

# 数值模拟掺铒光纤放大器的新方法

俞 谦 崔景翠 王四海 刘小明 范崇澄

(清华大学电子工程系 北京 100084)

**提要** 以掺铒光纤放大器(EDFA)的均匀展宽两能级模型为基础,提出一种直接求解掺铒光纤中的粒子数反转度分布以数值模拟 EDFA 的新方法。其优点是准确、高效、通用于各种复杂结构的 EDFA 和任意模型参数设置,掺铒光纤的背景损耗或者激发态吸收也能考虑在内。在精确测量掺铒光纤参数的基础上将模拟和实验结果作了对比分析并得到合理的一致。

**关键词** 掺铒光纤放大器,数值模拟,光纤通信

掺铒光纤放大器(EDFA)是现代光纤通信系统必不可少的关键部件,它的出现导致了光纤通信一场划时代的革命。为满足系统应用尤其是波分复用(WDM)系统对高性能 EDFA 的要求,需要进行 EDFA 的优化设计,在这里数值模拟能发挥重要作用。

模拟 EDFA 的传统方法是从描述掺铒光纤中光功率传播的非线性常微分方程组出发,利用数值积分常微分方程组来求解其两点边值问题<sup>[1]</sup>。其缺点是考虑宽带的放大自发辐射(ASE)时会大大增加方程组的维数,从而带来数值计算上的困难,另外它还不易推广到一些复杂结构 EDFA 的模拟。为克服这些缺点,本文基于 EDFA 的均匀展宽两能级模型,提出一种通过直接求解掺铒光纤中粒子数反转度分布以模拟 EDFA 的新方法,并将部分实验结果与模拟结果作了对比分析。

## 1 均匀展宽的两能级模型

均匀展宽的两能级模型可以很好地描述用 980 nm 或 1480 nm 泵浦的 EDFA<sup>[2]</sup>。先在频域上把掺铒光纤中传播的光划分为一系列用下标  $k$  区分的光束,其中心频率为  $\nu_k$ , 占据带宽为  $\Delta\nu_k$ , 正向和反向功率分别为  $P_k^+(z)$  和  $P_k^-(z)$ 。定义粒子数反转度  $N_2(z)$  为上能级  $\text{Er}^{3+}$  离子的线密度与掺杂的全部  $\text{Er}^{3+}$  离子的线密度之比。这样描述光功率沿  $+z$  和  $-z$  变化的传播方程表示为

$$\pm \frac{\partial P_k^\pm}{\partial z} = [(\alpha_k + g_k^*)N_2 - (\alpha_k + l_k)]P_k^\pm + (2h\nu_k\Delta\nu_k g_k^*)N_2 \quad (1)$$

而稳态粒子数反转度分布满足

$$N_2(z) = \frac{\sum_k \frac{\alpha_k}{h\nu_k\zeta} [P_k^+(z) + P_k^-(z)]}{1 + \sum_k \frac{\alpha_k + g_k^*}{h\nu_k\zeta} [P_k^+(z) + P_k^-(z)]} \quad (2)$$

其中参数  $\alpha_k, g_k^*, l_k$  和  $\zeta$  分别代表掺铒光纤的吸收系数、增益系数、背景损耗和饱和参数<sup>[2]</sup>。如果考虑激发态吸收(ESA), (1) 式中的  $(\alpha_k + g_k^*)$  应修改为  $(\alpha_k + g_k^* - \alpha_k^{\text{ESA}})$ 。无特别说明, 本文以下忽略 ESA, 这适合于 980 nm 或 1480 nm 泵浦并工作于 1.55  $\mu\text{m}$  波段的 EDFA。

## 2 数值模拟方法

我们认为在分析 EDFA 特性时一定要抓住粒子数反转度  $N_2(z)$  这一刻画两能级系统最本质的物理量。事实上, 利用已知的光功率边界条件, 可以通过求解线性微分方程(1) 从  $N_2(z)$  直接确定  $P_k^\pm(z)$ , 再把结果  $P_k^\pm(z, N_2)$  代入(2) 就得到了关于  $N_2(z)$  的泛函方程, 由此求出稳态的  $N_2(z)$ 。

针对较简单的情形, 即由长度为  $L$  的掺铒光纤组成单级 EDFA 并且已知  $z = 0$  处各正向光束功率和  $z = L$  处各反向光束功率, 具体数值方法描述如下:

