

光纤光栅中反射带隙附近的强高斯光脉冲的类孤立波特特性

李建新 黄永清 任晓敏

(北京邮电大学光通信中心 66# 北京 1000876)

提要 利用变分原理,研究了在考虑非线性时,频率在反射带隙附近的强高斯光脉冲在光纤光栅中的传输特性。计算表明,在假设其高斯形状保持不变的一级近似下,光脉冲的脉宽和振幅都不发生变化(即类似于孤立波特特性),而同时在脉冲中会产生一个随传输距离而变的线性啁啾。

关键词 光纤光栅,反射带隙,非线性,变分原理

1 引言

光纤光栅作为光通信中的重要器件,已得到越来越广泛的应用。例如用作色散补偿器、滤波器、半导体激光器的外腔(用以压窄其线宽)、波分复用系统中的解复用器以及用于光纤激光器^[1~3]。这些器件从原理上都利用了光纤光栅的线性特性。近年来,国外已有一些文章研究了光纤光栅的非线性特性^[4~6];但在国内,这方面的研究还甚少^[7]。这些文献表明,当强光注入光纤光栅后,由于介质的有效折射率将与光强有关,因而它的特性不但不同于普通光纤,也与一般意义上的光纤光栅(指其线性特性)有着显著的差异。其反射特性与非线性共同作用,会导致光学双稳态^[6];其色散特性与非线性共同作用,会产生光纤光栅孤子^[5];如果一束强的抽运光脉冲与一束弱的探测脉冲同时注入光纤光栅,则会造成光学推扫现象(Optical pushbroom),导致脉冲压缩;在相位匹配的情况下,还会形成参量放大,产生二次谐波^[4,5]。这些都是光纤光栅的非线性特性。这些新特性有望应用于强超窄光脉冲产生和模式转换等诸多方面。然而在较短的光纤光栅中观察到明显的非线性现象需要极强的光功率密度(约 10^{10} W/cm^2)^[4],因而许多研究还只能局限于理论分析和数值模拟。本文利用变分原理,分析了频率在反射带隙附近的强高斯光脉冲注入光纤光栅后的传输特性。结果表明,在一级近似下,由于非线性、色散与反向耦合三者的相互作用,高斯光脉冲的脉宽和振幅都不会发生变化,即具有类孤立波特特性,而同时会在脉冲中产生一个随传输距离而变的线性啁啾。这对于研究光纤光栅的非线性现象具有一定的参考意义。

2 基本方程

在浅光纤光栅(Shallow gratings)中,对于接近 Bragg 共振频率的脉冲传输,可用耦合模理

论来分析。传输电场可写为

$$E(z, t) = [\epsilon_+(z, t)e^{+ik_B z} + \epsilon_-(z, t)e^{-ik_B z}]e^{-i\omega_B t} + c. c. \quad (1)$$

其中, ϵ_+ 和 ϵ_- 分别为正向和反向传输的电场包络, z 为光纤光栅轴向, t 为时间, k_B 和 ω_B 分别为介质中的 Bragg 波数和频率。在考虑非线性和反向耦合的情况下, ϵ_+ 和 ϵ_- 满足耦合模方程组^[4]

$$\begin{aligned} &+ i \frac{\partial \epsilon_+}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial \epsilon_+}{\partial t} + \kappa \epsilon_- + \Gamma |\epsilon_+|^2 \epsilon_+ + 2\Gamma |\epsilon_-|^2 \epsilon_+ = 0 \\ &- i \frac{\partial \epsilon_-}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial \epsilon_-}{\partial t} + \kappa \epsilon_+ + \Gamma |\epsilon_-|^2 \epsilon_- + 2\Gamma |\epsilon_+|^2 \epsilon_- = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中 \bar{n} 为平均折射率, κ 为线性耦合系数, Γ 为非线性耦合系数。

