

激光双脉冲 DSPI 系统性能分析： 误差及控制*

彭 翔 朱绍明 张宗华 胡小唐

(天津大学精仪学院国家教委光电子信息工程开放实验室 天津 300072)

提要 分析研究了动态散斑相关条纹图的数字化、量化、空间相移误差及散斑随机噪声等因素对双脉冲激光数字散斑干涉系统位相重建精度的影响,并提出了控制测量误差的方法。

关键词 双脉冲 DSPI, 系统性能, 误差分析

双脉冲数字散斑干涉技术(DP-DSPI)是定量研究高速动态过程的有力工具^[1,2]。最近,作者建立了基于空间数字相移技术的脉冲数字散斑干涉系统^[3],并将该系统成功地应用于瞬态心动位移的测试^[4]。本文将对动态散斑相关条纹图像数字化、量化、相移误差及随机噪声等影响该光学系统位相重建精度的因素进行分析,并用计算机模拟对理论分析进行了验证。

1 图像数字化及量化误差

使用脉冲数字散斑干涉系统进行测量,首先必须将获取的动态散斑图 $I(x, y)$ 数字化,即在空间上加以取样(离散化)和灰度上量化(灰度级)。为了得到被测物体的相关条纹图准确的位相分布,采样时需满足一定的条件。如果灰度级不足够多,量化也会引入一定的误差。

1.1 采样

采样形式的散斑相关条纹图 $I_s(x, y)$ 为

$$I_s(x, y) = I(x, y) \cdot S(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(m\Delta x, n\Delta y) \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \quad (1)$$

其中, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克 δ 函数, $\Delta x, \Delta y$ 分别为 x, y 方向的采样周期,也就是 CCD 像素尺寸大小。由于在频域空间 (u, v) 里,空间域 δ 函数无穷阵列的傅里叶变换仍是 δ 函数的无穷阵列,所以采样条纹图 $I_s(x, y)$ 的频谱为

$$F\{I_s(x, y)\} = \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_I \left[u - m \frac{1}{\Delta x}, v - n \frac{1}{\Delta y} \right] \quad (2)$$

其中, $F_I = F\{I(x, y)\}$ 。由(2)式可见,取样后 $I_s(x, y)$ 的频谱是原 $I(x, y)$ 频谱在 u, v 平面内按周期无限重复。采样定理(Shannon)要求:若要能够从带限函数的抽样中完整恢复原函数,则必须使抽样间隔满足如下条件

* 国家自然科学基金资助项目(69378020)。

收稿日期: 1998-01-04; 收到修改稿日期: 1998-03-30

$$\Delta x \leq 1/2\omega \quad \Delta y \leq 1/2\omega \quad (3)$$

其中 2ω 为散斑相关条纹图的带宽。由于条纹图函数的频带取决于空间载波的频率^[6], 即

$$2\omega = 1/P_M = \sin\theta/\lambda \quad (4)$$

其中 P_M 为空间载波周期, θ 为参、物光间夹角, λ 为激光波长。根据(3)和(4)式, 有

$$\Delta x \leq \lambda/\sin\theta \quad \Delta y \leq \lambda/\sin\theta \quad (5)$$

(5) 式表明, 若要满足采样定理的要求, 则采样间隔必须小于载波周期。也就是说在每个载波条纹上至少要有两个采样点。利用空间并行相移技术分析散斑相关条纹图, 必须满足($\alpha = 90^\circ$)^[3]

$$P_M = 4\Delta x \quad (6)$$

由(6)式可知, 空间并行相移技术要求每个条纹周期上应有 5 个采样点。它超过了采样定理所要求的每个载波条纹上至少要有两个采样点的条件, 因此因采样产生的误差可以忽略不计。

从上面分析可见, 只要满足(6)式的条件, 便可满足采样定理的要求。而对于反映物体变形信息的散斑相关条纹图, 散斑是信息的载体。因此, 如果要使空间变化的信息调制在散斑上, 则要求散斑的平均尺寸至少要大于或等于载波周期 P_M 。此时才能满足散斑场相关性的要求: 即左(或右)移一个像素后, 散斑场依然保持相关。对于散斑平均尺寸, 可以通过选择成像透镜焦距和孔径(狭缝)大小进行控制。

