

文章编号: 0258-7025(2001)12-1103-05

波分复用系统中偏振模色散特性的研究^{*}

刘秀敏^{1,2} 杨伯君¹ 张晓光¹

(北京邮电大学¹ 理学院基础部, ² 电子工程学院 北京 100876)

摘要 推导了双折射光纤中两个波长的光波所满足的耦合非线性薛定谔方程。建立了研究两信道波分复用(WDM)系统中偏振模色散效应的模型。基于这一模型,在考虑偏振模色散情况下,数值模拟了在两信道 WDM 系统中光信号的传输变化,并且分析了在此系统中偏振模色散的影响。

关键词 偏振模色散,波分复用,耦合非线性薛定谔方程,数值模拟

中图分类号 TN 929.11 文献标识码 A

Study on the Characteristic of Polarization Mode Dispersion in WDM Systems

LIU Xiu-min^{1,2} YANG Bo-jun¹ ZHANG Xiao-guang¹

(¹ School of Science, ² Electronics Engineering School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract The coupled nonlinear Schrödinger equations for two wavelength optical pulses in a birefringence fiber are given. The model for treating polarization mode dispersion in two channels WDM system is established. Based on this model, optical signal propagation behaviors in two channels WDM with polarization mode dispersion are numerically simulated. The influences of polarization mode dispersion on two channels WDM system are also analyzed.

Key words polarization mode dispersion, WDM, coupled nonlinear Schrödinger equations, numerical simulation

1 引 言

常规的单模光纤存在两个正交的偏振模,理想情况下认为它们具有相同的群速度。但光纤的生产、成缆和外部环境的变化,都会导致两个偏振模之间产生轻微的群速度差,从而导致一阶偏振模色散(PMD)。过去的研究大多并不考虑偏振模色散^[1],这是由于在比特率比较低的情况下,偏振模色散的影响比较小,可以忽略不计。随着光纤通信系统的飞速发展,传输的速率也越来越高,当系统的比特率达到 10 Gbit/s 以上时,偏振模色散的影响就显现出来^[2]。偏振模色散在模拟系统中产生高阶畸变效应和与偏振有关的损耗,导致非线性效应。在数字通信系统中,造成脉冲失真变形,增加脉冲之间的相互作用,使误码率增高,降低系统的传输距离,限

制系统的传输带宽。正是这些实际问题的出现使对偏振模色散的研究迅速成为前沿课题之一。过去已铺设的光纤偏振模色散都比较大^[3],当用过去所铺设的光纤传输高比特率数据时,特别是对于即将实用化的波分复用(WDM)系统,偏振模色散的影响必须考虑在内^[4]。本文利用非线性折射率的变化,推导了当考虑偏振模色散时,波分复用系统最简单的情形(两个信道)所满足的耦合非线性薛定谔方程。在此基础上,对比了考虑 PMD 和不考虑 PMD 时频谱和脉冲波形的变化。

2 理论推导

在准单色近似下,两束椭圆偏振光波的电场可写成

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E_{1x} \exp(-i\omega_1 t) + E_{2x} \exp(-i\omega_2 t)] + \frac{1}{2} \hat{y} [E_{1y} \exp(-i\omega_1 t) + E_{2y} \exp(-i\omega_2 t)] + c.c. \quad (1)$$

^{*} 863 组长基金、自然科学基金(60072042)、教育部《高等学校骨干教师资助计划》项目、北京邮电大学校基金资助课题。

式中 \hat{x} 为沿 x 方向偏振的单位分量, \hat{y} 为沿 y 方向偏振的单位分量, E_{1x}, E_{1y} 为中心频率为 ω_1 的光波偏振分量, E_{2x}, E_{2y} 为中心频率为 ω_2 的光波偏振分量。假设 $E_{1x}, E_{1y}, E_{2x}, E_{2y}$ 对时间是慢变包络振幅。

在强光场中,极化强度 \vec{P} 对于电场 \vec{E} 是非线性的,因此满足通常的关系式^[5]

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} \cdot \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots) \quad (2)$$

式中 ϵ_0 为真空中的介电常数, $\chi^{(j)}$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) 为 j 阶电极化率,考虑到光的偏振效应, $\chi^{(j)}$ 是 $j + 1$ 阶张量。线性电极化率 $\chi^{(j)}$ 对 \vec{P} 的贡献是主要的,但在光纤中 $\chi^{(2)} = 0$,所以光纤通常不显示二阶非