3 耦合模方程的变分近似计算

由变分原理知

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \epsilon_+} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial L}{\partial \epsilon_+} \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial L}{\partial \epsilon_+} \right] &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \epsilon_-} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial L}{\partial \epsilon_-} \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial L}{\partial \epsilon_-} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $L = L \left[\epsilon_+, \epsilon_+^*, \epsilon_-, \epsilon_-^*, \frac{\partial \epsilon_+}{\partial z}, \frac{\partial \epsilon_+^*}{\partial z}, \frac{\partial \epsilon_-}{\partial z}, \frac{\partial \epsilon_-^*}{\partial z}, \frac{\partial \epsilon_+}{\partial t}, \frac{\partial \epsilon_+^*}{\partial t}, \frac{\partial \epsilon_-}{\partial t}, \frac{\partial \epsilon_-^*}{\partial t} \right]$ 。由此可以导出方程 (2) 所描述系统的 Lagrange 密度函数为

$$\begin{aligned} L = & \frac{i}{2} \left[\left[\epsilon_+^* \frac{\partial \epsilon_+}{\partial z} - \epsilon_+ \frac{\partial \epsilon_+^*}{\partial z} \right] - \left[\epsilon_-^* \frac{\partial \epsilon_-}{\partial z} - \epsilon_- \frac{\partial \epsilon_-^*}{\partial z} \right] \right] + \\ & \frac{i}{2} \frac{\bar{n}}{c} \left[\left[\epsilon_+^* \frac{\partial \epsilon_+}{\partial t} - \epsilon_+ \frac{\partial \epsilon_+^*}{\partial t} \right] + \left[\epsilon_-^* \frac{\partial \epsilon_-}{\partial t} - \epsilon_- \frac{\partial \epsilon_-^*}{\partial t} \right] \right] + \\ & \kappa (\epsilon_-^* \epsilon_+ + \epsilon_- \epsilon_+^*) + \frac{1}{2} \Gamma (|\epsilon_+|^4 + |\epsilon_-|^4) + 2\Gamma |\epsilon_-|^2 |\epsilon_+|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

现在, 我们采取变分法中的 Rayleigh-Ritz 近似法来分析 (2) 式, 即用已知函数去逼近光纤光栅中的脉冲演化。这里采用了高斯函数。正如文献[8]指出, 变分逼近法的最大缺点是未考虑波形的变化。也就是说, 如果利用高斯试探函数, 那么它的振幅、脉宽、频率等可以随传输距离而变化, 但高斯形状是保持不变的(如图 1 中两条曲线都是高斯形状的, 但它们满足不同参数的高斯方程)。显然, 这种近似法对于某些情形诸如高阶孤子分裂和脉冲压缩中的旁瓣产生等问题是不适宜的。然而现在考虑的是高斯脉冲在强色散介质中的传输情况。根据文献[9]的结果, 高斯光脉冲在光纤中传输时形状不会发生变化, 仅脉宽会受到色散影响; 而强高斯光脉冲受到的非线性效应具有压缩脉冲的性质; 光纤光栅的反向耦合仅具有调整正反向行波能量分布的作用^[4], 而不会造成脉冲形状的变化。考虑到以上各因素, 又因用到的光纤光栅一般都较短, 可以假设脉冲在里面传输时一直保持其高斯形不变而仅发生脉宽、振幅和频率的变化。这种方法在求解无精确解析解的非线性偏微分方程组时, 无疑是一种可采取的合适方法。尽管已有许多文献利用数值模拟来求解, 但数值模拟结果并不能直观地给出各个作用量之间的相互关系, 而如能给出一些解析的结果, 尽管是粗糙的, 就可以有助于更深一步也更直观地

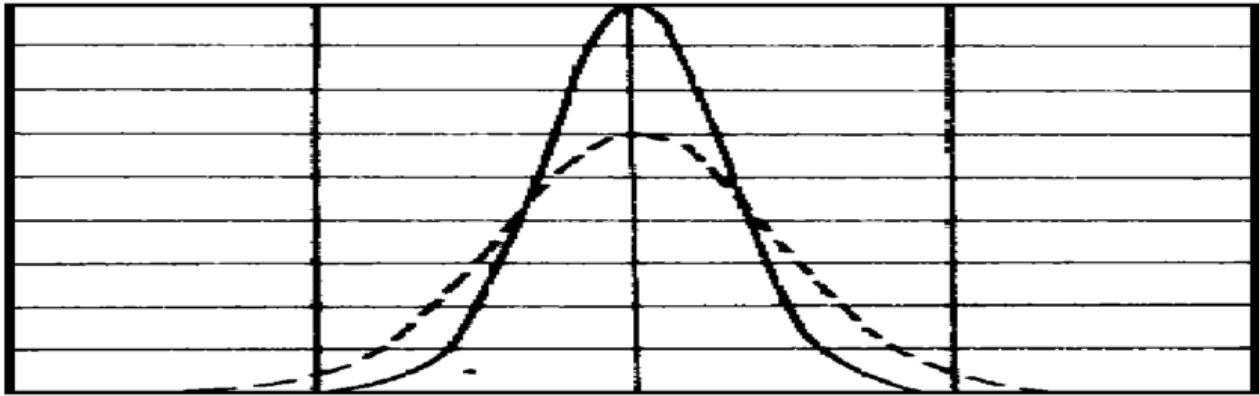


图 1 高斯光脉冲的演化

实线和虚线都是高斯形状的,但它们分别满足不同参数的高斯方程 $P_1 = A_1^2 \exp(-x^2/a_1^2)$ 和 $P_2 = A_2^2 \exp(-x^2/a_2^2)$