1.2 量化

由于图像卡的灰度级的表示范围有限(例如 8 bit, 12 bit 等), 所以会给位相重建带来误差。根据文献[3], 带有量化误差的相关条纹图为

$$I_0(\vec{r}) = I_0(\vec{r})[1 + \cos\Delta\varphi(\vec{r})] + \Delta_I \quad (7)$$

其中, Δ_I 为将相关条纹强度图转换成数字形式所产生的误差, 它为均匀分布的随机误差

$$P(\Delta_I) = \begin{cases} 1 & -0.5 < \Delta_I < 0.5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

如果将光学强度转换成位相, 对于灰度级为 255 的图像卡, 则根据(8)式, 量化误差可以由下式确定

$$\varphi = \pm 2\pi/(2 \times 255) = 0.01 \text{ rad} \quad (9)$$

由(9)式可见, 对于灰度级为 8 bit(255)的图像卡, 量化所带来的误差很小。

2 算法精度

我们所建立的脉冲数字散斑干涉系统是基于空间并行相移进行条纹自动分析的技术^[3,4]。在空间并行相移技术中, 一方面移相量不准确会在解调的位相分布中引入误差; 另一方面条纹的自动分析最终是在相关条纹的基础上进行, 因此随机散斑噪声也会带来一定误差。下面分别对二者进行讨论。

2.1 相移误差

根据文献[3], 经过数字相移相减获得的两幅相关条纹图为

$$I_{\pm\alpha}(\vec{r}) = I_0(\vec{r})\{1 - \cos[\Delta\varphi(\vec{r}) \pm \alpha]\} \quad (10)$$

其中 α 为由参、物光间的夹角 θ 引入的相移。在实验中, 由于 θ 的不准确, 从而给相移角 α 引入了大小为 e 的误差, 则(10)式变为

$$I_{\pm\alpha}^c(\vec{r}) = I_0(\vec{r}) \{1 - \cos[\Delta\mathcal{Q}(\vec{r}) \pm (\alpha + e)]\} \quad (11)$$

根据(10)式及(11)式分别解调出的位相表达式为

$$\Delta\mathcal{Q}(\vec{r}) = \tan^{-1} \left| \frac{I_{\alpha}(\vec{r}) - I_{-\alpha}(\vec{r})}{I_{\alpha}(\vec{r}) + I_{-\alpha}(\vec{r}) - 2I_0(\vec{r})} \tan \frac{\alpha}{2} \right| \quad (12)$$

$$\Delta\mathcal{Q}_e(\vec{r}) = \tan^{-1} \left| \frac{I_{\alpha}^c(\vec{r}) - I_{-\alpha}^c(\vec{r})}{I_{\alpha}^c(\vec{r}) + I_{-\alpha}^c(\vec{r}) - 2I_0(\vec{r})} \tan \frac{\alpha + e}{2} \right| \quad (13)$$

比较(12),(13)式,则由于相移误差引入的解调位相相对误差 e_r 为

$$e_r = \frac{\sqrt{[\Delta\mathcal{Q}(m,n) - \Delta\mathcal{Q}_e(m,n)]^2}}{\Delta\mathcal{Q}(m,n)} \times 100\% \quad (14)$$

计算机模拟结果表明:当相移角 α 有 1.11% 的相对误差时(理论上按照 α 等于 90° 计算位相,实际上由于偏转角度 θ 的不准确,使 α 等于 89°),解调位相相对误差 e_r 为 1.22%。为了减小相移量引入的误差,实验中一方面可以使用精密转台精确控制偏转角度 θ 以减小相移角 α 的误差,另一方面可以根据位相差相差 180° 的两幅相关散斑条纹图明暗条纹正好相反的特点监控相移量的准确性。