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \tilde{x} [p_{1x} \exp(-i\omega_1 t) + p_{2x} \exp(-i\omega_2 t)] + \frac{1}{2} \tilde{y} [p_{1y} \exp(-i\omega_1 t) + p_{2y} \exp(-i\omega_2 t)] \quad (5)$$

$$p_{1x} = \frac{1}{4} [\chi_{xxxx} (3|E_{1x}|^2 E_{1x} + 6|E_{2x}|^2 E_{1x}) + \chi_{xxyy} (2|E_{1y}|^2 E_{1x} + 2|E_{2y}|^2 E_{1x}) + \chi_{xyxy} (2|E_{1y}|^2 E_{1x} + 2|E_{2y}|^2 E_{1x}) + \chi_{yyxx} (2|E_{1y}|^2 E_{1x} + 2|E_{2y}|^2 E_{1x})]$$

石英光纤中 (3) 式右侧的三个分量大小基本相同,为简单起见假设它们相等^[5],则上式变为

$$p_{1x} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_{1x}|^2 + 2|E_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|E_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|E_{2y}|^2 \right) E_{1x} \quad (6)$$

与上面的推导类似,其他三个分量分别为

$$p_{1y} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_{1y}|^2 + 2|E_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|E_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|E_{2x}|^2 \right) E_{1y} \quad (7)$$

$$p_{2x} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_{2x}|^2 + 2|E_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|E_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|E_{1y}|^2 \right) E_{2x} \quad (8)$$

$$p_{2y} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_{2y}|^2 + 2|E_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|E_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|E_{1x}|^2 \right) E_{2y} \quad (9)$$

可以将 p_{NL} 与线性部分合在一起,则总的感应极化强度写成

$$p_{jk}(\omega_j) = \epsilon_0 \epsilon_{jk} E_{jk} \quad (j = 1, 2, k = x, y) \quad (10)$$

式中 $\epsilon_{jk} = \epsilon_{jk}^L + \epsilon_{jk}^{NL} = (n_{jk} + \Delta n_{jk})^2$, n_{jk} 为折射率的线性部分, Δn_{jk} 为三阶非线性效应,是 k 方向引起的折射率改变量。利用 $\Delta n_{jk} \ll n_{jk}$,并假定 $n_1 = n_2 = n$,则折射率的非线性部分为

$$\Delta n_{jk} \approx \epsilon_{jk}^{NL} / 2n_{jk} \approx n_2 \left(|E_{jk}|^2 + 2|E_{3k-jk}|^2 + \frac{2}{3}|E_{jk'}|^2 + \frac{2}{3}|E_{3k'-jk}|^2 \right) \quad (11)$$

$$j = 1, 2, k = x, y, k' = x, y \text{ 且 } k \neq k'$$

式中非线性折射率系数 $n_2 = \frac{3}{8n} \chi_{xxxx}^{(3)}$ 。

在方程 (11) 中,括号内的第一项代表自相位调制 (SPM),后面三项为交叉相位调制 (XPM)。从 (11) 式可以发现,一个光波沿某一偏振方向的折射不仅与本方向的强度有关,而且与其正交偏振方向的波的强度有关,另外,还与共同传输波的强度有关。在这些影响中,它们所起的作用是不同的。与

线性效应。我们过去所讨论的非线性效应是起源于三阶电极化率 $\chi^{(3)}$ 。在各向同性介质中,三阶电极化率非零分量是 $\chi_{xxxx}^{(3)}, \chi_{xxyy}^{(3)}, \chi_{xyxy}^{(3)}, \chi_{yyxx}^{(3)}$,并且存在如下关系^[6]

$$\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} + \chi_{xyxy}^{(3)} + \chi_{yyxx}^{(3)} \quad (3)$$

对于极化强度的非线性分量 $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$,假定非线性响应是瞬时作用的,则

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (4)$$

将方程 (1) 代入 (4) 中,如 $3\omega_1, 3\omega_2, 2\omega_1 - \omega_2, 2\omega_2 - \omega_1$ 这类的快速衰减项,在长距离光纤通信系统里可以忽略不记。则 $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ 为

