

再现二维图像的“莫阿锁”

哈涌刚 哈流柱 王涌天 霍桂林

(北京理工大学光电工程系 北京 100081)

提要 给出了用莫阿(Moiré)原理再现多灰阶二维图像技术的步骤:用半色调屏对二维图像进行第一次编码,得到半色调屏图像 $f_A(u, v)$, 然后分别对 $f_A(u, v)$ 图像和 $1 - f_A(u, v)$ 反转图像用同空间频率为 ξ_0 的基栅进行第二次编码, 图像与反转图像之间基栅位相差为 π , 两次编码的方向夹角为 45° 。本技术可用于防伪。

关键词 莫阿技术, 二维图像, 多灰阶

1 引言

莫阿锁技术是一种叠栅技术。两张光栅, 分别为 A 栅和 B 栅, 单独观看, 没有什么信息显示; 若 A 栅和 B 栅叠置后, 相对转动至一定角度, 会出现一个二维图像(或文字)。这个二维图像可以是二值或多灰阶的。此技术可用于证卡或商标等标识防伪, 用 B 栅作为钥匙“打开”(再现) A 栅上隐含的信息。

以前的文献^[1~4]解决了用计算机莫阿技术制作隐型全息密码的技术, 实现了二值的二维图案的莫阿再现(例如“蜘蛛型”是两组同心异频圆栅相叠形成的)。文献的作者还将此技术嫁接于模压彩虹全息制版之中, 取得了成功。

本文提出了再现任意二值和多灰阶图像的数学模型, 并给出了初步的具体方案, 实现了从已知输出(再现)图像与 B (钥匙)栅来求解并制作 A (加密)栅的目标。

2 理论与原理

2.1 再现二维二值图像

两个透光与不透光部分宽度相等的矩形光栅的光强透射率可以表示为

$$\tau(x) = \frac{1}{2} \pm \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos 2\pi n \xi_0 x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} R \quad (1)$$

其中 $R = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos 2\pi n \xi_0 x$, 式中正负号分别表示两个光栅, 它们的位相相差 π , ξ_0 为光栅的空间频率。两种光栅的透过率曲线示于图 1。

$\Phi_A(x, y)$ 是一幅二值图案, 其透过率随 (x, y) 变化, 但其定义域只取两个值, 0 或 1。利用计算机做如下编码

$$\tau_A(x, y) = \Phi_A(x, y) \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) + [1 - \Phi_A(x, y)] \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) \quad (2)$$

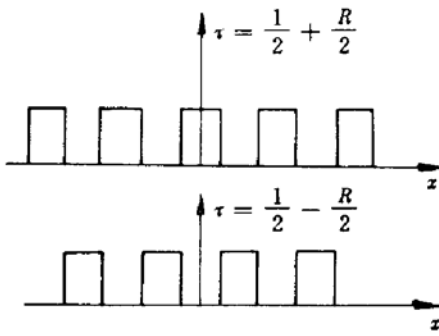


图 1 矩形栅光强透过率

Fig. 1 The transmissivity of the rectangular wave gratings

称透过率为 $\tau_A(x, y)$ 的光栅为 A 栅。其物理意义是在 $\Phi_A(x, y)$ 图案上形成光栅与其反转图像 $[1 - \Phi_A(x, y)]$ 上也形成光栅, 要求两光栅等频等幅, 但位相相差为 π 。

再令 B 栅与 A 栅同频等幅, 其透过率为

$$\tau_B(x, y) = \frac{1}{2} \pm \frac{R}{2} \quad (3)$$

当 A 栅与 B 栅重叠, 转动至平行。若 $\tau_B(x, y)$ 与 $\tau_A(x, y)$ 同位相时, 则上式取减号, 即

$$\tau_B(x, y) = \frac{1}{2} - \frac{R}{2} \quad (4)$$

A 栅与 B 栅重叠后, 令形成总的投射效果为 $\tau_C(x, y)$ 。由于使用白光散射宽光源照明, 所以忽略衍射效应, 只考虑直射光的“透过”及“被遮挡”两种效应。所以 $\tau_C(x, y)$ 可由下式求得

$$\begin{aligned} \tau_C(x, y) &= \tau_A(x, y) \& \tau_B(x, y) = \\ &\Phi_A(x, y) \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) + [1 - \Phi_A(x, y)] \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) = \\ &\Phi_A(x, y) \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

上式中“&”为离散数学中的“与”符号, 而不是“乘”号。这样更利于计算机模拟编程, 因为“与”运算速度快于乘法运算。上式最后一步推导利用了

$$\left(\frac{1}{2} \pm \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} \pm \frac{R}{2} \right) = \left(\frac{1}{2} \pm \frac{R}{2} \right) \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2} \mp \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} \pm \frac{R}{2} \right) = 0 \quad (7)$$

