

存储于同一空间点的两幅光折变相位栅 交扰问题的研究*

袁保红 周忠祥 李 焱 侯春风

(哈尔滨工业大学应用物理系 哈尔滨 150001)

提要 给出了利用角度复用技术同时存储两幅光栅于光折变记录介质同一空间点上的稳态空间电荷场解析表达式。发现第一幅光栅的基频分量中含有第二幅光栅的二阶分量的交扰, 而其二阶分量中却含有第二幅光栅的基频分量的交扰。发现空间电荷场基频分量、二阶分量随归一化的光栅波矢 (k/k_0) 变化的最大值偏离了单幅存储时的最大值, 以及第二幅光栅的自身变化对第一幅光栅的二阶分量的交扰影响远大于其对第一幅光栅的基频分量的交扰影响。同时还发现了调制度 m 只影响空间电荷场的振幅, 并不影响空间电荷场随 k/k_0 变化的极值点位置。

关键词 光折变, 跳跃模型, 多重存储, 空间电荷场, 交扰

1 引言

多重全息存储是一种容量高、读取速度快的数据存储方法。人们利用角度复用、波长复用、相位编码、空间复用等技术以及它们彼此间的各种组合复用技术(如波长-空间复用技术)在一块存储介质中存储大量的数据^[1~3]。但是不同幅图像之间的交扰一直是影响存储密度和存储质量的首要问题。自从多重全息的概念提出以来, 人们对交扰问题的研究就从来没有中断过^[4~6]。但是基于 Bragg 衍射理论的研究都假设不同栅之间相互独立, 相互间没有任何影响, 交扰噪音只是所有的 Bragg 失配的栅对入射光的衍射强度和。而且他们只研究了噪声与哪些实验外在的参数有关以及在各种特定环境下如何通过改变这些外在参数来减小交扰噪音。事实上对于光折变多重全息存储, 由于光折变的非线性响应, 同一空间点所存储的多幅图像的相位栅之间必然存在相互影响。这种影响所造成的交扰从本质上说是不同于基于 Bragg 衍射理论所讨论的交扰。

当用角度复用技术在晶体中的同一点记录多幅相位栅时, 对应不同相位栅的空间电荷场的各阶分量相互间会发生影响。本文将利用 J. Feinberg 等^[7]提出的“跳跃模型”, 在 Z. Zhou 等^[8,9]对光折变材料的高阶响应动力学研究基础上, 讨论利用角度复用技术记录在光折变材料内空间同一点上的两幅光栅间的相互交扰问题。

* 国家自然科学基金和哈尔滨工业大学校基金资助项目。

收稿日期: 1999-01-08; 收到修改稿日期: 1999-03-23

2 理 论

J. Feinberg^[7]首先给出了电荷的跳跃方程为

$$\frac{dW_n}{dt} = - \sum_m D_{mn} [W_n I_n \exp(\beta \Phi_{n,m}) - W_m I_m \exp(\beta \Phi_{m,n})] \quad (1)$$

式中 D_{mn} 表示单位时间、单位光强下光激发电荷从 m 位跳至 n 位的跃迁几率, 通常认为在 m 位和 n 位之间的跃迁具有对称性, 即 $D_{mn} = D_{nm}$, I_n 表示该处的光强, W_n 表示迁移电荷占据 z 处第 n 位的几率。 $\beta = q/2k_B T$, q 为电荷电量, k_B 为玻尔兹曼常数, $\Phi_{nm} = \Phi_n - \Phi_m$, Φ_n 为准静电势包括晶体内迁移电荷产生的势、外场势和化学势。根据 J. Feinberg 给出的进一步假设, 即(1)任一空间电荷场和光栅波矢的取向与晶体的光轴平行或反平行; (2) 取 $kl \ll 1$, 其中 l 为陷阱位之间的间距, k 为光栅波矢, 这相当于干涉条纹间隔远远大于陷阱之间的间距, 即陷阱位密度较大, 可以认为光激发电荷一旦被激发出来, 就被邻近陷阱位俘获, 在这种情况下, 可以认为跳跃只发生在最近邻位, $D_{n,n\pm1} = D$ 而其他 $D_{mn} = 0$ 。所以跳跃方程中只有四项

$$\begin{aligned} \frac{dW_n}{dt} = & -DW_n I_n \exp(\beta \Phi_{n,n-1}) - DW_n I_n \exp(\beta \Phi_{n,n+1}) + \\ & DW_{n-1} I_{n-1} \exp(\beta \Phi_{n-1,n}) + DW_{n+1} I_{n+1} \exp(\beta \Phi_{n+1,n}) \end{aligned} \quad (2)$$

