

# 双折射滤光片最佳厚度比的研究

梁志霞<sup>1</sup> 李国华<sup>2</sup> 邵卫东<sup>2</sup> 王 霞<sup>2</sup>

(曲阜师范大学<sup>1</sup> 物理系,<sup>2</sup> 激光所 山东 273165)

**提要** 根据单轴晶体的双折射效应及偏光干涉原理,利用 Muller 矩阵,对 Lyot 滤光片的设计原理进行了分析,指出该滤光片中各晶片对最小厚度晶片的厚度比可以有非整数比存在,给出了厚度为整数比和非整数比两个设计实例,并对其透射光谱进行了比较和讨论。

**关键词** 滤光片,双折射,偏光干涉,厚度比

## 1 引 言

双折射滤光片(以下简称 B. F.)除了最初在天文学中用来观测太阳光谱外,还有许多重要的应用,例如在激光谐振腔中用来对腔内激光波长进行调谐。随着激光技术的发展,以这种滤光片为基础的电光调谐滤光片也发展起来,它们已被用在波长信号分离<sup>[1]</sup>、传感器防护装置<sup>[2,3]</sup>、机载水文探测<sup>[4,5]</sup>中,并在遥感<sup>[6~8]</sup>、光通讯等领域中也有很大的应用潜能。根据用途的不同,B. F. 的设计方法也不同,但大多数 B. F. 都是以 Lyot 滤光片<sup>[9]</sup>为基础进行设计的。在 Lyot 滤光片的设计中,各个双折射片的厚度比是一个非常重要的参数,它对透射光谱边峰的高低、主透射带的透射比和带宽等有着决定性的影响。自 1933 年以来,在 Lyot 型滤光片的设计中,各晶片厚度之比一直都是采用严格的整数比,没有非整数比的设计。本文通过对 Lyot 滤光片原理的分析讨论,首次指出了非整数比存在的可能性,给出了设计实例,并分别对厚度为整数比和非整数比两个设计实例的透射光谱曲线进行了比较和讨论。

## 2 数学描述

Lyot 滤光片的结构如图 1 所示。 $P_1, P_2$  为偏光镜, $e_1$  为由光轴平行于表面的单轴晶体加工而成的平行平板。两偏振片  $P_1, P_2$  均平行放置(通光面的夹角为零),偏光镜的通光面与光轴的夹角为  $45^\circ$ ,由于石英的  $n_e > n_o$ ,则快轴方向和光轴方向垂直。

设石英片的相位延迟量为  $\delta$ ,则偏光镜的 Mueller 矩阵为

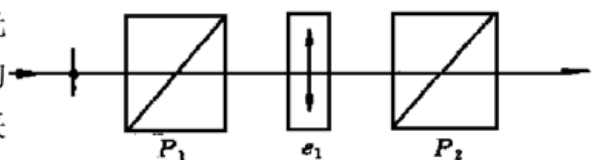


图 1 Lyot 滤光片原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the Lyot filter

$$M_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

单轴晶片的 Mueller 矩阵为

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \quad (3)$$

(3) 式中  $n_o$  和  $n_e$  分别为寻常光和非寻常光的主折射率,  $d$  为晶片的厚度。若入射光为自然光, 其 Stokes 矢量为

$$S_0 = \begin{bmatrix} I_0' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

那么从第一级 Lyot 系统(从  $P_2$  后)出射光的 Stokes 矢量为

$$S_1 = M_1 M_2 M_1 S_0 = \frac{1 + \cos \delta}{2} \cdot \frac{I_0'}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

若令从  $P_1$  出射的光强为  $I_0$  ( $I_0 = I_0'/2$ ), 则(4) 式变为

$$S_1 = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

因此, 单级 Lyot 滤光片的透射光强为

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (6)$$

透射比

$$T = \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (7)$$

同理, 可算出由  $N$  块石英片(其厚度分别为  $d_1, d_2, \dots, d_n$ , 其相位延迟量分别为  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N$ ) 和  $N + 1$  块偏光镜(其通光面相互平行, 所以有相同的 Mueller 矩阵) 所组成系统的 Stokes 矢量为

$$S_n = I_0 \cos^2 \frac{\delta_1}{2} \cos^2 \frac{\delta_2}{2} \dots \cos^2 \frac{\delta_N}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