显然, 两个相同的矩形“黑白”(透过率取值只有 0 和 1) 光栅重叠后, 位相相同, 透过率不变; 位相相反, 透过率为 0。

由(5)式可知, $\tau_C(x, y)$ 莫阿输出将 $\tau_A(x, y)$ 隐含的 $\Phi_A(x, y)$ 再现出来了。

若 $\tau_B(x, y)$ 与 $\tau_A(x, y)$ 反位相时, 则(3)式取加号, 即

$$\tau_B(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{R}{2} \quad (8)$$

此时得到的 $\tau_C(x, y)$ 可由下式求得

$$\begin{aligned} \tau_C(x, y) &= \tau_A(x, y) \& \tau_B(x, y) = \\ &\Phi_A(x, y) \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) + [1 - \Phi_A(x, y)] \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) \& \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) = \\ &[1 - \Phi_A(x, y)] \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

上式中仍然引用了(6)和(7)式的结论。

由(9)式可知, $\tau_C(x, y)$ 莫阿输出为 $\Phi_A(x, y)$ 的反转图像 $[1 - \Phi_A(x, y)]$ 。

由于 A 栅及 B 栅是通过矩形光栅编码得到, 所以无论总体或局部的光强透过率均值都为

1/2。单独观看很难得到 $\Phi_A(x, y)$ 的信息。 B 栅的空频的大小可被用来作为控制解码的“钥匙”。只有当 A 栅及 B 栅空频相等, 重叠后若栅线平行, 则出现原始图像, 否则将呈现一些无意义的莫阿图。

2.2 再现多灰阶二维图像

对于多灰阶二维图像, 可先将其进行半色调屏处理, 形成半色调屏的二值图像, 然后再进行编码处理。

将一幅多灰阶二维图像用半色调屏技术^[5]处理之后, 其透射率可表示为

$$f_A(u, v) = \text{rect}\left(\frac{u'}{d-b}\right) \otimes \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(u' - md) \cdot \text{rect}\left(\frac{v'}{d-b}\right) \otimes \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(v' - md) \quad (10)$$

其中 d 为屏网栅距; b 为进行半色调屏处理时图像不透明部分的间距, 它与原图像的灰度有关。将 $f_A(u, v)$ 取代 $\Phi_A(x, y)$ 代入(2)式。这样半色调屏的每个网眼“细胞”编码图形可表示为图 2。其中半色调屏网眼透光面积 $(d-b)^2$ 正比于 (x, y) 点的透过率, $(d-b)^2$ 矩形与在 $(d \times d)$ 面积中与之互补的方环中的光栅距是相同的, 都等于 $1/\xi_0$, 但位相相差 π 。

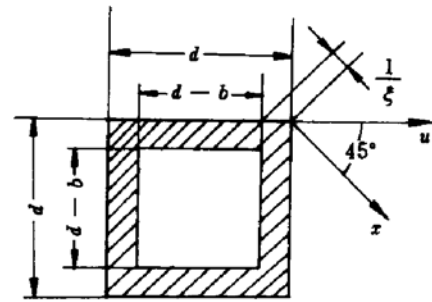


图 2 栅眼“细胞”编码图形示意图

Fig. 2 The encoded image of a grating “cell”

应该指出的是在进行半色调屏编码时基栅线 u 与第二次编码时用的栅线 x 的走向相对转动 45° 。其目的是防止当基栅线和半色调屏编码方向线平行时, 由于栅距不等形成的附加纵向莫阿效应对 $f_A(u, v)$ 再现的干扰。

对于半色调屏的频率的选择, 一般视被编码图像的灰阶数和最高空间频率而定。不同的图像在编码时, 应给予不同频率的半色调屏。当被编码图像具有较高的灰阶数和空频时, 应相对选择较高频率的半色调屏。需要指出的是, 选择标准并不唯一。因为这不仅依赖被编码图像本身, 也取决于观察者视觉的主观要求和观察环境(例如人眼的观察距离及环境光源等)。所以在实际操作时, 一般用若干不同频率的半色调屏逐个编码, 进行多次实验, 依次逼近, 最后找到观察者最满意的效果。

在进行半色调屏处理时, 编码所用的细胞网眼可以是方形、圆形、菱形和椭圆形等, 这里仅用方形为例加以说明。需要说明的是编码基栅的栅距 $1/\xi_0$ 应足够地小, 以便半色调屏每个栅眼中都有所调制。同样, 无论分析每个栅眼细胞还是从整体来观看, 平均透过率都是 1/2。这样, 得到的最后编码图像隐含了 $f_A(u, v)$ 且不易察觉。