Fig. 1 The evolution of the Gauss shape pulse

The solid line and the dashed line are both Gauss shape, but they satisfy the different Gauss functions $P_1 = A_1^2 \exp(-x^2/a_1^2)$ and $P_2 = A_2^2 \exp(-x^2/a_2^2)$, respectively

理解其物理内涵。

基于以上分析,假设注入脉冲为高斯形(所谓高斯形,是指其能量满足 $|\epsilon|^2 = A^2 \exp(-t^2/a^2)$ 形状的脉冲),即^[4,8]

$$\epsilon_{\pm}(z, t) = A(z) A_{\pm} \exp \left[-\frac{(z - v_g t)^2}{2a^2(z)} + i \left[Qz - \frac{c\delta}{n} + b(z)(z - v_g t)^2 \right] \right] \quad (5)$$

其中, $A(z)$ 为复振幅,下角标+, - 分别表示正向和反向传输的脉冲。 $Q = k - k_B$ 和 $\delta = \frac{\bar{n}}{c}(\omega - \omega_B)$ 分别表示传输脉冲的波数和频率对 Bragg 波数和频率的偏移。 $-\kappa \leq \delta \leq \kappa$ 的范围被定义为反射带隙,因为光频处于这一范围内的电场在光纤光栅中会有强烈反射而不能稳定存在^[4]。这里,假设高斯脉冲频率位于反射带隙附近,即 $\kappa < |\delta| < 2\kappa$ 。复振幅 $A(z)$ 和脉宽 $a(z)$, 频率啁啾参数 $b(z)$ 都是传输距离的慢变函数。

把(5)式代入(4)式,并对 t 沿整个实轴积分,即可得到系统的 Lagrange 量

$$\langle L \rangle = \langle L_1 \rangle + \langle L_2 \rangle + \langle L_3 \rangle + \langle L_4 \rangle + \langle L_5 \rangle \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle L_1 \rangle = & \frac{i}{2} \left[A^*(z) \frac{dA(z)}{dz} - A(z) \frac{dA^*(z)}{dz} \right] (A_+^2 - A_-^2) \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} - \\ & - |A(z)|^2 (A_+^2 - A_-^2) \left[Q + \frac{1}{2} \frac{db(z)}{dz} a^2(z) \right] \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\langle L_2 \rangle = |A(z)|^2 (A_+^2 + A_-^2) \delta \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} \quad (8)$$

$$\langle L_3 \rangle = 2\kappa |A(z)|^2 A_+ A_- \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} \quad (9)$$

$$\langle L_4 \rangle = \frac{\sqrt{2}}{4} \Gamma(A_+^4 + A_-^4) |A(z)|^4 \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} \quad (10)$$

$$\langle L_5 \rangle = \sqrt{2} \Gamma A_+^2 A_-^2 |A(z)|^4 \frac{a(z)}{|v_g|} \sqrt{\pi} \quad (11)$$

它们分别由(4)式中的五项积分求得。

作用量定义为 $I = \int \langle L \rangle dz$, 于是最小作用量原理导致所有参变量函数 $A^*(z)$, $A(z)$, $a(z)$, $b(z)$ 所服从的 Lagrange-Euler 方程, 即

$$\frac{\delta I}{\delta A^*} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial A^*} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \left(\frac{\partial A^*}{\partial z} \right)} \right] = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\delta I}{\delta A} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)} \right] = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\delta I}{\delta a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial a} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \left(\frac{\partial a}{\partial z} \right)} \right] = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\delta I}{\delta b} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)} \right] = 0 \quad (15)$$

