

文章编号: 0258-7025(2001)12-1093-03

# 基于图像处理方法的导数场测量技术

刘 诚 李银柱 戴亚平 李良钰 程笑天 朱健强

(中国科学院上海光机所高功率激光物理国家实验室 上海 201800)

**提要** 提出用图像处理的方法,从测量条纹场直接构建关于被测量量的导数场,解决了一般导数场必须单独测量及传统导数场测量中的定精度定方向问题。

**关键词** 图像处理 条纹场 导数运算 导数场

中图分类号 TN 247 文献标识码 A

## Studies about the Derivative Field Measurement by Image Processing

LIU Cheng LI Yin-zhu DAI Ya-ping

LI Liang-yu CHENG Xiao-tian ZHU Jian-qiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract** This paper proposes a new method to measure the slope of a deformation, which is based on image processing and need no shear instrument. From a common fringe image, it can get the corresponding fringe image of a slope at any resolution in any direction.

**Key words** image processing, fringe image, laplacian transform, derivative measurement

## 1 引 言

在光测技术中导数场的测量一般通过剪切干涉来实现<sup>[1]</sup>,为此在剪切干涉技术上人们进行了大量的研究,发展了多种不同的剪切干涉术,极大地方便了导数场测量。但在许多测量领域,如全息干涉测量、云纹测量等,因剪切干涉技术难以运用,所以在这些领域导数场测量不容易解决;另一方面在利用剪切干涉进行导数场测量时,因为一个剪切镜只有一个剪切量,不能实现变精度测量,所以在测量变形过大或过小的物件时有困难;同时在需要测量不同性质的导数时,必须采用各种特殊剪切装置,测量变得非常麻烦<sup>[2,3]</sup>。如果能做到不用剪切镜,而用图像处理的手段从一般的测量条纹图直接提取导数场信息,那么所有的问题都将得到解决,这是本文的主要思路。虽然理论上利用云纹原理<sup>[4]</sup>,将一个测量条纹场错位后和原来条纹场叠加应该可以很简单地得到其导数场,但是由于光测量条纹场的条纹一般较稀疏,密度上远不能达到云纹测量的要求,所以实际不能实现。本文从理论上论述了如何用多次求

导数的方法,对光测条纹场进行处理,进而得到被测量量的任意方向任意精度的导数场技术,同时给出计算机模拟,对解决上述导数场测量问题有重要的实际意义。

## 2 测量原理

光测量条纹场一般表示式为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) [1 + \cos(\phi(x, y))] \quad (1)$$

式中  $I(x, y)$  代表点  $(x, y)$  处的光强,  $a(x, y)$  代表该点背景光强,  $b(x, y)$  代表该点对比度,  $\phi(x, y)$  代表被测量信息,  $\phi(x, y)$  一般包含相干噪声,所以条纹场是受噪声调制的余弦函数。

### 2.1 条纹场求导数运算

条纹场条纹亮度的导数运算如下

$$I^{(1)}(x, y) = \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \quad (2)$$

在数字化的图像处理中,用插分代替微分

$$I^{(1)}(i, j) = I(i+1, j) + I(i, j+1) - 2I(i, j)$$

为讨论方便以下仍用微分形式。

将(1)代入(2)得

$$I^1(x,y) = \frac{\partial I(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial I(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial a(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial a(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \{b(x,y)[1 + \cos(\phi(x,y))]\}}{\partial x} + \frac{\partial \{b(x,y)[1 + \cos(\phi(x,y))]\}}{\partial y} \quad (2')$$

为分析方便,现对(2')式作近似处理。根据条纹场的一般规律,  $a(x,y)$  在一般的情况下都是缓变函数,在求导数时可以作为常数看待,这在一般光测技术中都已得到验证,所以如此简化不会给测量带来影响;  $b(x,y)$  一般包含噪声作用,不可以直接作为缓变函数处理,但先对图像进行滤波,将噪声基本去除后,  $b(x,y)$  仍然可以看作是缓变函数<sup>[5]</sup>,  $\phi(x,y)$  一般也是一个缓变函数,其一阶导数变化范围很小,故二阶导数能够忽略(实际剪切测量所得到的条纹场并不是数学意义上的导数,而是剪切距离上的差分,将测量所得结果除以剪切量,才为真正导数), (2')式在上述的条件下可以化简为

$$I^1(x,y) = -b(x,y) \sin(\phi(x,y)) \times [\phi'_x(x,y) + \phi'_y(x,y)] \quad (3)$$

