

干涉波前的恢复技术

吴东楼 贺安之

(南京理工大学应用物理系 南京 210094)

提要 提出了相位展开方法,用单张干涉图实现干涉波前的恢复,获取相位物体的相位差信息,并将其应用于重建波面经过温度场引起的相位变化,且与条纹跟追方法比较,获得了良好的效果。

关键词 相位展开,条纹跟追,相移,干涉

1 引 言

在目前常用的干涉波前恢复方法中,有相移法和条纹跟追法。相移法是通过获取同一方向上的一定相位差的多幅干涉图来计算平面波通过相位物体的相位变化,该方法的缺点是必须在同一方向上获取多幅干涉图,不能应用于瞬态干涉测试^[1,2]。条纹跟追方法是通过计算干涉图中的干涉条纹的相对偏移量来获取相位差信息,其缺点是必须知道原场的分布特征才能够恢复完整的波面^[3,4]。本文提出的相位展开方法,优点在于只需要一幅完整的、无波面缺损的干涉图即可实现波面恢复,全面获取相位差信息,并且将其恢复由柱状散热体产生的温度场引起的波面变化,同时与条纹跟追方法进行了比较,获得了良好的效果。

2 相位展开理论

相位展开方法的本质是在分析干涉图的光强分布特征的基础上,对表征光强的灰度图像运用傅里叶变换获得干涉图的等相位面信息,以无相位变化的波面产生的干涉条纹(空间载波)的相位分布为参照,对由相位物体产生的波面变化进行恢复。干涉条纹强度空间分布为^[5]

$$I(x, y) = I_0(x, y) [1 + \gamma_0 \cos(\Phi)] \quad (1)$$

Φ 为两相干波面的相位差,将其写为空间载波频率与经过相位物体调制的位相差的形式为

$$I(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma_0 \cos[2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y) + \Phi_0(x, y)]\} \quad (2)$$

f_{0x}, f_{0y} 为空间载波频率, Φ_0 为相位物体引起的位相变化。

将(2)式表述为复数形式

$$I(x, y) = I_0(x, y) + c(x, y) \exp[i2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y)] + c^*(x, y) \exp[-i2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y)] \quad (3)$$

式中

$$c(x, y) = \frac{1}{2} I_0(x, y) \gamma_0 \exp[i\Phi_0(x, y)] \quad (4)$$

对表征(3)式光强分布的灰度值图像作二维傅里叶变换可得经过相位调制的空间频谱函数为

$$G(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x, f_y) * \delta(f_x - f_{0x}) * \delta(f_y - f_{0y}) + C^*(f_x, f_y) * \delta(f_x + f_{0x}) * \delta(f_y + f_{0y}) \quad (5)$$

其中 $G(f_x, f_y)$, $A(f_x, f_y)$, $C(f_x, f_y)$ 分别为 $I(x, y)$, $I_0(x, y)$, $c(x, y)$ 的傅里叶变换。(5) 式中包含三部分的内容: 第一项 $A(f_x + f_y)$ 表征相干波面未经过相位物体调制的空间频谱; 第二项为含相干波面信息的、以 (f_{0x}, f_{0y}) 为中心的频谱函数; 第三项为含相干波面信息的、以 $(-f_{0x}, -f_{0y})$ 为中心的频谱函数。相位物体引起的相位变化 $\Phi_0(x, y)$ 的信息包含在第二、三项中。如何从频域中提取波面的相位变化 $\Phi_0(x, y)$ 的信息是相位展开方法的关键。

由以上的分析可知波面的相位变化 $\Phi_0(x, y)$ 包含在以 (f_{0x}, f_{0y}) 和 $(-f_{0x}, -f_{0y})$ 为中心的频谱函数中, 在频域内选用以 (f_{0x}, f_{0y}) 或 $(-f_{0x}, -f_{0y})$ 为中心的滤波函数即可提取相位变化 $\Phi_0(x, y)$ 的信息。本文提取以 (f_{0x}, f_{0y}) 为中心的频谱 $C(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y})$, 即(5) 式中的第二项。使用的滤波函数为

$$H(f_x, f_y) = \text{rect}\left[\frac{f_x - f_{0x}}{f_{0x}}\right] * \text{rect}\left[\frac{f_y - f_{0y}}{f_{0y}}\right] \quad (6)$$

$$G(f_x, f_y) \otimes H(f_x, f_y) = C(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y}) \quad (7)$$

将提取的频谱函数 $C(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y})$ 平移至频率平面中心, 利用傅里叶变换平移定理可得

$$c(x, y) = F^{-1}[C(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y})] = F^{-1}[C(f_x, f_y)] \quad (8)$$

由(4) 式 $c(x, y) = \frac{1}{2}I_0(x, y)\gamma_0 \exp[i\Phi_0(x, y)]$ 可得 $0 \sim 2\pi$ 之间的波面相位变化为

$$\bar{\Phi}_0(x, y) = \Phi_0(x, y) \bmod(2\pi) \quad (9)$$

当 $\text{Re}[c(x, y)] > 0$ 时

$$\bar{\Phi}_0(x, y) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \quad (10)$$

