

自聚焦透镜的长度对斐索干涉仪 面形测量的影响

孙晓红¹ 明海¹ 梁忠诚¹ 刘涛¹ 吴云霞¹ 谢建平¹ 束继祖²

(¹ 中国科技大学物理系 合肥 230026; ² 中国科学院国家微重力实验室 北京 100084)

提要 讨论了自聚焦透镜的长度对自聚焦透镜斐索干涉仪面形测量的影响, 给出了面形干涉图中相邻干涉条纹半径的平方差随自聚焦透镜长度和面形曲率半径变化的三维曲线、待测面 $R \rightarrow \infty$ 时的二维曲线以及自聚焦透镜的长度对面形测量范围的影响, 并用平面作待测面给出实验值, 验证了实验与理论的一致性.

关键词 自聚焦透镜, 斐索干涉仪, 面形

1 引言

采用自聚焦透镜(Self Focus Lens, 简称 SFL) 构成斐索干涉仪的优点是: 干涉仪中自聚焦透镜既作为传光介质, 又作为成像透镜; 通过改变自聚焦透镜的长度, 可测量物体中不同大小的微型区域; 多周期的长自聚焦透镜可作为一根硬性探针, 深入到隐藏区域进行测量. 用斐索自聚焦透镜干涉仪测量微区振动在文献[1, 2] 中已讨论过, 这里报道由 LD 抽运的 Nd:YVO₄ 倍频激光器、自聚焦透镜和三维精密调整架构成的斐索干涉仪, 它具有同时测量微区振动和面形的功能, 可用于微重力下液桥的振动与变形的测试. 本文在对自聚焦透镜斐索干涉仪测振研究的基础上, 着重进行自聚焦透镜长度对斐索干涉仪测面形的影响的理论分析并给出实验结果.

2 实验装置及工作原理

实验装置如图 1 所示, 光源为 LD 抽运的单纵模 Nd:YVO₄ 倍频小型激光器, 其功率为 30 mW, 波长为 532 nm, 偏振特性为 100 · 1. 图中激光器, 半反镜 BS, 自聚焦透镜 SFL, CCD 摄像机以及光电探测器都安装在三维精密调整工作台上. 实验中可通过改变三维工作台在 x, y, z 方向的位置来改变 SFL 在待测物体上的测量区域(精度为 2.1 μm).

自聚焦透镜斐索干涉仪的原理光路如图 1 所

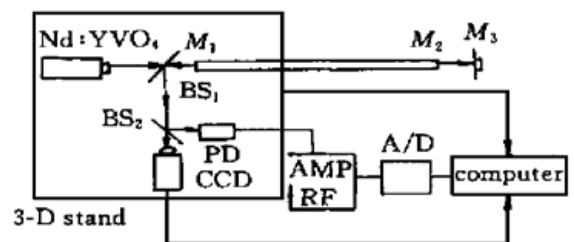


图 1 实验装置图

Fig. 1 Diagram of experimental setup

示. Nd:YVO₄ 偏振光束经分束器 BS₁ 直接耦合进自聚焦透镜 SFL 的 M₁ 端, 由 SFL 出射的光照射到物体表面 M₃, 从 SFL 的 M₂ 面反射回来的光为参考光 V_R, 从待测物面 M₃ 反射回来的光为物光 V_O, 它们经 SFL 和分束器 BS₁ 形成干涉光, 由 BS₂ 分为两路: 一路由光电探测器 PD 接收, 经放大、滤波器 AMP, BF 和 AD 转换后, 将待测数据输入计算机, 用来测物面 M₃ 的振动情况; 另一路由 CCD 摄像机接收经计算机处理得到物体面形.

3 理论分析

自聚焦透镜斐索干涉仪中的重要元件是自聚焦透镜, 它是一种传感和成像元件, 其折射率沿径向满足二次曲线分布.