考虑两幅正弦调制光 $I_n(z_n)$, $I'_n(z_n)$ 同时记录在光折变晶体的同一空间点。为了讨论方便, 光强分布取如下形式

$$I_n^0(z_n) = I_n(z_n) + I'_n(z_n) \quad (3a)$$

$$I_n(z_n) = I_0 \left[1 + \frac{m}{2} \exp(ikz_n) + \frac{m}{2} \exp(-ikz_n) \right] \quad (3b)$$

$$I'_n(z_n) = I'_0 \left[1 + \frac{m'}{2} \exp(ik'z_n) + \frac{m'}{2} \exp(-ik'z_n) \right] \quad (3c)$$

其中 $I_n^0(z_n)$ 为总光强, $I_n(z_n)$, $I'_n(z_n)$ 分别为第一幅调制光和第二幅调制光的光强分布函数。 $I_0 = I_p + I_s$, $I'_0 = I'_p + I'_s$, I_p , I'_p 为入射抽运光强, I_s , I'_s 为入射信号光强。两光栅各自的调制度分别为 $m = 2\sqrt{I_p I_s}/I_0$, $m' = 2\sqrt{I'_p I'_s}/I'_0$, k , k' 为各自光栅波矢。

为了不过于复杂, 对于调制度 m 较大甚至接近于 1 时, 只讨论空间电荷场的前两阶分量。取第一、第二幅光栅的跳跃几率函数 $W_n(z_n)$, $W'_n(z_n)$ 分别为

$$W_n(z_n) = W_0 + \operatorname{Re}[W_1 \exp(ikz_n)] + \operatorname{Re}[W_2 \exp(i2kz_n)] \quad (4a)$$

$$W'_n(z_n) = W'_0 + \operatorname{Re}[W'_1 \exp(ik'z_n)] + \operatorname{Re}[W'_2 \exp(i2k'z_n)] \quad (4b)$$

总的跳跃几率函数为

$$W_n^0(z_n) = W_n(z_n) + W'_n(z_n) \quad (4c)$$

同理将准静电势设为

$$\Phi_n(z_n) = \Phi_{n0} + \operatorname{Re}[\Phi_1 \exp(ikz_n)] + \operatorname{Re}[\Phi_2 \exp(i2kz_n)] \quad (5a)$$

$$\Phi'_n(z_n) = \Phi'_{n0} + \operatorname{Re}[\Phi'_1 \exp(ik'z_n)] + \operatorname{Re}[\Phi'_2 \exp(i2k'z_n)] \quad (5b)$$

总的准静电势为

$$\Phi_n^0(z_n) = \Phi_n(z_n) + \Phi'_n(z_n) \quad (5c)$$

将 $I_n^0(z_n)$, $W_n^0(z_n)$, $\Phi_n^0(z_n)$ 的具体表达式代入(2)式, 忽略平方项, 并且为了讨论方便, 考虑 $I_0 = I'_0$, $m = m'$, $W_0 = W'_0$, $\Phi_{n0} - \Phi_{(n\pm1)0} = \Phi'_{n0} - \Phi'_{(n\pm1)0}$, $\frac{k' - k}{k} = \frac{\Delta k}{k} \approx 0$ 的这样两幅光栅。通过比较 $\exp(irkz_n)$ 的系数, $r = 1, 2$, 得