当 $\text{Re}[c(x, y)] < 0$ 时

$$\bar{\Phi}_0(x, y) = \pi + \tan^{-1} \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \quad (11)$$

$\text{Im}[c(x, y)]$, $\text{Re}[c(x, y)]$ 分别为 $c(x, y)$ 的虚部和实部, 由(9), (10) 式可得实域内波面变化的等相位分布曲线。如何由 $\bar{\Phi}_0(x, y)$ 恢复波面相位 $\Phi_0(x, y)$ 是解决问题的关键。我们以未经过相位物体的相干波面为参考, 假设波面的位相变化是连续的, 由于 $\Phi_0(x, y)$ 为正表示相位滞后, $\Phi_0(x, y)$ 为负表示相位凸前, 因此对 $0 \sim 2\pi$ 之间的 $\bar{\Phi}_0(x, y)$ 作如下处理: 若扰动部分相对于未扰动部分为光密介质, 则相位图上发生 $2\pi \rightarrow 0$ 相位跃变处的相位面的各点的相位增加 2π ; 发生 $0 \rightarrow 2\pi$ 相位跃变处后的各点的相位减少 2π ; 若扰动部分相对于未扰动部分为光疏介质, 则相位图上发生 $2\pi \rightarrow 0$ 相位跃变处的相位面的各点的相位减少 2π ; 发生 $0 \rightarrow 2\pi$ 相位跃变处后的各点的相位增加 2π 。按上述过程进行相位累加的过程称为相位展开。

3 实验结果与分析

实验使用 F-P 干涉仪获得干涉图, 激光光源为 He-Ne 激光器, 实验模型为柱状散热体, 将柱状散热体置于 F-P 两个反射镜之间, 对散热体加热使其产生稳定的温度场。温度场变化引

起了折射率场的变化,从而引起了相干波面的变化,干涉图则记录着相位场的分布信息,反映干涉波面的变化。应用电子耦合器件 CCD 获取 F-P 干涉仪产生的干涉图,用多媒体采集卡对干涉图进行捕获,捕获的干涉图的干涉条纹强度分布是由灰度值表示的(本实验应用的图像采集卡灰度等级为 256)。对灰度图像作二维傅里叶变换获得空间频谱分布,如(5)式所示。对空间频谱进行滤波和平移,由傅里叶变换和平移定理即可获得波面的相位变化信息,但只是 $0 \sim 2\pi$ 之间的相位分布信息,换言之,仅获得等相位线分布曲线,如(9)式所示。应用相位展开技术即可从等相位线分布曲线得到完整的相干波面的空间相位分布。

图 1 为 F-P 干涉仪捕获的干涉图。图 2 为经过处理后的等相位分布曲线,实线与虚线相位相差半个周期。图 3 为应用相位展开恢复的相干波面的相位分布,是用灰度图像来表示的,灰度值为零处表示参考波面,灰度值小于零表示相位滞后,灰度值大于零表示相位凸前。