2.2 随机散斑噪声引入的误差

从光学粗糙物表面散射的散射光复振幅可表示为 $U(\vec{r}_0)\rho(\vec{r}_0)$ 。其中, $U(\vec{r}_0)$ 为入射光复振幅; $\rho(\vec{r}_0)$ 为描述物体表面粗糙度的平稳高斯随机变量。像面处复振幅的自相关为

$$C_U(\vec{r}, \vec{r}') = \langle U(\vec{r})U^*(\vec{r}') \rangle = \iint U_0(\vec{r}_0)U_0^*(\vec{r}_0') \langle \rho(\vec{r}_0)\rho^*(\vec{r}_0') \rangle h(\vec{r} - \vec{r}_0)h^*(\vec{r}' - \vec{r}_0') d\vec{r}_0 d\vec{r}_0' \quad (15)$$

其中 $h(\vec{r})$ 为成像系统脉冲响应函数(为简单起见,假设放大率为 1),它是孔径函数的傅里叶变换。假设物体振幅相对于 h 的宽度变化缓慢,因此积分时可将其近似看成常数提出积分号。对于颗粒足够精细的物表面, ρ 的自相关函数为狄拉克函数,于是有

$$C_U(\vec{r}, \vec{r}') = |U_0(\vec{r}_0)|^2 \int h(\vec{r} - \vec{r}_0)h^*(\vec{r}' - \vec{r}_0) d\vec{r}_0 = I(\vec{r}) \langle C_h(\Delta\vec{r}) \rangle \quad (16)$$

其中 C_h 为脉冲响应函数 h 的自相关, $\Delta\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$ 。根据高斯矩定理可以得到光强度的自相关函数

$$C_I(\vec{r}, \vec{r}') = \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle = \langle I(\vec{r}) \rangle^2 [1 + |C_h(\Delta\vec{r})|^2] \quad (17)$$

通常,光强度探测器面积远大于散斑平均尺寸。探测到的光功率 P 是面积为 A_D 的探测器靶面内光强的积分^[5],即

$$P = \int_D I(\vec{r}) d\vec{r} = \int D(\vec{r}) I(\vec{r}) d\vec{r} \quad (18)$$

其中 $D(\vec{r})$ 是代表探测面 A_D 的二值函数。

定义由于散斑噪声引起的光功率的方差和均值之比为

$$\delta P^2 / \langle P \rangle^2 = (\langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2) / \langle P \rangle^2 \quad (19)$$

根据(18)可分别计算出 $\langle P \rangle$ 和 $\langle P^2 \rangle$,进而得到

$$\langle P^2 \rangle = \langle P \rangle^2 [1 + \int |C_h(\vec{r})|^2 d\vec{r} / A_D] \quad (20)$$

上式中的积分部分为散斑相关单元的平均面积。因此,探测表面 A_D 内的散斑平均个数为

$$N = A_D / \int |C_h(\vec{r})|^2 d\vec{r} \quad (21)$$

光功率的均方差可表示为

$$\delta P^2 / \langle P \rangle^2 = 1/N \quad (22)$$

对于像距为 l , 光瞳孔径的直径为 D 的成像系统, 散斑平均面积为

$$\int |C_h(\vec{r})|^2 d\vec{r} = \pi \left[\frac{2\lambda l}{\pi D} \right]^2 = \frac{4\lambda^2 l^2}{\pi D^2} \quad (23)$$

散斑平均个数 N 还可以用透镜的 F 数表示成

$$N = A_D \pi [f / (2\lambda F l)]^2 \quad (24)$$

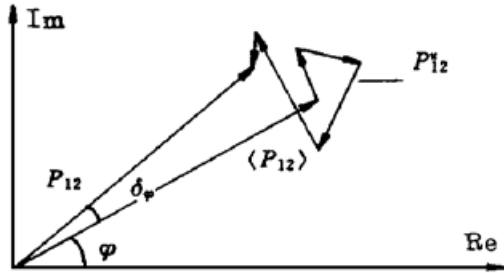


图 1 散斑噪声引入的干涉位相误差
(P_{12}^n 表示不相干部分)

Fig. 1 Interference phase error introduced by speckle noise
(P_{12}^n represents the component of non-interference)