3 实例

(1) 用扫描仪将肖像照片输入计算机, 形成 BMP 数字图像;

(2) 对图像进行半色调屏编码, 计算编码方向与水平成 45° , 选择半色调屏的频率为 14 lines/cm。此步可以自编程序, 也可以用一些商用图像处理软件, 如 PhotoShop 等。形成半色调屏图像;

(3) 自编程序对半色调屏图像进行式(2)的编码, 形成加密图像 A 栅, 见图 3(a) 以及 B 栅, 见图 3(b);

- (4) 用打印机将 A 栅及 B 栅输出, 其中 B 栅输出在透明片上;
 (5) 将 B 栅和 A 栅叠置后, 相对转动至一定角度(栅线平行), 出现二维图像, 如图 3(c)。

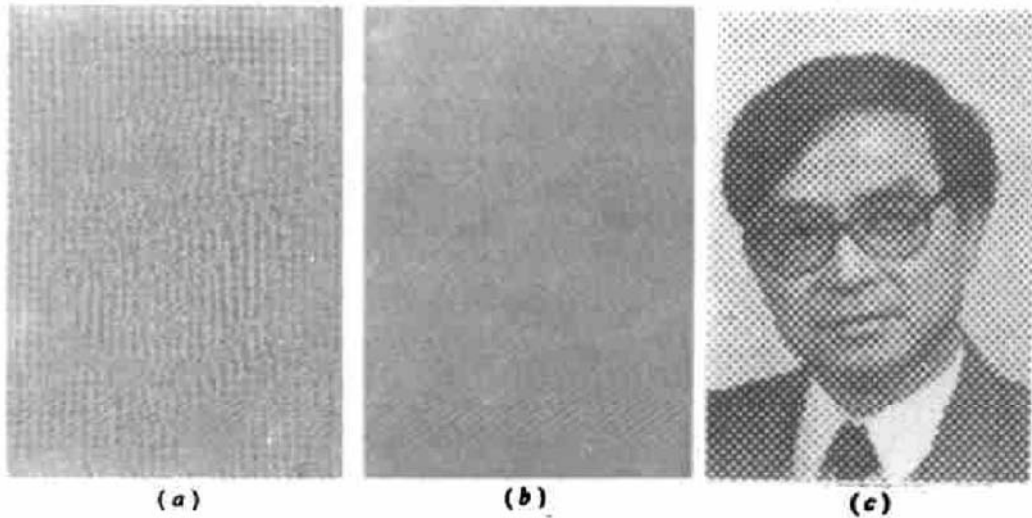


图 3 隐合作者肖像的 A 栅(a), B 栅(b) 和莫阿再现的作者肖像(c)
 Fig. 3 Grating A (a) encoded with the author's portrait grating B (b);
 and Moiré reconstruction of the author's portrait (c)

以上步骤只是简单的处理, 若加以改进, 或用其他类型的光栅代替矩形光栅加以编码, 应可得到更好的效果。

参 考 文 献

- 1 Shou Liu, Xiangsu Zhang, Hongkai Lai. Artistic effect and application of Moiré patterns in security holograms. *Appl. Opt.*, 1995, 34(22): 4700~4702
- 2 Shou Liu, Xiangsu Zhang, Hongkai Lai. Holographic secret codes made with Moiré technique. *Proc. SPIE*, 1996, 2868: 239~243
- 3 Liu Shou, Zhang Xiangsu, Lai Hongkai. Chinese Patent (中国专利), No. 96203828 (in Chinese)
- 4 Liu Shou, Zhang Xiangsu, Lai Hongkai. Chinese Patent (中国专利), No. 96203829 (in Chinese)
- 5 Meiwen Yu. Holography and optical information process. Beijing: National Defense Press, 1984. 267~268 (in Chinese)

Design of "Moiré Lock" for Reconstructing 2D Images

Ha Yonggang Ha Liuzhu Wang Yongtian Huo Guilin

(Department of Optoelectrics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract This paper presents the steps of reconstructing a 2-dimensional grayscale image using Moiré technique. First, the 2D image was encoded with a halftone screen and turned into a halftone-screen image $f_A(u, v)$; Secondly the image f_A and $1 - f_A$ (the reversed image of f_A) were encoded by two gratings respectively, while keeping the frequencies of the two gratings the same and the phase difference being π . The angle between the encoding directions of the first and second steps is set to 45° so that the noise of the longitudinal Moiré fringes can be avoided. This technique can be applied for anti-counterfeit purpose.

Key words Moiré technique, 2D image, gray scale