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\Gamma[(\omega_1 + m + (3/8)m\omega_2 + (1/8)m\omega'_2)(a^2 + i2af) + 2\omega_1 + (3/8)m\omega_2 + (1/8)m\omega'_2] \quad (6a)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = -\Gamma[((3/4)m\omega_1 + 2\omega_2 + (1/4)m\omega'_1)(2a^2 + i2af) + (3/2)m\omega_1 + 2\omega_2 + (1/2)m\omega'_1] \quad (6b)$$

$$\frac{d\omega'_1}{dt} = -\Gamma[(\omega'_1 + m + (3/8)m\omega'_2 + (1/8)m\omega_2)(a'^2 + i2a'f) + 2\omega'_1 + (3/8)m\omega'_2 + (1/8)m\omega_2] \quad (6c)$$

$$\frac{d\omega'_2}{dt} = -\Gamma[((3/4)m\omega'_1 + 2\omega'_2 + (1/4)m\omega_1)(2a'^2 + i2a'f) + (3/2)m\omega'_1 + 2\omega'_2 + (1/2)m\omega_1] \quad (6d)$$

式中 $\omega_r = \frac{W_r}{2W_0}$, $\omega'_r = \frac{W'_r}{2W_0}$ ($r = 1, 2$) 为归一化的电荷波振幅。 $a = k/k_0$, $a' = k'/k_0$ 为用特征波矢 $k_0 = \sqrt{2NW_0q^2/\epsilon k_B T}$ 归一化的光栅波矢。 $\Gamma = DI_0k_0^2l^2$ 为特征激发速率。 $f_0 = k_0k_B T/q$ 为特征场。 $f = -\frac{\Phi_{n0} - \Phi_{(n-1)0}}{f_0} = -\frac{\Phi_{(n+1)0} - \Phi_{n0}}{f_0}$ 为用 f_0 归一化的均匀电场。上式在化简的过程中利用了调制的各阶电势 Φ_r 和 W_r 之间满足如下关系^[7]: $\Phi_r = W_r N q / r^2 \epsilon k^2$ ($r = 1, 2$)。

(6) 式就是两幅光折变相位栅相互作用的电荷密度波前两阶分量振幅的微分方程。通过求解此方程组就可以得到两幅光折变相位栅相互间影响的规律。我们认为两幅光栅相互间的影响是对称的, 所以在以下的讨论中将重点放在讨论第二幅光栅对第一幅光栅的影响上。

为了简化问题, 只讨论稳态解和无外加电场的情况。即 $\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d\omega'_r}{dt} = 0$ ($r = 1, 2$), $f = 0$ 。这样求得(6)式解如下

$$\omega_1 = -\frac{U_1m - V_1m^3}{U_0 - V_0m^2 + Z_0m^4} \quad (7a)$$

$$\omega_2 = \frac{U_2m^2 - V_2m^4}{U_0 - V_0m^2 + Z_0m^4} \quad (7b)$$

其中

$$U_0 = 4(a^2 + 2)(2a^2 + 1)(a'^2 + 2)(2a'^2 + 1)$$

$$V_0 = \frac{1}{8}(a^2 + 2)(a'^2 + 1)[9(2a^2 + 1)(a'^2 + 1) + (a^2 + 1)(2a'^2 + 1)] +$$

$$\frac{1}{8}(a^2 + 1)(a'^2 + 2)[9(a^2 + 1)(2a'^2 + 1) + (a'^2 + 1)(2a^2 + 1)]$$

$$Z_0 = \frac{1}{4}(a^2 + 1)^2(a'^2 + 1)^2$$

$$U_1 = 4a^2(2a^2 + 1)(a'^2 + 2)(2a'^2 + 1)$$

$$V_1 = \frac{1}{8}a^2(a'^2 + 1)[9(2a^2 + 1)(a'^2 + 1) + (2a'^2 + 1)(a^2 + 1)] -$$

$$\frac{3}{8}a'^2(a^2 + 1)[(a^2 + 1)(2a'^2 + 1) + (a'^2 + 1)(2a^2 + 1)]$$

$$U_2 = (a^2 + 1)(2a'^2 + 1)[3a^2(a'^2 + 2) + a'^2(a^2 + 2)]$$

$$V_2 = \frac{1}{4}(a^2 + 1)(a'^2 + 1)[3a^2(a'^2 + 1) - a'^2(a^2 + 1)]$$

再根据泊松方程, 有空间电荷场高阶分量 E_r 与 W_r 之间满足关系

$$E_r = \frac{qN}{ir\epsilon k}W_r (r = 1, 2)$$

则可以得到双重栅稳态空间电荷场的前两阶分量表达式

$$e_1^{\text{sat}} = i \frac{\alpha_1 m - \beta_1 m^3}{\alpha_0 - \beta_0 m^2 + \gamma_0 m^4} \quad (8a)$$