对于双曝光散斑干涉记录, 物体变形信息调制于强度 $|U_1 + U_2|^2$ 的交流部分并可以由互强度 $I_{12} = U_1 U_2^*$ 给出。假设物体振幅 $U_0(\vec{r})$ 和变形引起的位相 $\mathcal{Q}(\vec{r})$ 相对于 h 宽度变化缓慢, 可得互强度的集平均为

$$\langle I_{12}(\vec{r}) \rangle = \langle I(\vec{r}) \rangle \exp[i\mathcal{Q}(\vec{r})] C_h(\vec{d}) \quad (25)$$

其中 $\mathcal{Q}(\vec{r})$ 为物体变形引起的位相变化, 而 \vec{d} 为物体变形引起的位移矢量场。该式表明, 互强度的实部描述了条纹项。

当探测器面积远大于散斑颗粒时, 探测器所探测的信号是许多散斑的平均。由于物体位移 \vec{d} 所引起的双曝光前后散斑场的相关或不相关部分将会使互强度 I_{12} 具有不定位相。既然探测器内只包含有限个散斑, 因此总的光功率 P_{12} (包括相关部分和不相关部分) 与其集平均 $\langle P_{12} \rangle$ (相关部分)

不相等, 如图 1 所示。因此, 由于散斑噪声引入的统计位相误差 $\delta\varphi$ 可以从光功率 P_{12} 的波动求得。假设平均干涉位相 $\langle \mathcal{Q}(\vec{r}) \rangle = 0$, 则 $\delta\varphi$ 可近似表示为

$$\delta\varphi \approx \tan \delta\varphi = \frac{\text{Im}(P_{12})}{\text{Re}(P_{12})} = \frac{\text{Im}(P_{12})}{\langle P_{12} \rangle + \text{Re}(P_{12} - \langle P_{12} \rangle)} \approx \frac{\text{Im}(P_{12})}{\langle P_{12} \rangle} \quad (26)$$

上式只有在相关部分远大于不相关部分 (如探测器内有足够多的散斑) 才成立。

对于实自相关函数 C_h , 有 $\langle I_{12}^2 \rangle = \langle I_{12}^* \rangle^2$ 。于是有

$$\langle \text{Im}^2(P_{12}) \rangle = \left\langle \left[\frac{1}{\sqrt{2}i} (P_{12} - P_{12}^*) \right]^2 \right\rangle = \frac{\langle |P_{12}|^2 \rangle - \langle P_{12} \rangle^2}{2} \quad (27)$$

$\delta\varphi$ 的均方差值为

$$\langle \delta\varphi^2 \rangle = \frac{\langle \text{Im}^2(P_{12}) \rangle}{\langle P_{12} \rangle^2} = \frac{\langle |P_{12}|^2 \rangle - \langle P_{12} \rangle^2}{2 \langle P_{12} \rangle^2} \quad (28)$$

$\langle P_{12} \rangle$, $\langle P_{12}^2 \rangle$ 和 $\langle |P_{12}|^2 \rangle$ 的表达式可分别计算出来

$$\langle P_{12} \rangle = \int D(\vec{r}) \langle I_{12}(\vec{r}) \rangle d\vec{r} = A_D \langle I \rangle \exp[i\mathcal{Q}(\vec{r})] C_h(\vec{d}) \quad (29)$$

$$\langle P_{12}^2 \rangle = \langle I \rangle^2 \exp[i2\mathcal{Q}(\vec{r})] \int C_D(\Delta\vec{r}) [C_h^2(\vec{d}) + C_h(\Delta\vec{r} + \vec{d}) C_h(\vec{d} - \Delta\vec{r})] d\Delta\vec{r} \quad (30)$$

$$\langle |P_{12}|^2 \rangle = \langle I \rangle^2 \exp[i2\mathcal{Q}(\vec{r})] \int C_D(\Delta\vec{r}) [C_h^2(\vec{d}) + C_h(\Delta\vec{r}) C_h(-\Delta\vec{r})] d\Delta\vec{r} \quad (31)$$

