2中的几何关系(限于篇幅,略去中间推导过程)可求得

$$CN = CK - NK = \frac{w + (r \cos \theta - d_1) \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} \quad (16)$$

$$HC = FC \tan \alpha - \beta = (d_1 - r \cos \alpha) \tan \alpha - \beta + \frac{r(\alpha - \beta) \cos \frac{3\beta - \alpha}{2}}{\cos \alpha - \beta} \quad (17)$$

由式(16)(17)求得光刀工作上的总长度

$$L = CN + HC = (d_1 - r \cos \alpha) \tan \alpha - \beta - \tan 2\alpha + \frac{w}{\cos 2\alpha} + \frac{r(\alpha - \beta) \cos \frac{3\beta - \alpha}{2}}{\cos \alpha - \beta} \quad (18)$$

式(18)中,只要知道L,  $d_1, r, w$ 四个参数中的三个,就可估算出另外一个参数,还可计算出光刀展成的方向角 $2\alpha$ 。根据作者的使用经验,光刀的实际工作长度一般取(0.7 ~ 0.8)L。

### 4 实验及结论

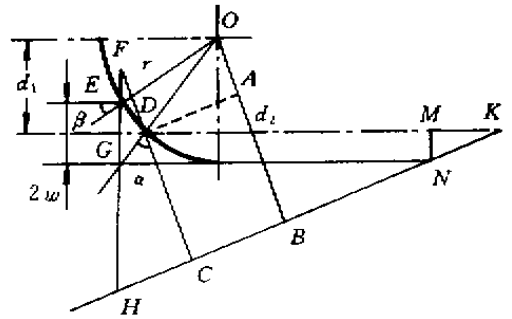


图2 柱面反射的单模高斯光束几何图  
Fig.2 Geometry of single-model Gaussian light beam reflected at a cylinder surface

实验中采用一功率为4 mW,波长 $\lambda = 633$  nm的He-Ne激光器,按图2几何布置,通过专用夹具调整半径 $r = 3$  mm圆柱透镜的位置,可改变入射到圆柱透镜上的光斑半径和入射方位,这里入射点处的光斑半径 $w = 0.4$  mm。图3(a)给出利用柱面透镜和薄透镜组合成像法在位于 $d_1 = 280$  mm的工作面上产生的光刀,图3(b)(c)为利用本文提出的方法分别在位于 $d_1 = 280$  mm和650 mm的工作面上产

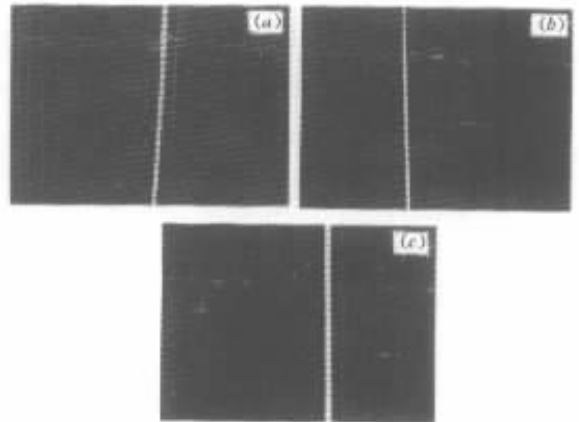


图3 光刀图像

Fig.3 Light knife photograph

生的光刀,图 4 为利用  $512 \times 512$  像素的 MTV-1881 EX CCD 摄取图 3(c)的光刀图像的横向灰度分布。

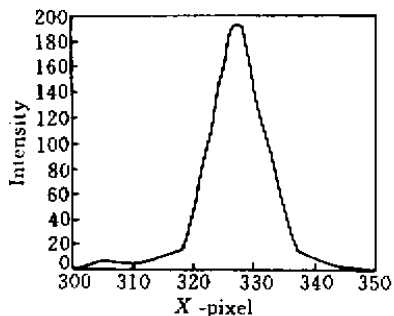


图 4 光刀横截面的光强分布

Fig.4 Intensity cross-section of a light knife

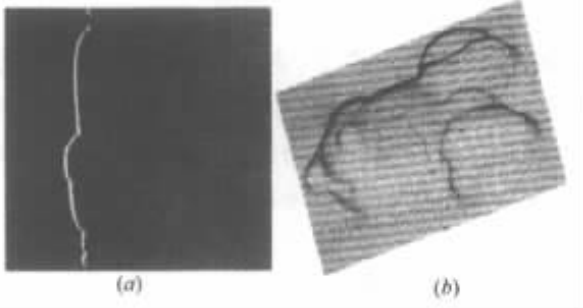


图 5 利用高斯光束柱面反射展成的线结构光测量的模型

Fig.5 A measured model using line structure light propagated by the reflection of Gaussian laser beam at a cylinder surface

通过对光刀图像灰度数据的分析发现,尽管采样数据中包含摄像系统的随机噪声及散斑噪声,但

光刀沿横向的光强仍接近于高斯分布,且亮度梯度变化较大,在有效工作长度范围内,光刀线宽变化小,亮度衰减慢。此外,这种光刀具有很大景深,光刀工作距离选择的余地较大,加之激光光刀的高亮度特点和对三维物面的适应性,作为线结构光用于三维测量系统中,空间编码可靠,变形线的中心位置易于提取,中心定位精度高。将本文提出的光刀生成方法用于线结构光扫描的三维曲面数字化系统中,取得了满意的结果。图 5 是对米老鼠面模进行测量的结果。图 5(a)为变形光刀的其中一个采样,图 5(b)为测量数据的三维重建,对测量结果的分析表明,实际测量误差不大于 0.05 mm。

## 参 考 文 献

- 1 Xiao-xue Cheng, Xian-yu Su, Lü-rong Guo. Automated measurement method for  $360^\circ$  profilometry of 3-D diffuse objects. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(10):1274 ~ 1278
- 2 Jacques Lewandowski, Bruno Menard, Daniel Hennequin. Light sectioning with large depth of focus by means of Fresnel diffraction of an edge. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(9):2181 ~ 2184
- 3 Jia Bo, Su Xianyu, Guo Lurong. 3-D measurement of turbine blade profile by light knife. *Chinese J. of Lasers* (中国激光), 1992, **19**(4) 271 ~ 275 (in Chinese)
- 4 Gerd Hausler, Werner Heckel. Light sectioning with large depth and high resolution. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(24):5165 ~ 5169
- 5 G. A. Massey, A. E. Siegman. Reflection and refraction of Gaussian light beams at tilted ellipsoidal surfaces. *Appl. Opt.*, 1969, **8**(5) 975 ~ 978
- 6 Sankar Gangopadhyay, Somenath Sarkar. ABCD matrix for reflection and refraction of Gaussian light beams at surfaces of hyperboloid of revolution and efficiency computation for laser diode to single-mode fiber coupling by way of a hyperbolic lens on the fiber tip. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(33) 8582 ~ 8586