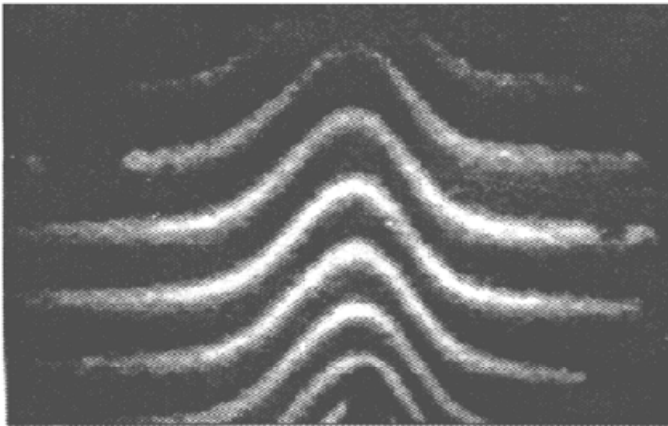


图 1 原始的干涉图

Fig. 1 Original interferogram

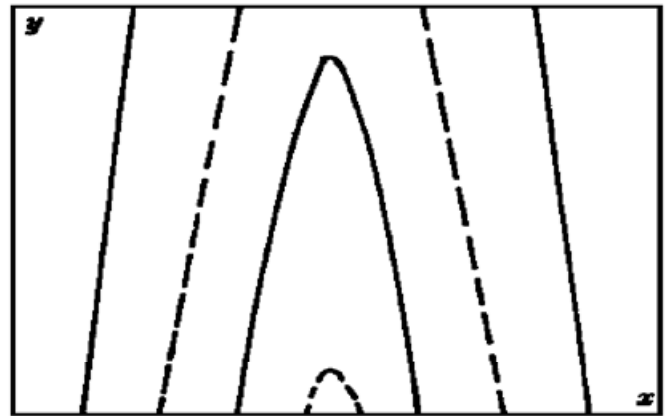


图 2 等相位分布曲线

Fig. 2 Topography of wavefront

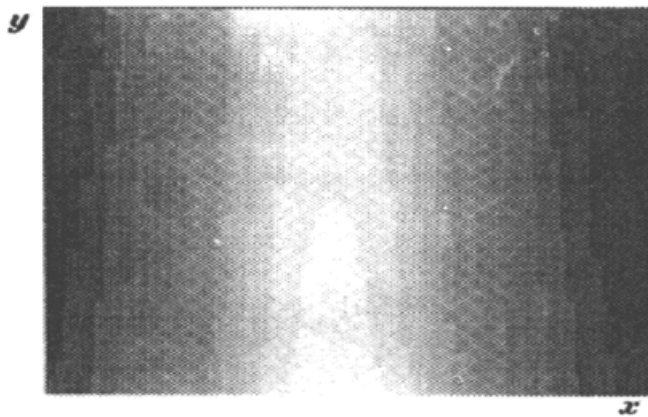


图 3 重建波面的灰度值分布

Fig. 3 The reconstructed wave-front with the phase-unwrapping method

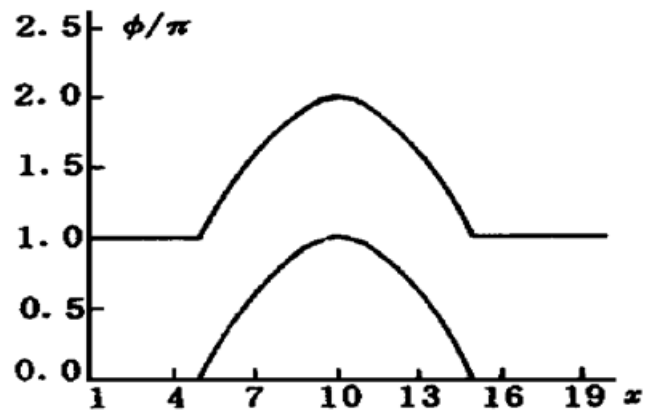


图 4 相位展开与条纹跟追的比较

Fig. 4 Comparison of phase unwrapping methods and the fringe tracing method

图 4 为应用条纹跟追方法重建波前与相位展开方法重建波前结果的比较。取距离干涉图底部 2cm 处截面的相位分布进行比较,上方的曲线代表的相位分布为条纹跟追方法的重建结果,下方的曲线代表的相位分布为相位展开方法的重建结果,中间的间隔是为了便于比较对曲线进行平移的结果。从比较可得,这两种方法的重建结果一致。但是条纹跟追方法的缺点是必须预知相位场的分布特性,才能获得完整的波面相位分布。相位展开方法能够克服相移方法和条纹跟追方法中的缺陷,但是,对于干涉波面数据丢失较多的情形(例如相位场中含有遮挡物,

导致波面数据丢失), 相位展开方法同样需要结合原场的分布特征, 并且计算量大大增加。

参 考 文 献

- 1 K. Creath. Phase-measurement interferometry techniques. E. Wolf Ed. Progress in Optics ¹¹—EI Sevier Science Publishers B. V, New York: Wiley, 1988. 895~ 918
- 2 T. Yoshizawa, T. Tomisawa. Shadow moire topography by means of the phase-shifting method. *Opt. Eng.*, 1993, **32**(7): 1668~ 1674
- 3 J. S. Slepicka, S. S. Cha. Stabilized nonlinear regression for interferogram analysis. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(23): 5039~ 5044
- 4 T. M. Kreis. Computer aided evaluation of fringe patterns. *Optics and Lasers in Engineering*, 1993, **19**(4~ 5): 221~ 240
- 5 Enxi Yu, Soyong S. Cha. Two-dimensional nonlinear regression for interferogram analysis. *SPIE*, 1996, **2546**: 297~ 306
- 6 Donald J. Bone. Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(25): 3627~ 3632
- 7 T. R. Judge, P. J. Bryanston-Cross. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis. *Optics and Lasers in Engineering*, 1994, **21**(4): 199~ 239
- 8 He Anzhi, Yan Dapeng. Laser Transient Interferometry Measurement. Beijing: Mechanics Press, 1993. 128~ 168 (in Chinese)

A Wave-front Reconstruction Technique

Wu Donglou He Anzhi

(Applied Physics Department, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)

Abstract The major methods of wave-front reconstruction are fringe tracing and phase-shifting. The defaults exist in the two methods. The fringe tracing method acquires the prior distribution characteristics of the field to reconstruct the whole wave-front. The phase shifting method needs more than three interferograms on the same view angle. In this paper, a phase unwrapping method is applied to reconstruct the wave-front basing on one interferogram. The method used in coherence measurement is based on Furrier transform. The reconstruction result is compared to the result acquired with the fringe tracing method.

Key words phase unwrapping, fringe tracing, phase shifting, interferometry