根据式 (29) ~ (31), 得

$$\langle \text{Im}^2(P_{12}) \rangle = \frac{1}{2} \langle I \rangle^2 A_D \exp[i2\mathcal{Q}(\vec{r})] \left[\frac{A_D}{N} - \int C_h(\Delta\vec{r} + \vec{d}) C_h(\Delta\vec{r} - \vec{d}) d\Delta\vec{r} \right] \quad (32)$$

由于噪声引起的相位均方根误差为

$$\delta\varphi = \frac{A_D/N - \int C_h(\Delta\vec{r} + \vec{d}) C_h(\Delta\vec{r} - \vec{d}) d\Delta\vec{r}}{2A_D C_h^2(\vec{d})} \quad (33)$$

该式表明, 散斑干涉场的位相随机噪声与光学系统参数及接收探测器的参数有密切关系。因为光学系统脉冲响应的自相关由成像系统的孔径决定, 而散斑数目由 CCD 靶面面积以及分辨单元(单个像素)尺寸决定。所以, 相位误差与整个系统的分辨率有关。从另一个角度看, (33) 式建立起了散斑干涉场的位相随机噪声与散斑退相关的联系, 也就是位相随机噪声与相关条纹对比度有关系。

图 2 画出了 A_D 等于 7.68 mm, 通光孔径为 0.8 mm 宽的狭缝, N 分别为 256×256 (散斑与 CCD 像素尺寸大小相等) 和 256×64 (散斑尺寸 4 倍于 CCD 像素尺寸) 时, 由于位移引起的退相关引入的相位误差。图中两种情况分别以实线和虚线表示。

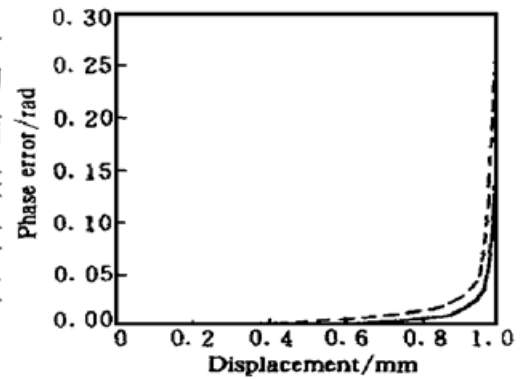


图 2 位移引起的退相关相位误差

Fig. 2 Decorrelation caused by object displacement

3 计算机模拟分析及结论

前面几节讨论了由于图像数字化、数字相移量不准确以及随机噪声引入的误差。实际上, 还应考虑数字图像处理时, 如留数点位相的决定^[6]、为减少散斑随机噪声而进行的中值滤波所引入的一些误差。利用计算机模拟相关条纹可将上述因素均考虑进去, 得到整体的位相重建精度的统计估计结果。

模拟相关条纹图为

$$I(m, n) = a(m, n) + b(m, n) \cdot \cos[\mathcal{Q}(m, n) + R(m, n)] \tag{34}$$

其中, $a(m, n)$ 为背景光强, $b(m, n)$ 为调制度, $\mathcal{Q}(m, n)$ 为位相函数, $R(m, n)$ 为叠加在位相上的均匀分布随机噪声。(34) 式中的位相分布 $\mathcal{Q}(m, n)$ 为椭球面函数。分别改变调制度和位相随机噪声大小, 用作者在文献[3, 6]中所报道的技术进行相位解调和相位复原。随机噪声的信噪比 (SNR) 定义为^[7]

$$\text{SNR} = \sigma_s^2 / \sigma_n^2 \times 100\% \tag{35}$$

所有的模拟光学条纹图均为 256×256 。取无噪声和有噪声模拟光学条纹图的第 100 行进行对比显示。图 3, 4 分别为调制度相同、信噪比不同以及调制度不相同、信噪比相同的模拟光学条纹图。图中包括背景光强、无噪声条纹和有噪声条纹。下面将讨论不同调制度和位相随机