(3)式表示条纹场的导数运算结果仍然是同频率的条纹场,同时比较(1)和(3)式可以发现  $I(x,y)$  由于背景光的作用始终为正值,而其导数运算的结果使背景光被有效去掉。图1是计算机模拟的一周边固定的有机玻璃圆盘,在受到受均部载荷情况下其离面位移的条纹图,模拟圆盘的参数:直径为8 cm,厚度为2 mm,中心的最大离面变形为  $3.5\lambda$ 。图2中用 \* 号标记的曲线是图1中水平中心线上的亮度分布  $I(x,0)$ 。



图1 均布载荷圆盘的离面变形条纹  
Fig.1 Simulated fringe pattern

对(3)式再次求导数,并忽略  $\phi(x,y)$  的二次导数

$$I^2(x,y) = \frac{\partial I^1(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial I^1(x,y)}{\partial y} =$$

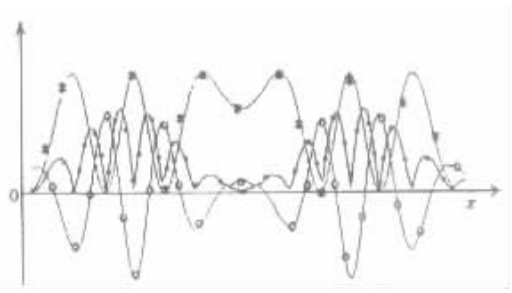


图2 水平中心线上的亮度分布及相应于(4)式和(6)式的运算结果

Fig.2 Intensity distribution of a cross section of the Fig.1 and the corresponding value of Eq.(4) and Eq.(6)

$$-b(x,y) \cos(\phi(x,y)) (\phi'_x + \phi'_y)^2 \quad (4)$$

对(4)式求导数得到

$$I^3(x,y) = \frac{\partial I^2(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial I^2(x,y)}{\partial y} = b(x,y) \sin(\phi(x,y)) (\phi'_x + \phi'_y)^3 \quad (5)$$

### 2.2 位相计算

若(3)式乘以负的(5)式后开平方得

$$t_1(x,y) = \sqrt{-I^1(x,y)I^3(x,y)} = b(x,y) |\sin(\phi(x,y))| (\phi'_x + \phi'_y)^2 \quad (6)$$

图2中用黑点标记的曲线是(6)式的计算结果,用空心圆点标记的是(4)式的结果。(6)式除以(4)式得

$$t_2(x,y) = \frac{\sqrt{-I^1(x,y)I^3(x,y)}}{I^2(x,y)} = -\frac{|\sin(\phi(x,y))|}{\cos(\phi(x,y))} \quad (7)$$

令  $\phi(x,y) = 2n\pi + \psi(x,y)$ , 其中  $-\pi \leq \psi(x,y) \leq \pi$ , 则(7)式化为

$$t_2(x,y) = -\tan |\psi(x,y)| \quad (8)$$

对(8)式乘-1后再求反正切得

$$|\psi(x,y)| = \tan^{-1}[-t_2(x,y)] \quad (9)$$

图3中的折线为(9)式计算所得结果,它是一条0到  $\pi$  范围内的折线,和一般光测量中去包裹之前的位相有较大差别<sup>[6]</sup>,图3中底部的两条曲线是图2中相应的曲线,此处给出仅仅是为了方便观察。

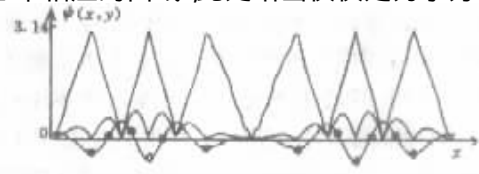


图3 水平中心线上的条纹位相的绝对值  
Fig.3 Wrapped phase  $|\psi(x,y)|$

由于  $\phi(x, y) = 2n\pi + \psi(x, y)$ , 所以位相的  $x$  方向的导数为

$$\begin{aligned} \phi_x(x, y) &= \phi(x + 1, y) - \phi(x, y) = \\ &2n_1\pi + \psi(x + 1, y) - 2n_0\pi - \psi(x, y) \end{aligned} \quad (10)$$