注意这里的 δ 是变分符号而不是(5) 式中的频率偏移。

把(6) ~ (11) 代入(12) ~ (15), 可得到由如下四方程组成的一阶常微分方程组, 它们反映了脉冲参数随传输距离的演化

$$\begin{aligned} &+ i(A_+^2 - A_-^2) \frac{dA(z)}{dz} a(z) - (A_+^2 - A_-^2) A(z) \left[Q + \frac{1}{2} \frac{db(z)}{dz} a^2(z) \right] a(z) + \\ &(A_+^2 + A_-^2) A(z) \delta a(z) + 2\kappa_+ A_- A(z) a(z) + \frac{\sqrt{2}}{2} \Gamma(A_+^4 + A_-^4) |A(z)|^2 A(z) a(z) + \\ &2\sqrt{2} \Gamma A_+^2 A_-^2 |A(z)|^2 A(z) a(z) + \frac{i}{2} (A_+^2 - A_-^2) A(z) \frac{da(z)}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &- i(A_+^2 - A_-^2) \frac{dA^*(z)}{dz} a(z) - (A_+^2 - A_-^2) A^*(z) \left[Q + \frac{1}{2} \frac{db(z)}{dz} a^2(z) \right] a(z) + \\ &(A_+^2 + A_-^2) A^*(z) \delta a(z) + 2\kappa_+ A_- A^*(z) a(z) + \frac{\sqrt{2}}{2} \Gamma(A_+^4 + A_-^4) |A(z)|^2 A^*(z) a(z) + \\ &2\sqrt{2} \Gamma A_+^2 A_-^2 |A(z)|^2 A^*(z) a(z) - \frac{i}{2} (A_+^2 - A_-^2) A^*(z) \frac{da(z)}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\frac{i}{2} (A_+^2 - A_-^2) \left[A^*(z) \frac{dA(z)}{dz} - A(z) \frac{dA^*(z)}{dz} \right] - (A_+^2 - A_-^2) |A(z)|^2 \left[Q + \frac{3}{2} \frac{db(z)}{dz} a^2(z) \right] + \\ &\delta(A_+^2 + A_-^2) |A(z)|^2 + 2\kappa_+ A_- |A(z)|^2 + \frac{\sqrt{2}}{4} \Gamma(A_+^4 + A_-^4) |A(z)|^4 + \\ &\sqrt{2} \Gamma A_+^2 A_-^2 |A(z)|^4 = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{d \left[a^3(z) |A(z)|^2 \right]}{dz} = 0 \quad (19)$$

(16) 式乘以 $A^*(z)$, (17) 式乘以 $A(z)$, 分别相减和相加, 得

$$i \left[A^*(z) \frac{dA(z)}{dz} + A(z) \frac{dA^*(z)}{dz} \right] (A_+^2 - A_-^2) a(z) + i |A(z)|^2 (A_+^2 - A_-^2) \frac{da(z)}{dz} = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &i(A_+^2 - A_-^2) \left[A^*(z) \frac{dA(z)}{dz} - A(z) \frac{dA^*(z)}{dz} \right] - 2(A_+^2 - A_-^2) |A(z)|^2 \left[Q + \frac{1}{2} \frac{db(z)}{dz} a^2(z) \right] + \\ &2\delta(A_+^2 + A_-^2) |A(z)|^2 + 4\kappa_+ A_- |A(z)|^2 + \sqrt{2} \Gamma(A_+^4 + A_-^4) |A(z)|^4 + \\ &4\sqrt{2} \Gamma A_+^2 A_-^2 |A(z)|^4 = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

由(19) 式得

$$a^3(z) | A(z) |^2 = \text{常数} = P_1 \quad (22)$$

由(18) 与(21) 式可求得

$$\frac{db(z)}{dz} = - \frac{\sqrt{2} \Gamma(A_{++}^4 + A_{-+}^4 + 4A_{+}^2 A_{-}^2) | A(z) |^2}{4(A_{+}^2 - A_{-}^2) a^2(z)} \quad (23)$$

由(20) 式得

$$a(z) | A(z) |^2 = \text{常数} = P_2 \quad (24)$$

(22) 与(24) 式比较得

$$a(z) = \text{常数} = a_0 \quad (25)$$

$$| A(z) |^2 = \text{常数} = A_0 \quad (26)$$

于是(23) 式化为

$$\frac{db(z)}{dz} = C \quad (27)$$

其中

$$C = - \frac{\sqrt{2} \Gamma A_0^2 (A_{++}^4 + A_{-+}^4 + 4A_{+}^2 A_{-}^2)}{4(A_{+}^2 - A_{-}^2) a_0^2} \quad (28)$$