我们所用的自聚焦透镜折射率径向分布为: $n(x) = n_0(1 - x^2/2L^2)$, (其中 $L \gg x$, x 为自聚焦透镜径向坐标). 其中 n_0 为自聚焦透镜轴向折射率, 已知透镜物像空间折射率分别为 n_1, n_2 并等于 1. 由文献[3] 可知物像空间的坐标对应关系为

$$\begin{cases} z_1(z_2) = n_1 \frac{z_2 + L(n_2/n_0) \tan\Delta}{n_2 - n_0(z_2/L) \tan\Delta} \\ x_1(z_2) = \frac{x_2}{\cos\Delta - (n_0/n_2)(z_2/L) \sin\Delta} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $(z_1, x_1), (z_2, x_2)$ 分别为物点和像点的轴向和径向坐标, $\Delta = D/L$. 物、像空间焦点距自聚焦透镜物、像空间端面距离分别为

$$z_1(z_2 = \infty) \equiv F_1 = - \frac{n_1}{n_0} L \cot\Delta \quad (2)$$

$$z_2(z_1 = - \infty) \equiv F_2 = \frac{n_2}{n_0} L \cot\Delta \quad (3)$$

3.1 自聚焦透镜的长度对待测面干涉条纹的影响

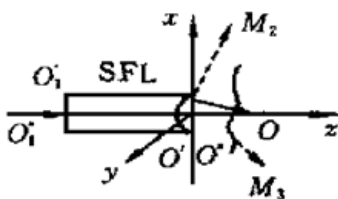


图2 斐索干涉仪测量面形原理图

Fig. 2 Principle diagram of Fizeau interferometer for the measurement of shape

自聚焦透镜斐索干涉仪所得到的干涉条纹是由参考面 M₂ 面和待测物面 M₃ 面的反射光干涉产生的. 如图2所示, 一束平行于自聚焦透镜光轴的光入射时, 干涉条纹可看作透镜像方焦点 O 分别通过 M₂ 面和 M₃ 面所成像点光源 O' 和 O'' 的干涉产生; 可以用 O', O'' 通过自聚焦透镜所成像点 O₁' , O₁'' 的干涉场来表示. 令 O', O'', O₁' , O₁'' 的坐标分别为 (z', x') , (z'', x'') , (z_1', x_1') , (z_1'', x_1'') , 下面根据平面镜、球面镜和自聚焦透镜成像公式来求各点坐标.

首先由公式(3) 得 O 点坐标为 $(L \cot\Delta/n_0, 0)$, 由折射成像公式并将物像空间折射率和物距代入得 O' 点的坐标为 $(-L \cot\Delta, 0)$, 将此坐标及物、像空间折射率 $n_2 = n_0, n_1 = 1$ 代入自聚焦透镜成像公式(1) 得 O₁' 坐标为 $(-L \cot 2\Delta/n_0, 0)$.

由球面镜成像公式并将物像空间折射率和物距代入得 O'' 点坐标为 $((RF_2 - 2Rl + 2F_2l - 2l^2)/(2F_2 - 2l - R), 0)$, 将此坐标及物、像空间折射率 $n_1 = n_2 = 1$ 代入自聚焦透镜成像公式(1) 得

$$z_1'' = \frac{RF_2 - 2Rl + 2F_2l - 2l^2 + \frac{L}{n_0}(2F_2 - 2l - R) \tan\Delta}{2F_2 - 2l - R - \frac{n_0}{L}(RF_2 - 2Rl + 2F_2l - 2l^2) \tan\Delta}$$

所以傍轴近似下干涉的两束光波方程分别为

$$V_R = \frac{R}{z - z_1'} \exp\left[\frac{jk}{2(z - z_1')} (x^2 + y^2) \right]$$

$$V_O = \frac{O}{z - z_1''} \exp\left[\frac{jk}{2(z - z_1'')} (x^2 + y^2) \right]$$

距离自聚焦透镜前端面为 z 处的干涉光场强度为

$$I(x, y, z) = |V_R + V_O|^2 = \frac{R^2}{|z - z_1'|^2} + \frac{O^2}{|z - z_1''|^2} + 2 \frac{RO}{|z - z_1'| |z - z_1''|} \times$$

$$\cos\left[\frac{k}{2} (x^2 + y^2) \left[\frac{1}{z - z_1'} - \frac{1}{z - z_1''} \right] \right]$$

所得到的干涉条纹方程为

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{z - z_1'} - \frac{1}{z - z_1''} \right] (x^2 + y^2) = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

令 $x^2 + y^2 = R^2$, 则由(4) 式得相邻两条纹半径的平方差为

$$R_{n+1}^2 - R_n^2 = \frac{(z - z_1')(z - z_1'')}{z_1' - z_1''} \cdot 2\lambda$$