其偏振方向相同的另一波的影响较大,是 2 倍关系。而与其正交的偏振方向,无论是本波还是另一波的影响是相同的,即只有 2/3 的关系。

根据过去推导非线性薛定谔方程类似的方式^[5],得到在考虑偏振的情况下,两束光波的光纤中传输所满足的耦合方程

$$\frac{\partial A_{1x}}{\partial z} + \frac{1}{v_{g1x}} \frac{\partial A_{1x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{21} \frac{\partial^2 A_{1x}}{\partial t^2} - ir_1 \left(|A_{1x}|^2 + 2|A_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|A_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|A_{2y}|^2 \right) A_{1x} + \frac{\alpha}{2} A_{1x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial A_{1y}}{\partial z} + \frac{1}{v_{g1y}} \frac{\partial A_{1y}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{21} \frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial t^2} - ir_1 \left(|A_{1y}|^2 + 2|A_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|A_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|A_{2x}|^2 \right) A_{1y} + \frac{\alpha}{2} A_{1y} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial A_{2x}}{\partial z} + \frac{1}{v_{g2x}} \frac{\partial A_{2x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{22} \frac{\partial^2 A_{2x}}{\partial t^2} - ir_2 \left(|A_{2x}|^2 + 2|A_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|A_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|A_{1y}|^2 \right) A_{2x} + \frac{\alpha}{2} A_{2x} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial A_{2y}}{\partial z} + \frac{1}{v_{g2y}} \frac{\partial A_{2y}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{22} \frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial t^2} - ir_2 \left(|A_{2y}|^2 + 2|A_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|A_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|A_{1x}|^2 \right) A_{2y} + \frac{\alpha}{2} A_{2y} = 0 \quad (15)$$

式中非线性系数 $r_j = \frac{n_{2j}}{cA_{\text{eff}}}$ ($j = 1, 2$)。

对上式进行归一化,各参数分别为

$$u_{jk} = \frac{A_{jk}}{\sqrt{\rho_0}} \quad (j = 1, 2 \quad k = x, y), \quad \tau = \frac{t - z/V}{T_0}, \quad \zeta = \frac{z}{L_{1D}}, \quad L_{1D} = \frac{T_0^2}{|\beta_{21}|}, \quad L_{2D} = \frac{T_0^2}{|\beta_{22}|},$$

$$L_{1NL} = \frac{1}{r_1 \rho_0}, \quad L_{2NL} = \frac{1}{r_2 \rho_0}, \quad V = \frac{2v_{g1x} + v_{g1y}}{v_{g1x} + v_{g1y}}, \quad d_1 = \frac{1}{v_{g1x}} - \frac{1}{v_{g1y}}, \quad d_2 = \frac{1}{v_{g2x}} - \frac{1}{v_{g1x}},$$

$$d_3 = \frac{1}{v_{g2x}} - \frac{1}{v_{g1y}}, \quad d_4 = \frac{1}{v_{g1x}} - \frac{1}{v_{g2y}}, \quad d_5 = \frac{1}{v_{g1y}} - \frac{1}{v_{g2y}}.$$

上式变为

$$\frac{\partial u_{1x}}{\partial \zeta} + \frac{d_1 L_{1D}}{2T_0} \frac{\partial u_{1x}}{\partial \tau} + \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_{1x}}{\partial \tau^2} - i \frac{L_{1D}}{L_{1NL}} \left(|u_{1x}|^2 + 2|u_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|u_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|u_{2y}|^2 \right) u_{1x} + \Gamma u_{1x} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial u_{1y}}{\partial \zeta} - \frac{d_1 L_{1D}}{2T_0} \frac{\partial u_{1y}}{\partial \tau} + \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_{1y}}{\partial \tau^2} - i \frac{L_{1D}}{L_{1NL}} \left(|u_{1y}|^2 + 2|u_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|u_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|u_{2x}|^2 \right) u_{1y} + \Gamma u_{1y} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial u_{2x}}{\partial \zeta} + \frac{L_{1D}}{T_0} \frac{d_2 + d_3}{2} \frac{\partial u_{2x}}{\partial \tau} + \frac{i}{2} \frac{L_{1D}}{L_{2D}} \frac{\partial^2 u_{2x}}{\partial \tau^2} - i \frac{L_{1D}}{L_{2NL}} \left(|u_{2x}|^2 + 2|u_{1x}|^2 + \frac{2}{3}|u_{2y}|^2 + \frac{2}{3}|u_{1y}|^2 \right) u_{2x} + \Gamma u_{2x} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial u_{2y}}{\partial \zeta} - \frac{L_{1D}}{T_0} \frac{d_4 + d_5}{2} \frac{\partial u_{2y}}{\partial \tau} + \frac{i}{2} \frac{L_{1D}}{L_{2D}} \frac{\partial^2 u_{2y}}{\partial \tau^2} - i \frac{L_{1D}}{L_{2NL}} \left(|u_{2y}|^2 + 2|u_{1y}|^2 + \frac{2}{3}|u_{2x}|^2 + \frac{2}{3}|u_{1x}|^2 \right) u_{2y} + \Gamma u_{2y} = 0 \quad (19)$$