1) 把总长为  $L$  的掺铒光纤等分为顺序相连的  $m$  小段, 划分点是  $z_j = (j/m)L, j = 0, 1, \dots, m$ , 每段长度  $\Delta z = L/m$ 。函数  $N_2(z)$  被离散化为矢量  $\mathbf{N}_2 = \{N_{2,j}^{av}\}_{j=1}^m, N_{2,j}^{av}$  为  $[z_{j-1}, z_j]$  上  $N_2(z)$  的平均值。因为  $N_2(z)$  是光滑而缓变的函数, 因而掺铒光纤不必分划得很细(若  $\alpha_{\text{peak}}$  是  $\alpha_k$  的峰值, 一般取  $\alpha_{\text{peak}}\Delta z \approx 8 \text{ dB}$  即可)。

2) 按照(1), 可用下述公式递推计算  $z_j$  点的光功率

$$P_k^+(z_j) = P_k^+(z_{j-1})G_{jk} + n_{sp,jk}(2h\nu_k\Delta\nu_k)(G_{jk} - 1), j = 1, 2, \dots, m \quad (3a)$$

$$P_k^-(z_{j-1}) = P_k^-(z_j)G_{jk} + n_{sp,jk}(2h\nu_k\Delta\nu_k)(G_{jk} - 1), j = m, \dots, 1 \quad (3b)$$

其中  $G_{jk}$  和  $n_{sp,jk}$  是第  $j$  段光纤在  $\nu_k$  的增益和自发辐射因子,

$$G_{jk} = \exp\{[(\alpha_k + g_k^*)N_{2,j}^{av} - (\alpha_k + l_k)] \cdot \Delta z\} \quad (4)$$

$$n_{sp,jk} = g_k^* N_{2,j}^{av} / [(\alpha_k + g_k^*)N_{2,j}^{av} - (\alpha_k + l_k)] \quad (5)$$

3) 再从(2) 计算对于  $j = 0, \dots, m$  的各个  $N_2(z_j)$ 。而后用三次样条逼近数值积分求出  $N_{2,j}^{av}$ (或者为简单起见, 采用精度略低的梯形公式  $N_{2,j}^{av} \approx [N_2(z_{j-1}) + N_2(z_j)]/2$ , 得到一关于矢量  $\mathbf{N}_2$  的非线性方程, 记为  $\mathbf{N}_2 = \mathbf{F}(\mathbf{N}_2)$ 。

4) 可以用简单迭代法  $\mathbf{N}_2^{(n+1)} = (1 - \mu)\mathbf{N}_2^{(n)} + \mu\mathbf{F}[\mathbf{N}_2^{(n)}], \mu \in (0, 1]$  求解此方程(较小的  $\mu$  因子能促进迭代收敛, 但会降低收敛速度), 也可以采用其他更精致的数值方法。我们推荐采用求解非线性方程的 Broyden 法, 它不仅高效而且具有全局收敛性<sup>[3]</sup>。

掺铒光纤两端焊点和光波元件产生的反射光会影响 EDFA 的特性, 有时则是有意在某个波长通过光反射引起激射来钳制  $N_2^{av}$  以实现自动增益控制。假设一段长为  $L$  的掺铒光纤两端在频率  $\nu_k$  的光功率反射系数为  $R_{0,k}$  和  $R_{L,k}$ , 依赖于  $N_2^{av}$  的 EDFA 增益  $G_k$  为

$$G_k = \exp[(\alpha_k + g_k^*)N_2^{av}L - \alpha_k L]$$

那么由于光反射的存在, 实际光纤两端的功率满足

$$P_k^+(0) \cdot (1 - G_k^2 R_{L,k} R_{0,k}) = P_{0,k} + A_k^-(0)R_{0,k} + (P_{L,k} + A_k^+(L)R_{L,k})G_k R_{0,k} \quad (6a)$$

$$P_k^-(L) \cdot (1 - G_k^2 R_{0,k} R_{L,k}) = P_{L,k} + A_k^+(L)R_{L,k} + (P_{0,k} + A_k^-(0)R_{0,k})G_k R_{L,k} \quad (6b)$$

这里  $P_{0,k}$  和  $P_{L,k}$  分别为光纤两端外部输入的光功率,  $A_k^+(z_j)$  和  $A_k^-(z_j)$  分别为光纤新产生的前向和反向 ASE 功率, 它们采用与(3) 完全相同的递推格式计算, 而  $A_k^+(0) = 0, A_k^-(L) = 0$ 。给定  $N_2$  分布, 先从(6) 求出  $P_k^+(0)$  和  $P_k^-(L)$ , 再按(3) 计算光纤中的功率分布, 即可得到  $\mathbf{N}_2 = \mathbf{F}(\mathbf{N}_2)$ 。