将我们的仪器参数: 接收面位置 $z = -160$ mm, 光波长 $\lambda = 0.532$ μm , 自聚焦透镜中心折射率 $n_0 = 1.6$ 及参数 $L = 10$ mm 代入并取实验值 M_2 面和 M_3 面顶点间距 $l = 1$ mm 得

$$z_1' = -6\cot 2\Delta$$

$$z_1'' = \frac{18R\cot\Delta - 6R + 36\cot\Delta + 210 - 36\tan\Delta - 18R\tan\Delta}{36\cot\Delta - 6R - 12 + \tan\Delta + R\tan\Delta}$$

其中 $\Delta = D/10$. 这样就可作出 $(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ 随着自聚焦透镜长度 D (一个拍长内) 和待测面曲率半径 R 变化的三维曲线, 如图 3 所示; 当 R 为定值 ($R \rightarrow \infty$) 时可作出 $(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ 随自聚焦透镜长度 D (一个拍长内) 变化的二维曲线, 如图 4 所示. 由图 3 可看出三者之间是周期性变化的, 变化周期为半个拍长, 图 4 更验证了这一点. 由图中可知待测面为凹面(凸面) 时, 一个周期内 $(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ 随着 D 的增减关系如表 1, 2 所示.

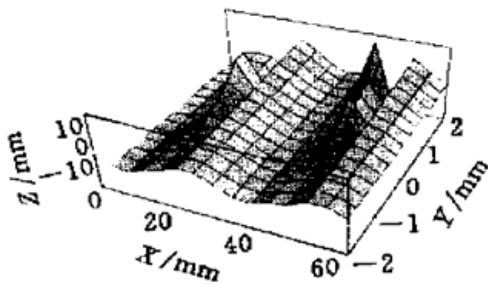


图 3 $(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ 随待测面半径 Y 和 SFL 长度 X 变化的三维曲线

Fig. 3 3-D figure of $Z(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ changing with the radius Y of measured surface (range from -2 mm to $+2$ mm) and the length X of SFL (from 0 to 62.2 mm)

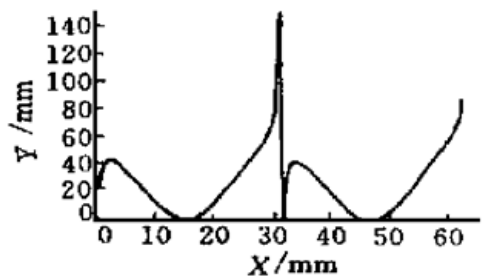


图 4 $R \rightarrow \infty$ 时 $|R_{n+1}^2 - R_n^2|$ 和 SFL 长度 D 之间的二维变化曲线

Fig. 4 2-D curve between $Y(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ and $X(D)$ at $R \rightarrow \infty$

表 1 待测面为凸面($R > 0$)

Table 1 Measured surface is convexity

D / mm	0~ 6	6~ 13	13~ 15	15~ 19	19~ 31
$(R_{n+1}{}^2 - R_n{}^2)$	Decreasing field	Increasing	Increasing	Decreasing	Decreasing

表 2 待测面为凹面($R < 0$)

Table 2 Measured surface is concave

D / mm	0~ 8	8~ 15	15~ 16.5	16.5~ 24	24~ 31
$(R_{n+1}{}^2 - R_n{}^2)$	Decreasing field	Increasing	Decreasing	Increasing	Decreasing

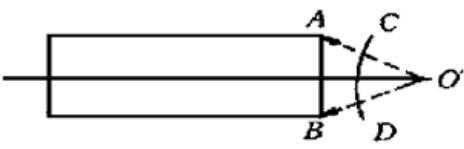


图 5 计算测量范围图

Fig. 5 Figure deciding the range of measured surface

3.2 自聚焦透镜长度对待测面测量范围的影响

自聚焦透镜斐索干涉仪的测量范围与自聚焦透镜接受待测物面反射光的范围有关. 如图 5 所示, 这个范围由待测面对自聚焦透镜焦点所成的像和自聚焦透镜边缘的连线所决定. 从理论分析 3.1 中知道 O'' 是焦点关于曲率半径为 R 的面所成的像, 由 $\triangle O''CD$ 与 $\triangle O''AB$ 的相似性得关系式:

$\frac{O''D}{O''B} = \frac{CD}{AB}$, 又因为自聚焦透镜的直径 $AB = 2 \text{ mm}$, 故可得

$$2 \left| 1 - \frac{1}{z''} \right| = CD$$

$$CD = 2 \left| \frac{RF_2 - R}{RF_2 - 2R + 2F_2 - 2} \right| = 2 \left| \frac{6R \cot \Delta - R}{6R \cot \Delta - 2R + 12 \cot \Delta - 2} \right|$$

这样我们可作出测量范围 CD 随待测面曲率半径 R 和自聚焦透镜长度 D 变化的三维曲线, 如图 6 所示. 以及 $R \rightarrow \infty$ (待测面为平面) 时的二维关系曲线如图 7 所示.