$$e_2^{\text{sat}} = -i \frac{\alpha_2 m^2 - \beta_2 m^4}{\alpha_0 - \beta_0 m^2 + \gamma_0 m^4} \quad (8b)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 4(e_D + 2)(2e_D + 1)(e_D' + 2)(2e_D' + 1) \\ \beta_0 &= \frac{1}{8}(e_D + 2)(e_D' + 1)[9(2e_D + 1)(e_D' + 1) + (e_D + 1)(2e_D' + 1)] + \\ &\quad \frac{1}{8}(e_D + 1)(e_D' + 2)[9(e_D + 1)(2e_D' + 1) + (2e_D + 1)(e_D' + 1)] \\ \gamma_0 &= \frac{1}{4}(e_D + 1)^2(e_D' + 1)^2 \\ \alpha_1 &= 4e_D(2e_D + 1)(e_D' + 2)(2e_D' + 1) \\ \beta_1 &= \frac{1}{8}e_D(e_D' + 1)[9(2e_D + 1)(e_D' + 1) + (2e_D' + 1)(e_D + 1)] - \\ &\quad \frac{3}{8}e_D'(e_D + 1)[(e_D + 1)(2e_D' + 1) + (2e_D + 1)(e_D' + 1)] \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2}(e_D + 1)(2e_D' + 1)[3e_D(e_D' + 2) + e_D'(e_D + 2)] \\ \beta_2 &= \frac{1}{8}(e_D + 1)(e_D' + 1)[3e_D(e_D' + 1) - e_D'(e_D + 1)] \end{aligned}$$

其中 $e_r^{\text{sat}} = \frac{E_r}{E_q}$, $e_D = \frac{E_D}{E_q}$, 分别为用饱和电场 $E_q = \frac{2qNW_0}{\epsilon k}$ 归一化的空间电荷场和扩散场, 其中 $E_D = \frac{k_B T}{q}k \cdot e_1^{\text{sat}}$ 可通过将 e_1^{sat} 中的 e_D 换成 e_D' 而得到。同理可求得 e_2^{sat} 。其中 $e_D' = \frac{E_D'}{E_q'}$ 是用饱和电场 $E_q = \frac{2qNW_0}{\epsilon k}$ 归一化的扩散场。其中 $E_D' = \frac{k_B T}{q}k'$ 。

3 结果讨论

(6)式与Z. Zhou等^[8]所讨论的一幅光栅的电荷密度波的前两阶分量振幅的微分方程相比, 可以看出主要差异是: 在第一幅栅的一阶分量 ω_1 的微分方程中耦合有第二幅栅的二阶分量 ω_2' 以及第一幅光栅的二阶分量 ω_2 的微分方程中耦合有第二幅栅的一阶分量 ω_1' , 而第二幅栅的情况与此类同。这正是两幅栅交扰的关键所在。

1) 图1(a)给出了由特征场 $f_0 = k_0 k_B T / q$ 归一化的空间电荷场前两阶分量振幅 $|E_r|$ ($r = 1, 2$) 与归一化的空间波矢 k/k_0 之间的关系曲线, 即 $|\text{Im}(E_{sc}')/f_0|$ 与 k/k_0 之间的关系曲线。这里取 $m = 1$, $\Delta a = a' - a = 0$ 。从图中可以看到, 空间电荷场的基频分量振幅的极值点由单幅光栅的 $a = 1.0^{[8-11]}$ 移至大约 $a = 1.414$ 附近, 而二阶分量振幅的极值点由 $a = 1/\sqrt{2}^{[8]}$ (而文献[9, 10]给出的结果是 $a = 1/2$) 移至 $a = 1.01$ 处。由此可见在空间同一点存储两幅光栅与存储一幅光栅之间的差异。为了比较, 图1(b)给出了存储单幅光栅时的类似关系曲线(此曲线引自参考文献[8])。由于理论中的 a 对应实验上抽运光与信号光两光束的夹角, 空间电荷场振