为了获得高性能、实用的 EDFA 往往采用多级结构, 即 EDFA 中有多段掺铒光纤, 其间连

接适当的光学元件<sup>[4]</sup>。如果忽略各级之间的反馈,可以顺序模拟各级 EDFA。而在一般情形,模拟具有任意结构的多级 EDFA 的原则是:对应于全部掺铒光纤任一给定的  $N_2$  分布,从(1)得到掺铒光纤作为线性介质的输入/输出光功率关系;再结合描述各光学元件特性的传输或散射矩阵,通过求解一个线性网络问题得到一定  $N_2$  分布下各段光纤的正向和反向输入光功率,从而确定光纤中各点的光功率并从(2)得到稳态  $N_2$  满足的方程;从解出的  $N_2$  计算 EDFA 特性,如增益和噪声系数。

### 3 实验结果及讨论

我们测量了作为实验用的掺铒光纤的参数,结果见图 1 及其说明。在实验中直接测量的是  $\alpha(\lambda)$  和  $\alpha(\lambda) + g^*(\lambda)$ ,并考虑和消除了各种插入损耗和光纤背景损耗对测量结果的影响。

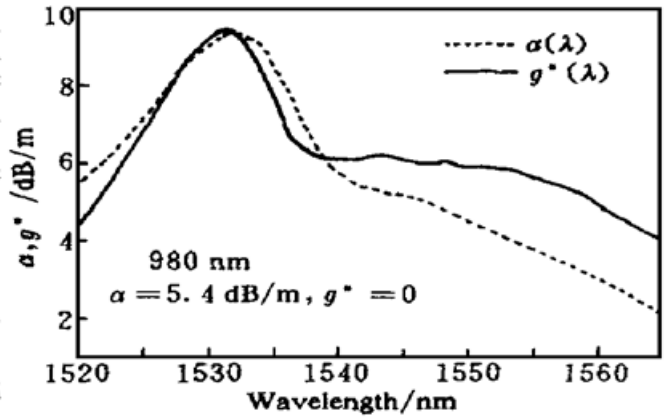


图 1 用于实验的掺铒光纤在 980 nm 以及 1520 nm 到 1565 nm 的  $\alpha$  和  $g^*$  参数。光纤的饱和参数  $\zeta = 5.8 \times 10^{15} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , 背景损耗  $l(\lambda) = 0.1 \text{ dB/m}$

Fig. 1 The  $\alpha$  and  $g^*$  parameters of the erbium-doped fibers used in experiments. The saturation parameter  $\zeta = 5.8 \times 10^{15} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , fiber background loss  $l(\lambda) = 0.1 \text{ dB/m}$

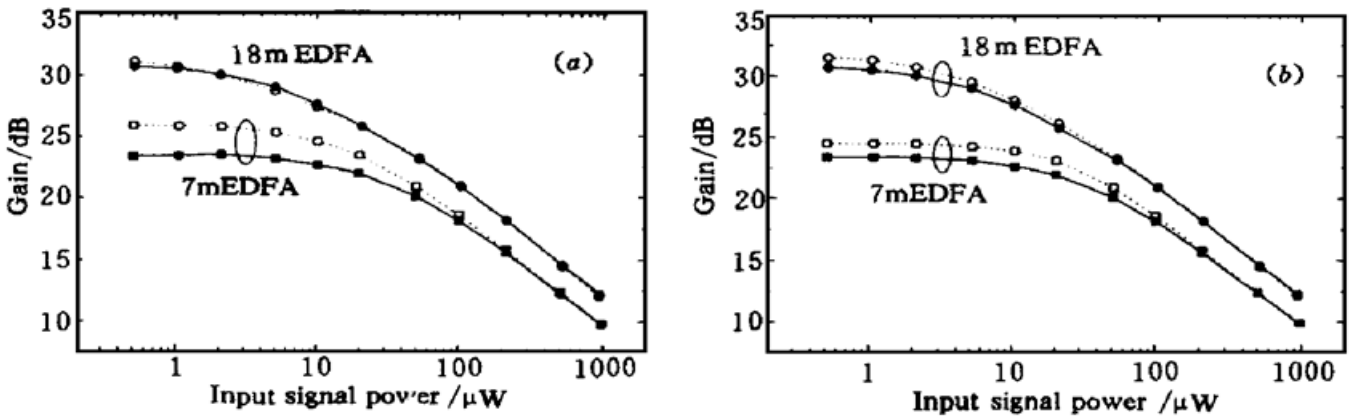


图 2 实验测量的两个前向泵浦 EDFA 的增益随输入信号功率变化的曲线(实线)与模拟曲线(点线)的对比泵浦与信号波长分别为 980 nm 和 1553 nm。(a) 忽略光反射; (b) 掺铒光纤两端有 - 41 dB 反射

Fig. 2 Comparison of the measured (solid lines) and simulated (dotted lines) gain curves of two co-pumped EDFA's The pump and signal wavelengths are 980 nm and 1553 nm, respectively  
(a) end reflection neglected; (b) - 41 dB end reflection