4 结果讨论

从(25)~(28) 可以看出, 当载频在反射带隙附近的强高斯光脉冲通过光纤光栅时, 由于非线性、色散与反向耦合三者之间的相互作用, 高斯光脉冲的脉宽和振幅都不会发生变化(如(25) 式和(26) 式所示), 即具有类孤立波特特性; 但同时会在脉冲中产生一个随传输距离而变的线性啁啾, 如(27) 式所示。这里必须再次强调说明的是, 该结果仅是在脉冲频率处于反射带隙附近(是(2) 式成立的必要条件) 时得到的。如果脉冲频率远离反射带隙, 则光纤光栅的周期结构对脉冲的影响可以忽略, 正如强光通过普通光纤一样, 会在正常色散区发生脉冲压缩, 在反常色散区产生高阶孤子^[9]。而当脉冲频率处于反射带隙之内时, 是一个储能—跳出禁带的过程^[7]。

最后谈一下实验问题。研究光纤光栅的非线性, 除需要极强的功率密度条件外, 还要求脉冲宽度应小于 100 ps, 否则过强的光功率会破坏光纤光栅; 但过窄的光脉冲又会使脉冲频谱变宽, 造成频谱的一部分落入反射带隙而不能传播, 因此, 一般脉宽应限于 10~100 ps 之内。另外, 作者最近的研究还表明, 利用级联光纤光栅可以大大降低其色散, 从而对观察非线性所需的峰值功率的要求也可能大幅度下降。

参 考 文 献

- 1 K. O. Hill, G. Meltz. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8): 1263~ 1274
- 2 C. R. Giles. Lightwave applications of fiber Bragg gratings. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8): 1391~ 1404
- 3 Ren Xiaomin, Zhang Lintao, Ye Peida. Experimental study on fiber-grating Bragg Reflectors. *Selected Papers of BUPT*, 1992, 32~ 37
- 4 C. M. de Sterke, N. G. Raphael Broderick, B. J. Eggleton *et al.*. Nonlinear optics in fiber gratings. *Opt. Fiber Technol.*, 1996, **2**: 253~ 268
- 5 B. J. Eggleton, R. E. Slusher. Bragg grating solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(10): 1627~ 1630

- 6 Chao-Xiang Shi. Optical bistability in reflective fiber gratings. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1995, **31**(11): 2037~ 2043
- 7 Liu Junmin, Liao Changjun, Xu Wencheng *et al.*. The mechanism of optical pulse compression within stop band of nonlinear fiber grating. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(3): 293~ 298 (in Chinese)
- 8 D. Anderson. Variational approach to nonlinear pulse propagation in optical fibers. *Phys. Rev. A*, 1983, **27**(6): 3135~ 3145
- 9 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. San Diego: Academic Press, 1989. Chapter 5~ 6

Nonlinear Soliton-like Properties of Strong Gauss-pulse Near the Photonic Band in Fiber Grating

Li Jianxin Huang Yongqing Ren Xiaomin

(*Optical Communications Center, Beijing University of Posts & Telecommunications, Beijing 100876*)

Abstract The nonlinear propagation properties of the strong Gauss-pulse with the frequency near the photonic band in fiber grating are studied by using the variational principle. The results show that the width and the amplitude of the pulse remain with the propagation distance (likes a soliton) under the first-order approximation, but a linear chirp which changes with the propagation distance is produced at the same time.

Key words fiber grating, photonic band, nonlinearity, variational principle

《现代光学讲习班暨研讨班》在广州召开

1999年12月15日至20日中国光学学会、华南师范大学光传输实验室等单位在广州市华南师范大学召开《现代光学讲习班暨研讨班》。来自我国高等院校和研究所的47名专家出席了这次会议,美国罗彻斯特大学著名光学专家G. P. Agrawal教授也专程来穗参加了会议,并作了关于光通讯、光孤子和超短光脉冲传输两个报告。我国8位专家应邀作了特邀报告,他们的报告分别是:“自适应光学在中国的进展”;“高功率激光系统的光学质量控制”;“计算全息和二元光学”;“飞秒尺度的非线性和空间光孤子的形成”;“超短光脉冲传输”;“稀土固体材料中的飞秒相干动力学和相干控制”;“飞秒光孤子的光学色散处理和理论研究”;“光传输理论研究进展”等。此外,还有4位专家分别作了有关光学非线性和光通信方面的研究报告。在作报告的同时也进行了热烈讨论。大家认为这次讨论会的报告好,讨论深入,大家都有得益,所以建议今后这个研讨班能够继续举办。

雨 水