幅平方对应实验上的衍射效率。由此得出如下结论：对于存储单幅光栅时，理论中 $a = 1$ （即 $k/k_0 = 1$ ）时对应空间电荷场振幅取最大值，这在实验上则对应抽运光与信号光两光束夹角取某一值 θ_0 时，衍射效率取最大值。如果以两光束夹角为 θ_0 时记录一幅光栅，并在此基础上利用角度复用技术再记录一幅光栅，由图 1(a) 可知，虽然此时两光束夹角是 θ_0 ，但在存储两幅光栅的情况下，此时每幅光栅的衍射效率并不是最大值。如果一开始就取两光束夹角为 θ_1 （对应 $a = 1.414$ ，此时虽然对于存储单幅光栅时衍射效率并不是最大值），在此基础上再利用角度复用技术记录第二幅光栅，这样记录的两幅光栅在多重存储情况下都会得到最大的衍射效率。

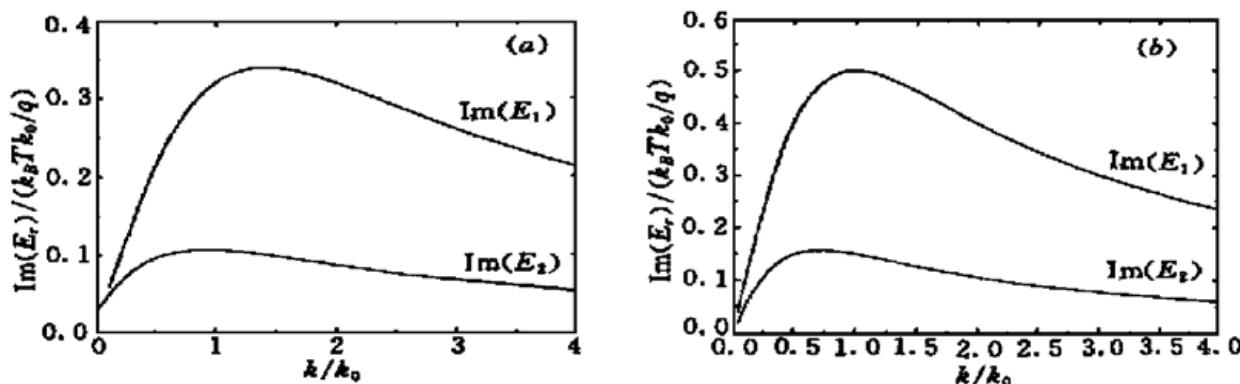


图 1 归一化的空间电荷场前两阶分量振幅 $|\text{Im}(E_r)/(k_B T k_0 / q)|$ 与归一化光栅波矢 k/k_0 的关系曲线
($m = 1, \Delta a = 0$) (a) 两幅光栅; (b) 单幅光栅

Fig. 1 Amplitudes of the first two higher-order spatial harmonics of space-charge field $|E_r|$ normalized by $(k_B T k_0) / q$ as a function of the normalized grating vector (k/k_0) for $m = 1, \Delta a = 0$
(a) double gratings; (b) single grating