图 2 所示是实验测量的前向泵浦(980 nm) EDFA 的增益随输入信号(1553 nm)功率变化的曲线与模拟曲线的对比。用于实验的两个 EDFA,掺铒光纤长度分别为 7 m 和 18 m,泵浦光功率分别为 37 mW 和 80 mW,泵浦光耦合进光纤还要损耗 1 dB,而 EDFA 增益是光纤增益减去各种插入损耗共计 1.5 dB。图 2 (a) 的模拟结果在大信号区和实验吻合;但在小信号区,7 m EDFA 增益的模拟结果明显偏大,而 18 m EDFA 的结果仍与实验值一致。产生这种现象的原因是模拟中忽略了掺铒光纤两端光反射的影响。图 3 所示为模拟的 EDFA 小信号增益随掺铒光纤两端的光反射系数  $R$  变化的曲线,假设 1520~ 1565 nm 范围内  $R$  相同。注意到  $R = 0$

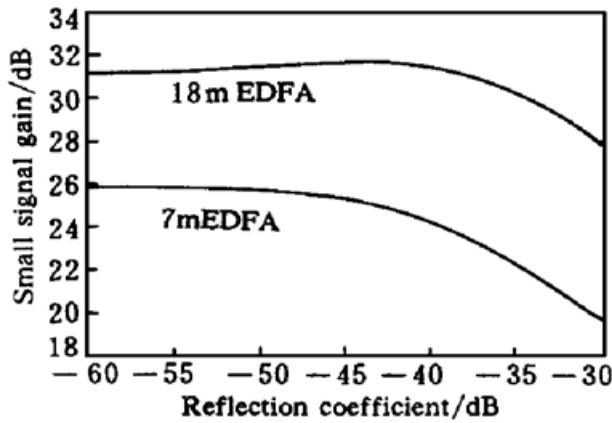


图3 模拟的1553 nm处EDFA小信号增益随端面反射系数变化的曲线,假设掺铒光纤两端有相同的反射系数

Fig. 3 Simulation results of amplifier small-signal gain versus end-reflection coefficient. Assume two fiber ends have the same coefficient

时,7 m EDFA 在 1531 nm 有最大内部增益 41 dB,而 18 m EDFA 由于光纤过长导致重新吸收,最大内部增益只有 35 dB。从(6)可以看到  $R \neq 0$  时,掺铒光纤在任一  $v_k$  的增益  $G_k$  都要满足  $G_k^2 R^2 < 1$ ,因此当  $R$  达到 -40 dB 时,光反射引起的增益箝制效应已使 7 m EDFA 的小信号增益显著下降,而 18 m EDFA 的增益则由于  $G_k^2 R^2$  还远小于 1 而变化较少。通过模拟 7 m EDFA 在 20  $\mu$ W 输入信号和不同反射系数下的增益压缩值并和实验值(1.5 dB)对比,估计出实验条件下的  $R = -41$  dB ( $R = -40$  dB, -41 dB 和 -42 dB 时,增益压缩模拟值分别为 1.3 dB, 1.5 dB 和 1.7 dB)。如图 2 (b) 所示,考虑反射光影响后模拟的 EDFA 增益偏离实验值的最大误差为 1 dB。

### 参 考 文 献

- 1 E. Desurvire. Erbium-Doped Fiber Amplifiers. Chapter 1.6. New York: John Wiley & Sons, 1994. 26~28
- 2 C. R. Giles, E. Desurvire. Modeling erbium-doped fiber amplifiers. *J. Lightwave Technol.*, 1991, 9 (2): 271~ 283
- 3 W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling *et al.*. Numerical Recipes in C: the Art of Scientific Computing (second edition). Beijing: Cambridge University Press and Electronic Industry Press, 1995. 329~ 333
- 4 J.-M. P Delavaux, J. A. Nagel. Multi-stage erbium-doped fiber amplifier designs. *J. Lightwave Technol.*, 1995, 13(5): 703~ 720

## A New Method for the Numerical Simulation of Erbium Doped Fiber Amplifiers

Yu Qian Cui Jingcui Wang Sihai Liu Xiaoming Fan Chongcheng  
(Department of Electronics Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** In this paper, a new method is proposed for the numerical simulation of erbium-doped fiber amplifiers (EDFA's), which are modeled as homogeneously broadened two-level systems. The basic point of the method is to first solve out the population inversion along the erbium-doped fiber, then calculate other amplifier properties. This approach is highly efficient and accurate for the simulation of various complex-structure EDFA's with arbitrary setup of modeling parameters. Fiber background loss or excited state absorption can also be considered. Based on the accurate measurement of fiber parameters, a comparison between the experimental and simulated results shows reasonable agreement.

**Key words** erbium-doped fiber amplifiers, numerical simulation, optical fiber communication