所以, 由  $N$  块双折射晶体组成的 Lyot 滤光片的透射光强为

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\delta_1}{2} \cos^2 \frac{\delta_2}{2} \dots \cos^2 \frac{\delta_N}{2} \quad (9)$$

该系统的透射比为

$$T = T_1 \cdot T_2 \dots T_n = \cos^2 \frac{\delta_1}{2} \cos^2 \frac{\delta_2}{2} \dots \cos^2 \frac{\delta_N}{2} \quad (10)$$

由(10)式可见, 多级双折射滤光片的透射比为各单级双折射滤光片的透射比之积。

### 3 讨 论

从上面的讨论可见, 组合式 B. F. 的透过比是由各个晶片的延迟量共同决定的。如果设最薄晶片的厚度为  $d_1$ , 那么其他各晶片的厚度  $d_n$  与  $d_1$  之比就决定了各级晶片的延迟量之比, 也决定着由多个晶片组合而成的 B. F. 的透射光谱强度。所以, 厚度比是 B. F. 设计中最重要参量。在保证透射主峰的半宽度满足设计要求的前提下, 各晶片的最佳厚度比应使滤光片透射光谱满足以下要求: (1) 滤光片中的每一级在中心波长  $\lambda_0$  处的透射比都应是极大值, 这样才能保证滤光片透射主峰的峰值在中心波长  $\lambda_0$  处; (2) 透射主峰的半宽度越窄越好, 一般应略小于设计要求值; (3) 透射边峰越低越好, 一般应小于最大透射比的 10%。由(7)式可见, 对单块晶片构成的双折射滤光片而言, 当晶片的延迟量  $\delta = 2k\pi$ , 或者  $(n_o - n_e)d = k\lambda$  (其中  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 时, 滤光片的透射光强取极大值; 当  $\delta = (2k + 1)\pi$ , 或者  $(n_o - n_e)d = (2k + 1)\lambda/2$  (其中  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 时, 滤光片的透射光强取极小值。

对由两个以上晶片组成的滤光片来说, 为了满足条件(1), 滤光片中的各级晶片必须满足下式

$$\begin{cases} (n_e - n_o)d_1 = k_1\lambda_0 \\ (n_e - n_o)d_2 = k_2\lambda_0 \\ \dots \\ (n_e - n_o)d_N = k_N\lambda_0 \end{cases} \quad (11a)$$

其中,  $k_1, k_2, \dots, k_N$  为整数, 且  $d_1 < d_2 < \dots < d_N$ 。由(11a)式可得

$$\frac{d_1}{k_1} = \frac{d_2}{k_2} = \dots = \frac{d_N}{k_N} \quad (11b)$$

于是可得任意一级晶片的厚度为

$$d_n = M_n d_1 \quad (n = 2, 3, \dots, N) \quad (12)$$

其中

$$M_n = k_n/k_1 \quad (n = 2, 3, \dots, N) \quad (13)$$

由(13)式可知, 只要  $k_1, k_2, \dots, k_N$  为整数, 无论厚度比  $M_n$  是否为整数 ( $M_n$  应是有理数), 滤光片的透射光谱就能满足条件(1)的要求。利用(13)式求出的  $M_n$  作为参数而设计的滤光片, 其透射光谱虽能满足条件(1), 但却不一定能满足条件(2)和(3), 为使滤光片的透射光谱能同时满足条件(1), (2), (3), 还必须对  $M_n$  所有可能的取值进行计算和分析, 找到最佳厚度比, 从而获得理想的透射曲线。