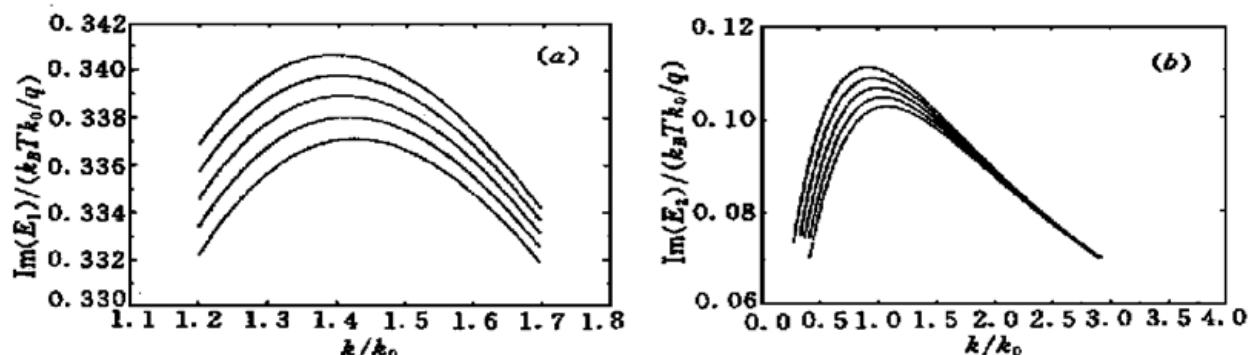


图 2 对应不同的 Δa 存储两幅光栅时归一化的空间电荷场振幅 $|\text{Im}(E_r)/(k_B T k_0 / q)|$ 与归一化光栅波矢 k/k_0 的关系曲线
($m = 1$, 曲线从上至下依次对应 $\Delta a = 0.1, 0.05, 0, -0.05, -0.1$)
(a) 基频分量; (b) 二阶分量

Fig. 2 Amplitudes of the spatial harmonics of double grating space-charge field $|E_r|$ normalized by $(k_B T k_0) / q$ as a function of the normalized grating vector k/k_0 with different Δa , for $m = 1$
(From top to bottom $\Delta a = 0.1, 0.05, 0, -0.05, -0.1$, respectively)
(a) the fundamental spatial harmonics; (b) the second spatial harmonics

2) 图 2 给出了对应不同的 Δa 值时的 $|\text{Im}(E_{sc}^r)/f_0|$ 与 k/k_0 之间的关系曲线(从前面的推导过程中知道 Δa 的值只能取很小的值, 在此取 $\Delta a = 0, \pm 0.05, \pm 0.1$)。对比图 2(a) 和(b) 可

以看出, 随着 Δa 从 0.1 减小至 -0.1, 基频分量的极值点位置从 1.39 增至 1.42, 二阶分量极值点位置从 0.93 增至 1.09 处。后者是前者的 5 倍左右。这种结果是可以理解的, 因为从(6)式可以看出, 基频分量受到第二幅栅的二阶分量的影响 ($\omega_1 \leftarrow \omega'_2$), 而二阶分量受到第二幅栅的基频分量的影响 ($\omega_2 \leftarrow \omega'_1$)。由于第二幅栅的二阶分量的幅值小于基频分量的幅值, 所以它对第一幅光栅的影响程度也小于基频分量对第一幅光栅的影响程度。

3) 从(8)式可以看到, 基频分量和二阶分量的空间电荷场的表达式都是由分式构成。二者的分母相一致, 只是基频分量的分子是调制度 m 的奇次幂函数, 而二阶分量的分子是调制度 m 的偶次幂函数。图 3 给出了对应不同调制度 m , $| \text{Im}(E_{sc}^r)/f_0 | (r = 1, 2)$ 与 k/k_0 之间的关系曲线。可以看出调制度 m 只影响 $| \text{Im}(E_{sc}^r)/f_0 |$ 的幅值大小, 并不改变极值点的位置。对比图 3(a), (b) 还可以看到二阶分量在 $m = 1$ 时的大小已经近似等于基频分量在 $m = 0.3$ 时的大小。这也说明当调制度很大时, 高价分量的贡献不可忽略。