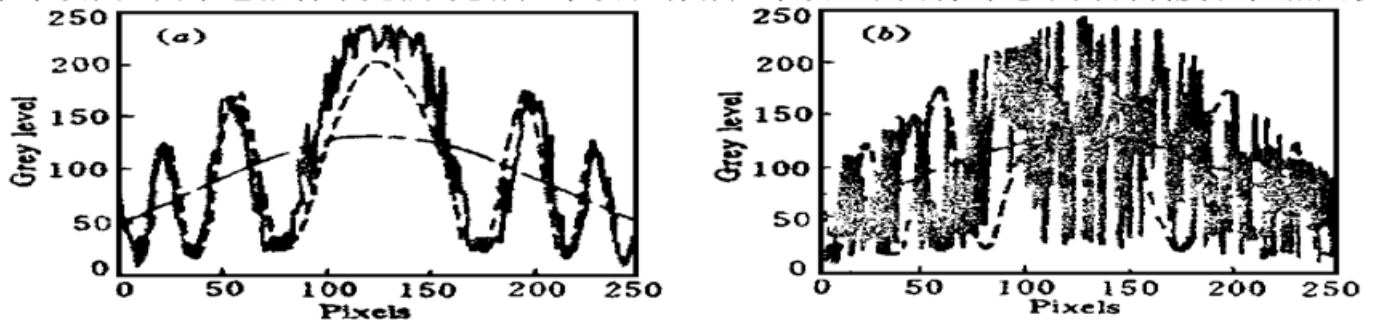


图 3 调制度为 0.8, 信噪比不同的模拟光学条纹图一维显示

(a) 信噪比为 3.30; (b) 信噪比为 0.42

Fig. 3 1-D display of simulated fringe pattern with different SNR (modulation factor is set to 0.8)

(a) SNR= 3.30; (b) SNR= 0.42

噪声大小条纹位相复原的相对误差。含噪声或低调制度条纹复原相位 $P_R(m, n)$ 与理论相位的均方根差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N [P_T(m, n) - P_R(m, n)]^2} \quad (36)$$

其中 $P_T(m, n)$ 为用不带噪声、调制度等于 0.8 模拟条纹图计算所得相位值; 相对误差定义为

$$e_r = \sigma / \overline{P_T} \quad (37)$$

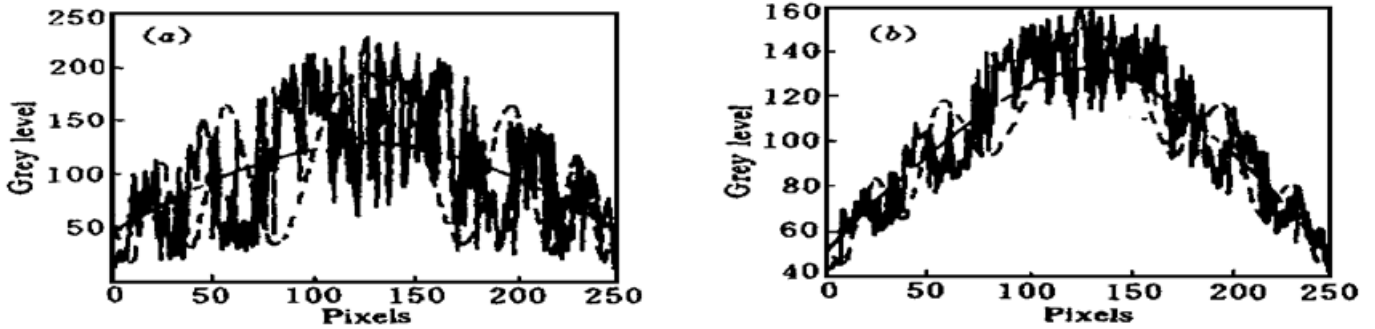


图 4 信噪比为 0.47, 调制度不同的模拟光学条纹图一维显示

(a) 调制度为 0.7; (b) 调制度为 0.2

Fig. 4 1-D display of simulated fringe pattern with different modulation factors (SNR is set to 0.47)