对 (10) 式两端同时乘以一整数因子  $k$ , 再取余弦函数得

$$\cos[k\phi_x(x, y)] = \cos\{k[\psi(x + 1, y) - \psi(x, y)]\} \quad (11)$$

可以看出 (11) 式得到的就是关于被测量信息  $\psi(x, y)$  的导数条纹场, 条纹密度可以用  $k$  来调节。由于  $\psi(x, y)$  和  $\psi(x + 1, y)$  代表相邻两点的位相且  $-\pi \leq \psi(x, y) \leq \pi$ , 所以除去  $\psi(x, y) \approx 0$  的点外, 其二者符号相同。所以

$$\begin{aligned} \cos[\psi(x + 1, y) - \psi(x, y)] &= \\ \cos[|\psi(x + 1, y) - \psi(x, y)|] &= \\ \cos[|\psi(x + 1, y)| - |\psi(x, y)|] \end{aligned}$$

故 (11) 式可以化为

$$\cos[k\phi_x(x, y)] = \cos\{k[|\psi(x + 1, y)| - |\psi(x, y)|]\} \quad (12)$$

总结以上结果, 可得到完整的求导数场的公式

$$\begin{aligned} \cos[k\phi_x(x, y)] &= \\ \cos\left\{k\left[\tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{-I^1(x + 1, y)I^3(x + 1, y)}}{I^2(x + 1, y)}\right) - \right. \right. \\ &\left. \left. \tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{-I^1(x, y)I^3(x, y)}}{I^2(x, y)}\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \cos[k\phi_y(x, y)] &= \\ \cos\left\{k\left[\tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{-I^1(x, y + 1)I^3(x, y + 1)}}{I^2(x, y + 1)}\right) - \right. \right. \\ &\left. \left. \tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{-I^1(x, y)I^3(x, y)}}{I^2(x, y)}\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

所以, 只要计算出  $I^1(x, y), I^2(x, y)$  和  $I^3(x, y)$  代入 (14) (13) 式即可得到关于被测量物理量导数的条纹场, 其他方向的导数只要对 (10) 式稍作相应修改即可。

### 3 计算机模拟

下面两组图是对图 1 中的条纹场利用上述算法所得到的导数条纹场, 第一组 (a1) 至 (a3) 为  $x$  方向导数, 参数  $k$  分别为 10, 15, 20; 第二组 (b1) 至 (b3) 为对角线方向的导数, 参数  $k$  分别为 10, 15, 20。和文献 [3] 相比可以看出其结果是正确的, 而且其精度可以调节。

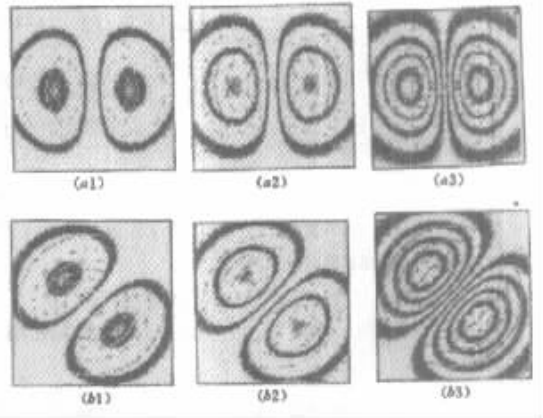


图 4 圆盘在两个方向上不同精度条件下的条纹场  
Fig. 4 Derivative fringe patterns of Fig. 1 in two directions with three resolution

### 4 结 论

理论分析和计算机模拟结果表明, 用图像处理方法从测量条纹直接提取被测量量导数的条纹场的技术是完全可行的, 该技术和一般剪切干涉方法相比, 其明显的优点是, 对光路和光学器件没有任何特殊要求, 同时可以实现变精度和变方向测量。

### 参 考 文 献

- 1 Cheng Chuanfu, Jiang jinhu, Shen Yongzhao. White-light speckle shearing interferometry with the source encoded. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1990, **10**(10): 938~943 (in Chinese)
- 2 Wang Kaifu, Shen Yongzhao. Rotating aperture cone glass shearing speckle photography. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1993, **13**(3): 287~288 (in Chinese)
- 3 Gu Jie. Polarized image-shearing camera for direct measurement of curvature and torsion. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1990, **17**(5): 296~300 (in Chinese)
- 4 G. Oster, M. Wasserman, C. Zwerling. Theoretical interpretation of moire patterns. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**(2): 169~175
- 5 Adaptive-neighborhood filtering of images corrupted by signal-dependent noise. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(20): 4477-4487
- 6 Karl A. Stetson, Jawed Wahid, Paul Gauthier. Noise-immune phase unwrapping by use of calculated wrap regions. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(20): 4830~4838