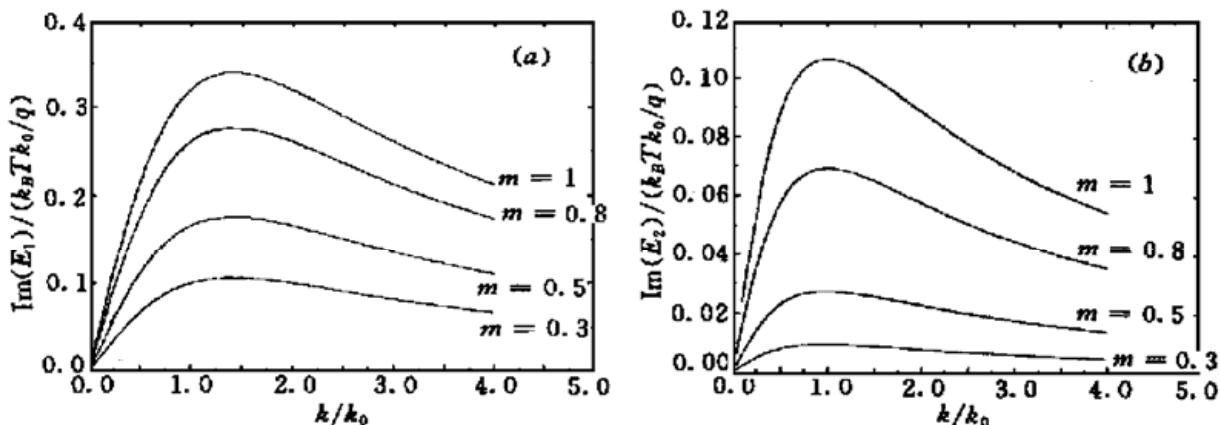


图 3 对应不同的调制度 m 存储两幅光栅时归一化的空间电荷场振幅 $| \text{Im}(E_r) / (k_B T k_0 / q) |$ 与归一化光栅波矢 k/k_0 的关系曲线 ($\Delta a = 0$)

(a) 基频分量; (b) 二阶分量

Fig. 3 Amplitudes of double gratings space charge field $| E_r |$ normalised by $(k_B T k_0) / q$ as a function of the normalized grating vector k/k_0 with different modulation depths ($\Delta a = 0$)

(a) the fundamental spatial harmonics; (b) the second spatial harmonics

参 考 文 献

- 1 F. H. Mok, M. C. Tackitt, H. M Stoll. Storage of 500 high resolution holograms in a LiNbO₃ crystal. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(8): 605~ 607
- 2 Fai. H. Mok. Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(11): 915~ 917
- 3 Geoffrey W. Burr, Fai H. Mok, Demetri Psaltis. Angle and space multiplexed holographic storage using the 90° geometry. *Opt. Commun.*, 1995, **117**(1, 2): 49~ 55
- 4 F. T. S. Yu, F. Zhao, H. Zhou *et al.*. Cross-talk noise in a wavelength-multiplexed reflection-type photorefractive fiber hologram. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(21): 1849~ 1851
- 5 W. J. Burke, Ping Sheng. Crosstalk noise from multiple thick-phase holograms. *J. Appl. Phys.*, 1977, **48**(2): 681~ 685
- 6 Claire Gu, John Hong, Ian McMichael *et al.*. Cross-talk-limited storage capacity of volume holographic memory. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(11): 1978~ 1983
- 7 J. Feinberg, D. Heiman, A. R. Tanguay *et al.*. Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate. *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**(3): 1297~ 1305
- 8 Z. Zhou, X. Sun, Y. Li *et al.*. Kinetics of the higher order response of photorefractive materials. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1996, **13**(11): 2580~ 2586

- 9 Z. X. Zhou, Y. Li, X. Sun *et al.*. Perturbative analytical solution of two-wave coupling in photorefractive materials at large modulation depth. *J. Appl. Phys.*, 1996, **80**(8): 4268~ 4273
- 10 E. Serrano, M. Carrascosa, F. Agullo-López. Nonperturbative analytical solution for steady-state photorefractive recording. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(18): 1910~ 1912
- 11 R. Saxena, T. Y. Chang. Perturbative analysis of higher-order photorefractive gratings. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1992, **8**: 1467~ 1472

Study of Cross Talk of Two Pieces of Photorefractive Phase Gratings Stored in One Point

Yuan Baohong Zhou Zhongxiang Li Yan Hou Chunfeng

(Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract With two pieces of phase gratings stored in one point of photorefractive materials, the analytic expressions for the first two higher-order harmonics of the stationary space-charge field are presented by using “the hopping model” of Feinberg. The results indicate that the fundamental and second harmonic of the space-charge field of one of grating are coupled with the second and fundamental harmonic of the other grating, respectively. The positions of the maximum values of the normalized fundamental and second harmonic of the space-charge field versus the normalized grating vector (k/k_0) in two pieces of grating are deviated from that in single piece of grating. At the same time, it is found that the degree of deviation of the spatial second harmonic of the space-charge field more strongly depends on the difference of normalized grating vector (k/k_0) of the two pieces of gratings than that of fundamental harmonic. Besides, the degrees of deviation for both harmonics do not depend on the modulation depths.

Key words photorefraction, hopping model, multiple storage, space-charge field, cross talk