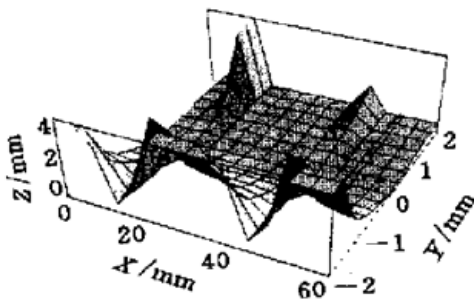


图 6 待测范围 Z 随待测面半径 Y 和 SFL 长度 X 的变化

Fig. 6 Measured range Z changing with the radius Y of measured surface (from -2 mm to $+2 \text{ mm}$) and the length X (one pitch) of SFL

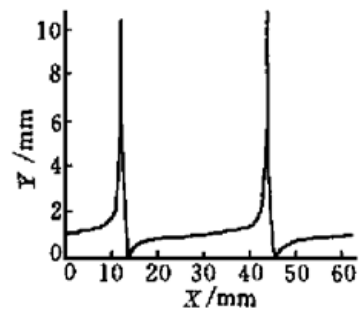


图 7 $R \rightarrow \infty$ 待测范围和 SFL 长度 Z 之间的变化

Fig. 7 2-D curve between the measured range Y and the length X of SFL at $R \rightarrow \infty$

从图 6 可以看出测量范围也是随着自聚焦透镜长度 D 作周期性变化的, 变化周期为半个拍长, 从图 7 可以更清楚地说明这一点. 另外从图 6 中可知当 D 在 $20 \sim 30 \text{ mm}$ 和 $50 \sim 60 \text{ mm}$ 之间取值, R 在 $-2 \text{ mm} \sim 0$ 之间取值时测量范围比较大, 这时对应的是自聚焦透镜的出射光

为发散光、待测面为凹面的情况;当 D 在 $0\sim 10\text{ mm}$ 和 $30\sim 40\text{ mm}$ 之间取值, R 在 $0\sim 2\text{ mm}$ 之间取值时测量范围也比较大,这时对应的是自聚焦透镜出射光为会聚光、待测面为凸面的情况.

由 3.1, 3.2 的分析就可依照我们的测量范围比较准确地选定自聚焦透镜的长度.

4 实验及结果分析

在实验过程中保证干涉条纹图的接收面和自聚焦透镜前端面 M_1 面的间距不变(即理论关系式中的 $z = -160\text{ mm}$),以及待测面 M_3 面的顶点到参考面 M_2 面的间距不变(即关系式中的 $l = 1\text{ mm}$). 实验中我们分别用长度为 $D_1 = 35\text{ mm}$, $D_2 = 38\text{ mm}$, $D_3 = 47\text{ mm}$, $D_4 = 56\text{ mm}$, $D_5 = 59\text{ mm}$, $D_6 = 62\text{ mm}$ 的自聚焦透镜斐索干涉仪对平面进行测量,所得干涉条纹图如图 8 (a) ~ (d) 所示, $D_3 = 47\text{ mm}$ 时的干涉条纹图为一个最大条纹直径为 2 mm 的同心圆环,相邻条纹半径的平方差近似为 0,而 $D_6 = 62\text{ mm}$ 时,得到的是一个 2 mm 的光斑无条纹,这是一个条纹从有到无的突变点,我们认为相邻条纹平方差趋于 ∞ .