(a) modulation factor= 0.7; (b) modulation factor = 0.2

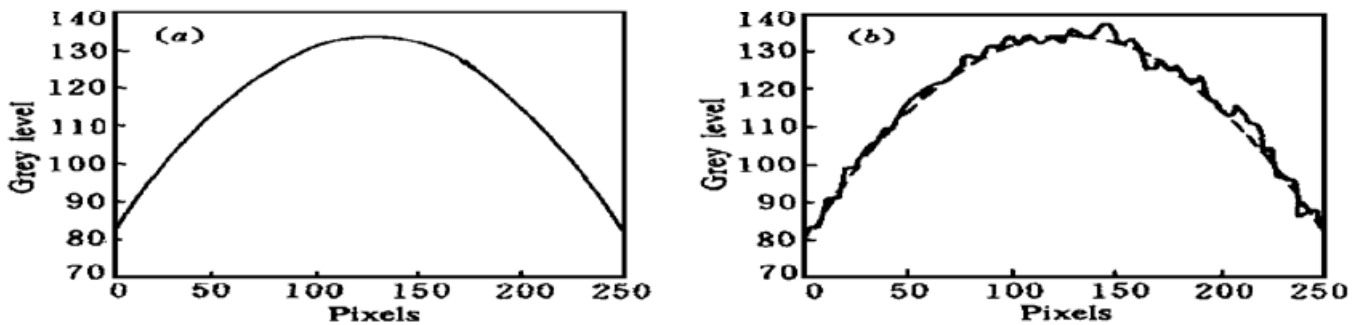


图 5 调制度为 0.8, 信噪比不同的模拟光学条纹位相复原图一维显示

(a) 信噪比为 3.30; (b) 信噪比为 0.42

Fig. 5 1-D display of unwrapped phase map with different SNR (modulation factor is set to 0.8)

(a) SNR= 3.30; (b) SNR= 0.42

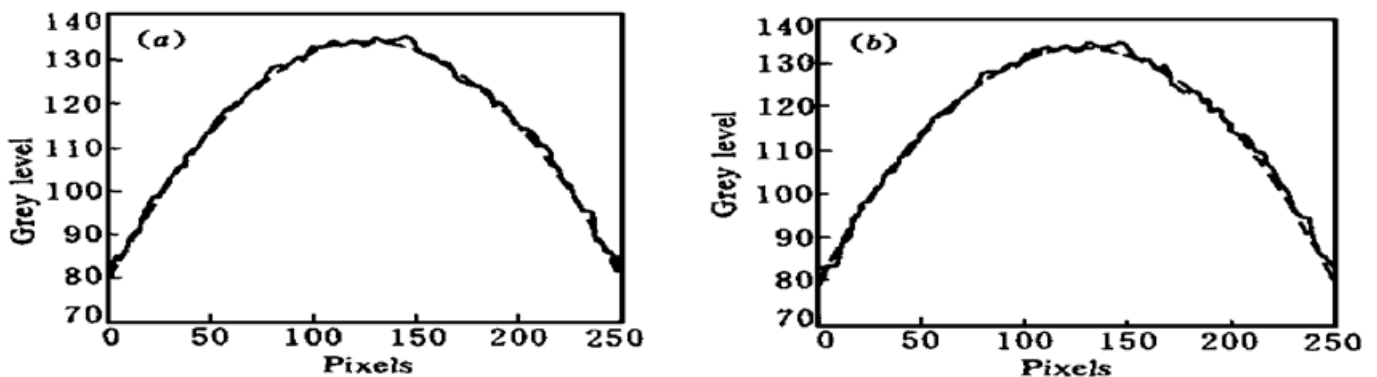


图 6 信噪比为 0.47, 调制度不同的模拟光学条纹位相复原图一维显示

(a) 调制度为 0.7; (b) 调制度为 0.2

Fig. 6 1-D display of unwrapped phase map with different modulation factor (SNR is set to 0.47)