### 4 设计实例

由(10)式可见, Lyot 滤光片的自由光谱范围是由具有最小延迟量  $\delta_1$  的晶片 (即厚度为  $d_1$  的最薄晶片) 所决定的。并且有

$$\Delta \lambda_{\text{FSR}} = 2(\lambda_0 - \lambda_{\text{min1}}) \quad (14)$$

式中  $\lambda_0$  为中心波长,  $\lambda_{\text{min1}}$  为与  $\lambda_0$  相邻的第一个透射极小值所对应的波长。它们满足下式

$$(n_e - n_o)d_1 = k_1 \lambda_0 \quad (15)$$

$$(n_e - n_o)d_1 = \frac{2k_1 + 1}{2} \lambda_{\text{min1}} \quad (16)$$

由(14)~(16)式可得

$$k_1 = \frac{\lambda_0 - \Delta \lambda_{\text{FSR}}/2}{\Delta \lambda_{\text{FSR}}} \quad (17)$$

于是由(15)式可得

$$d_1 = \frac{k_1 \lambda_0}{n_e - n_o} \quad (18)$$

我们设计了一个透射中心波长( $\lambda_0$ )为 632.8 nm, 自由光谱范围(FSR)为 12 nm, 透射峰半高宽(HW)约为 0.095 ( $\Delta \lambda_{0.5} = 0.6$  nm)的四片组合 B. F., 若双折射晶片选用石英晶体, 那么  $n_e - n_o = 0.0091$ , 由(17)式可得  $k_1 = 52$ , 由(18)式可得  $d_1 = 3.636$  mm, 有了  $k_1, d_1$ , 利用计算机便可对四片组合 B. F. 的所有可能的组合方式进行分析。结果发现若要求边峰低于 7%, 只有三种组合方式满足设计要求。这三种厚度比的组合方式分别为 1: 2: 5: 9.5; 1: 2.5: 5: 9.5; 1: 2: 5: 9。若不计入晶体的吸收和表面反射损耗, 这三种组合方式的透射曲线如图 2 中 (a), (b), (c) 所示。