3 数值模拟

上述方程不容易得到解析表达式。为此我们通过数值解研究脉冲波形和频谱的变化。常规的单模光纤由于在制作、成缆及外部环境的影响下,不能认为两个方向的偏振具有相同的群速度,在这种情况下,可以把长距离的光纤看作是由许多段常数的弱双折射光纤联结在一起组成的,并且每一小段的光纤具有相同的长度 z_h 和折射率差 Δn ,在两小段光纤的结合处,双折射的方向是随机变化的,不受相邻及其他部分的影响,两个正交的偏振方向之间产生随机轴的旋转和附加的相位差。如果设轴的旋转角

度为 θ , 相位差为 ϕ , 则 θ 和 ϕ 均匀地分布在 $[0, 2\pi]$ 之间。从两段光纤结合处的一侧传到另一侧的两个偏振分量满足下式^[7,8]

$$\begin{bmatrix} u_j' \\ v_j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{i\phi} \\ -\sin\theta e^{-i\phi} & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2) \quad (20)$$

其中 u 和 v 为入射一侧的两个正交的偏振主态分量, u' 和 v' 为出射一侧的两个正交的偏振状态分量。在每一小段的双折射光纤里脉冲由上面的方程(16)~(19)决定。下面我们对考虑和不考虑偏振模色散这两种情况,两个信道的脉冲和频谱的变化。

利用上面的模型,数值模拟了 40×2 Gbit/s 的 WDM 系统。所用参数如下:入射脉冲都沿 x 轴方向,即 $u_x = \text{sech}(\tau)$,初始脉冲宽度 $T_0 = 3$ ps, $\lambda_1 = 1.558 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 1.559 \mu\text{m}$, $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = 1$ 。光纤参数为 $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$, $n_2 = 3.2 \times 10^{-16} \text{cm}^2/\text{W}$, $D = 0.6 \text{ps}/\text{nm}/\text{km}$ 。为观察偏振模色散的独立影响,认为损耗为零。通常 z_h 长度为 $0.1 \sim 1$ km。在本文中设为 $z_h = 0.25$ km。

根据上面的模型可以知道,偏振模色散与我们

过去所研究的波长色散不同,由于正交偏振态的随机耦合而使偏振模色散呈现出随机性,在这种情况下,偶然的一次计算结果将带有很大的误差,并且很难有说服力。为此,对脉冲和频谱进行了多次平均。基于这样的思想,对比了考虑和不考虑偏振模色散两种情形下,两个信道的频谱和脉冲的变化。图 1 是两信道的初始频谱图。图 2 是传输 125 km 后两信道的频谱。(a) 是考虑了 PMD 的情况,(b) 是不考虑 PMD 的情况,从图中可见,虽然 4 个图的频谱与初始频谱有了变化,都产生了一些新的频谱分量,

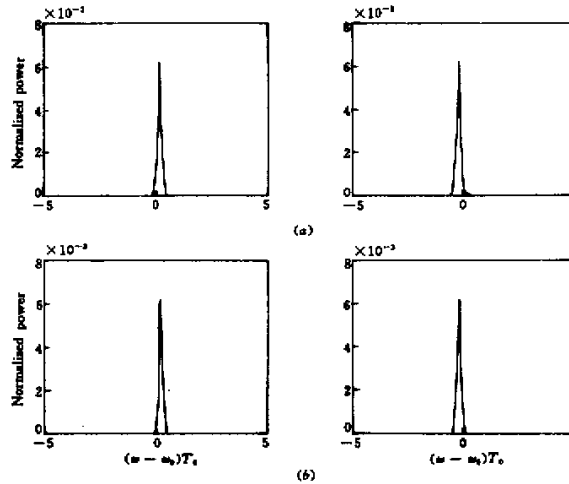


图 1 两信道入射脉冲的频谱图
Fig. 1 Spectrum shapes at the input of the fiber

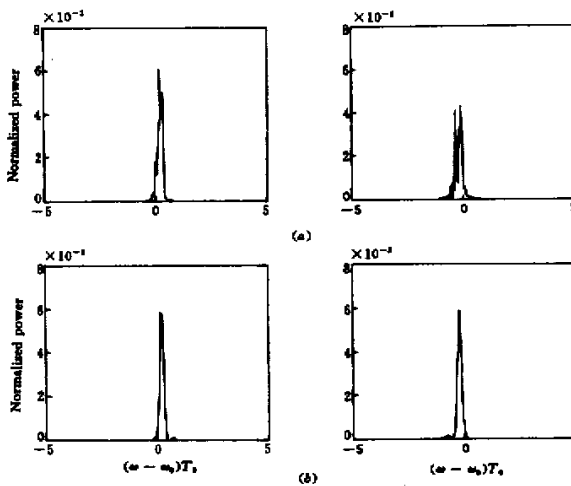


图 2 脉冲传输 125 km 后两信道的频谱图
(a) 考虑 PMD ; (b) 不考虑 PMD

Fig. 2 Spectrum shapes after 125 km transmission with (a) PMD, and (b) without PMD