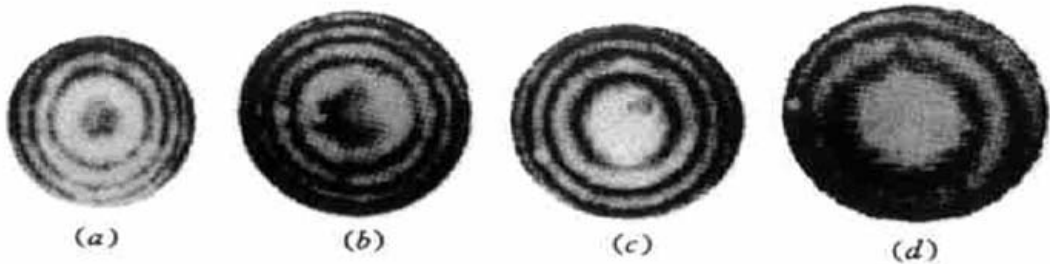


图 8 (a) $D = 35\text{ mm}$, (b) $D = 38\text{ mm}$, (c) $D = 56\text{ mm}$, (d) $D = 59\text{ mm}$ 时待测表面干涉图

Fig. 8 Interferogram of measured surface at (a) $D = 35\text{ mm}$, (b) $D = 38\text{ mm}$, (c) $D = 56\text{ mm}$, (d) $D = 59\text{ mm}$

对实验值进行分析得到了 $R \rightarrow \infty$ 时, $(R_{n+1}^2 - R_n^2)$ 随自聚焦透镜长度 D 变化的实验曲线,与理论值进行比较的二维曲线图如图 9 所示. 图中实线(即 TEMP1B)表示的是理论曲线,图中黑点(即 Data1B)表示的是实验曲线,从图中可以看出半个周期内它们吻合较好. 从而验证了实验和理论的一致性.

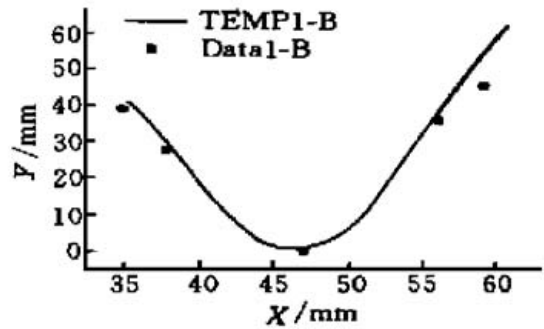


图 9 $R \rightarrow \infty$ 时 $|R_{n+1}^2 - R_n^2|$ 和 D 之间的实验图和理论曲线

Fig. 9 Experimental plot and theoretical curve between $|R_{n+1}^2 - R_n^2|$ and D at $R \rightarrow \infty$

5 结 论

本文从两个方面讨论了自聚焦透镜的长度对自聚焦透镜斐索干涉仪测量面形的影响. 一方面从理论上分析了相邻干涉条纹半径的平方差随自聚焦透镜长度和待测面曲率半径的变化关系以及待侧面为平面时的二维变化关系,并从实验上给予验证. 另一方面讨论了面形的测量范围与自聚焦透镜的长度和待测面曲率半径的关系. 这两方面的分析不但对由干涉条纹图恢复面形提供了理论基础,而且为我们根据自己的需要选择合适长度的自聚焦透镜提供了依据.

参 考 文 献

- 1 Ming Hai, Ren Baorui, Xie Jianping *et al.*. The expansion of measuring range of vibration with Fizeau type of gradient-index rod interferometer. *Opto-electric Engineering*, 1991, **18**(1): 8~ 11
- 2 Ming Hai, Sun Yuesheng, Ren Baorui *et al.*. Fizeau-type of gradient index rod lens interferometer by using semiconductor laser. *SPIE*, 1991, **1572**: 27~ 31
- 3 Felix P. Kapron. Geometrical optics of parabolic index-gradient cylindrical lenses. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(11): 1433~ 1437
- 4 Sun Xiaohong, Ming Hai, Bai Ming *et al.*. A GRIN Fizeau interferometer for the profile measurement of micro-surfaces. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1999, **A26**(10): 907~ 911 (in Chinese)

Influence of the Length of SFL on the Measurement of Shape of Fizeau Interferometer

Sun Xiaohong Ming Hai Liang Zhongcheng Liu Tao Wu Yunxia Xie Jiangping

(*Physics of USTC, Hefei 230026*)

Shu Jizu

(*NMLC, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100084*)

Abstract In this article, the influences of the length of SFL on the measurement of the shape of Fizeau interferometer is discussed. The 3-D diagram of the square difference of the nearest interferometric stripe radius changing with the length of SFL and the radius of measured surface, and the 2-D curve between the difference and the length at $R \rightarrow \infty$ are given. On the other hand, the relationship between the measured range and the length of SFL and the measured precision is also given. At last, through experiment the coincidence between experimental and theoretical result is demonstrated.

Key words self-focus lens, Fizeau interferometer, shape