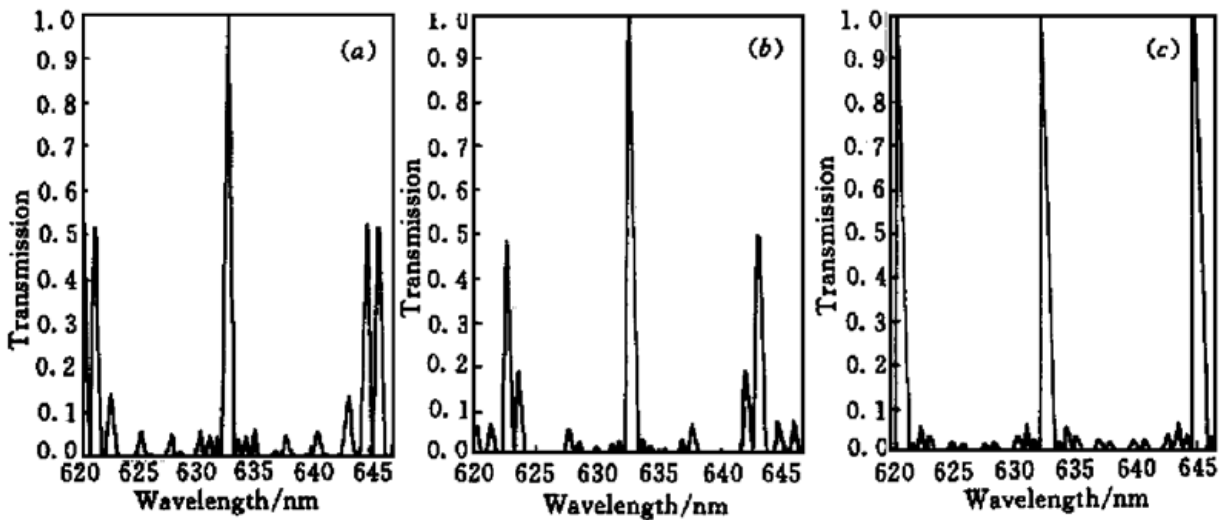


图 2 四片组合 Lyot 滤光片的透射曲线

厚度比为: (a) 1: 2: 5: 9.5; (b) 1: 2.5: 5: 9.5; (c) 1: 2: 5: 9

Fig. 2 Transmission curves of four-stage Lyot filter

thickness ratio: (a) 1: 2: 5: 9.5; (b) 1: 2.5: 5: 9.5; (c) 1: 2: 5: 9

根据透射曲线, (a), (b), (c) 的自由光谱范围 FSR 分别为 20 nm, 17.8 nm 和 23 nm。半高宽 HW 分别为 0.090, 0.089, 0.094 (半高宽的计算公式为:  $\text{HW} = \frac{\Delta \lambda_{0.5}}{\lambda_0} \cdot 100$ )。而且三种不同组合的中心波长都是 632.8 nm。由此可见, 滤光片的厚度比无论是整数比还是非整数比, 都能满足  $\text{HW} = 0.095$  和  $\text{FSR} = 12$  nm 的设计要求, 但其厚度比不同时, 透射峰的半高宽(HW)和自由光谱范围(FSR)也不同。这种差别为设计滤光片提供了更多的选择余地。

## 参 考 文 献

- 1 J. S. Patel, M. W. Maeda. Tunable polarization diversity liquid crystal wavelength filter. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1991, **3**: 739~ 740
- 2 S. Rees, J. Staromlynska. Automatic laser light detection and filtering using a liquid crystal Lyot filter. *Int. J. Nonlinear Opt. Phys.*, 1993, **2**: 661~ 676
- 3 Chiungsheng Wu, Shintson Wu. Liquid crystal based switchable polarizers for sensor protection. *Appl. Opt.*, 1995, **34** (31): 7221~ 7227
- 4 Gary C. Guenther, Lowell R. Goodman. Laser applications for near shore nautical charting. *SPIE, Ocean Optics V*, 1978, **160**: 174~ 183
- 5 M. F. Penny, R. H. Abbot, D. M. Phillips *et al.*. Airborne laser hydrography in Australia. *Appl. Opt.*, 1986, **25** (13): 2046~ 2058
- 6 C. H. Burton, A. J. Leistner, D. M. Rust. Electro optic Fabry-Perot filter: development for the study of solar oscillations. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(13): 2637~ 2642
- 7 R. S. Seymour, S. M. Rees, J. Staromlynska *et al.*. Design considerations for a liquid crystal tuned Lyot filter for laser bathymetry. *Opt. Eng.*, 1994, **33**(3): 915~ 923
- 8 S. M. Rees, J. Staromlynska, M. P. Gillyon *et al.*. Final design and testing of the laser airborne depth sounder filter. *Opt. Eng.*, 1997, **36**(4): 1204~ 1213
- 9 B. Lyot. Un monochromateur a grand champ utilisant les interference en lumiere polarisee. *Compt. Rend. Acad. Sci.*, 1933, **197**: 1593~ 1595

## Study of the Optimal Thickness Ratio of the Birefringent Filter

Liang Zhixia<sup>1</sup> Li Guohua<sup>2</sup> Shao Weidong<sup>2</sup> Wang Xia<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Physics Department, <sup>2</sup>Laser Institute, Qufu Normal University, Shandong 273165)

**Abstract** According to birefringent effect of uniaxial crystal and principle of polarization interference, the design principle of Lyot filter is analyzed by using Muller matrix. The theoretical analysis shows that the rational values of the thicknesses to the minimum thickness among the plates in the filter are possible to be non-integer. Several design examples of four-stage Lyot filter which have thickness in a non-integer and integer ratio are given, together with a brief discussion and comparison about their transmission curve.

**Key words** filter, birefringent effect, polarization interference, thickness ratio