但当考虑 PMD 时,产生的频谱分量更多,并且频谱发生了分裂,即每个频率的能量分配不再如初始频谱均匀变化,这主要是由于两个正交偏振分量之间能量及相位随距离产生随机变化,并且相邻波长的两个偏振分量的影响造成的。不考虑 PMD 时,两信道之间主要为交叉相位调制,使得两信道的频谱稍微有些改变。PMD 与波长有关,并且产生一些新的频率。

图 3 是两个信道初始脉冲和脉冲传输了 125 km 后的波形,(a)表示考虑 PMD 时信道 1 和信道 2 的脉冲形状。(b)为不考虑 PMD 时信道 1 和信道

2 的脉冲形状。从图中可知脉冲都发生了展宽,在不考虑 PMD 的情况下,是由于波分复用系统中,交叉相位调制作用产生新的频谱分量,这些新的频率有不同的传输群速度,加快了脉冲的展宽。通过图 2 中(a)与(b)对比,可以发现,由于考虑偏振模色散时不但导致产生更多的频率分量,而且两个偏振方向具有不同的群速度。并且频谱发生了分裂,这不但在时域上造成脉冲展宽得更快,脉冲形状变得不对称,并且在脉冲两侧产生大量的小脉冲(也就是色散波),这样的结果是损失了能量,并且增加相邻脉冲间的相互作用。

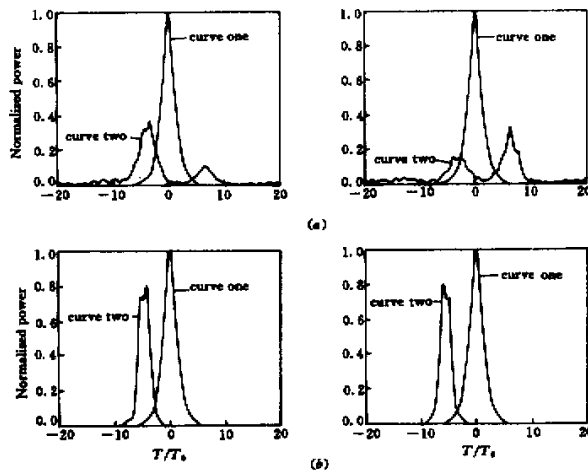


图 3 入射脉冲和传输 125 km 后的脉冲波形

曲线 1 代表入射脉冲,曲线 2 代表传输 125 km 后的波形。(a)考虑 PMD;(b)不考虑 PMD

Fig. 3 Pulse shapes at the input and the output end of the fiber

Curve one represents the initial pulse, curve two represents the pulse waveform after propagating 150 km

4 结 论

由上面的对比可以得出如下结论:在波分复用系统中,由于偏振模色散的作用,在频谱上会产生更多新的频率。脉冲的波形产生更大的劣化,波形变得不对称,并且在主峰附近产生大量的色散波,消耗了脉冲的能量。结果对系统的传输距离、传输容量都会产生不利影响。

参 考 文 献

- 1 C. D. Poole, J. Nagel. Polarization effects in lightwave systems. *Optical Fiber Telecommunications*, 1997, III A: 114~161
- 2 W. Shieh. Principal states of polarization for an optical pulse. *IEEE Photo. Technol. Lett.*, 1999, 11(6): 677~679
- 3 A. Galtarossa, G. Gianello, C. G. Someda *et al.*. In field

comparison among polarization-mode-dispersion measurement techniques. *J. Lightwave Technol.*, 1996, 14(1): 42~49

- 4 D. Wang, C. R. Menyuk. Polarization evolution due to the Kerr nonlinearity and chromatic dispersion. *J. Lightwave Technol.*, 1999, 17(12): 2520~2529
- 5 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. New York: Academic Press, 1989
- 6 Y. R. Shen. *The Principle of Nonlinear Optics*. New York: Wiley, 1984. Chap. 16
- 7 C. A. Eleftherianos, D. Syvridis, T. Sphicopoulos *et al.*. Influence of polarisation mode dispersion on the transmission of parallel and orthogonally polarised solitons at 40 Gb/s. *Opt. Comm.*, 1998, 154: 14~18
- 8 M. Matsumoto, M. Y. Akagi, A. Hasegawa. Propagation of soliton in fibers with randomly varying birefringence effects of soliton transmission control. *J. Lightwave Technol.*, 1997, 15(4): 584~589