(a) modulation factor= 0.7; (b) modulation factor = 0.2

图 5 和 6 分别为不同调制度和信噪比的解调位相进行多面体拟合^[6]和 7×7 中值滤波后的一维显示(图中虚线为理论值, 实线为实际解调位相值)。相对误差随调制度和信噪比的变化曲线如图 7 与图 8 所示。从曲线可见, 相位相对误差随着调制度减小或信噪比降低而增大。在实际应用时, 应尽量减少相关条纹图的随机散斑噪声, 例如对相关条纹图进行空间滤波, 提高条纹图的信噪比, 以获得高质量的位相重建精度。

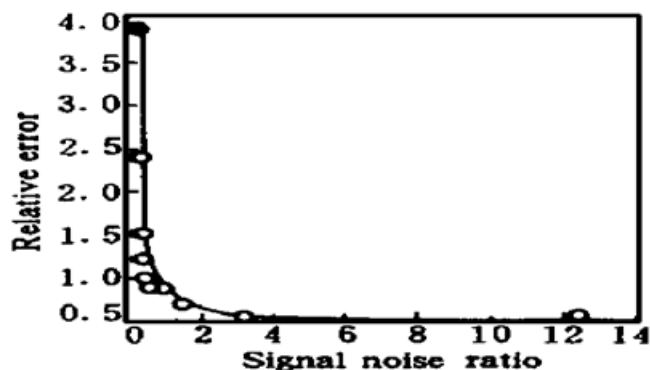


图 7 相对误差随信噪比的变化曲线

Fig. 7 Relative error varies with SNR

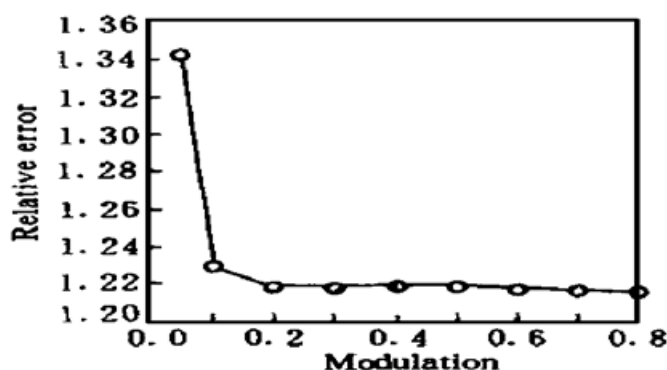


图 8 相对误差随调制度的变化曲线

Fig. 8 Relative error varies with MF

参 考 文 献

- 1 R. Spooen. Double-pulse subtraction TV holography. *Opt. Eng.*, 1992, **31**(5): 1000~ 1007
- 2 G. Pderini, Y. L. Zou, H. J. Tiziani. Double pulse-electronic speckle interferometry. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(1): 89~ 96
- 3 Peng Xiang, Zhu Shaoming, Gao Zhi *et al.*. Double-pulse digital speckle pattern interferometry. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1996, **A23**(9): 847~ 851 (in Chinese)
- 4 Peng Xiang, Zhu Shaoming. The measurement of cardiac displacement using DSPI. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(9): 814~ 818 (in Chinese)
- 5 J. C. Dainty. *Laser Speckle and Related Phenomena*. Berlin: Springer-Verlag, 1975. 20~ 156
- 6 Peng Xiang, Zhu Shaoming, Ye Shenghua. Phase decoding of interferogram with random noise and segmented-discontinuity. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(4): 352~ 358 (in Chinese)
- 7 A. B. Carlson. *Communication Systems, an Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1986. 469~ 508

Performance Analysis of DP-DSPI: Error and Control

Peng Xiang Zhu Shaoming Zhang Zonghua Hu Xiaotang

(College of Precision Instrumentation & Opto-electronics Engineering, Tianjin University, Open Laboratory of Photoelectronics and Information Engineering, National Education Committee, Tianjin 300072)

Abstract The performance of double-pulsed digital speckle pattern interferometry based on a Nd:YAG laser system and spatial phase-shift algorithm is analyzed in detail, which involves the sampling error, digitization error, phase-shift error and the error caused by random speckle noise. The computer simulations are also used to give an entire statistical estimation of errors and simulation results show good agreement with a theoretical analysis.

Key words double-pulsed DSPI, system performance, error analysis