

# 量子微腔双模驻波场中三能级原子的俘获\*

张 力 王 成 孙昌璞 李延敏

(东北师范大学物理系 长春 130024)

**提要** 分析了量子微腔中双模驻波场与三能级原子的相互作用。讨论了三能级原子被真空双模腔场俘获的条件和大光子数条件下能级的重叠及其对原子俘获的影响。

**关键词** 腔体电动力学, 三能级原子, 激光致冷

## 1 引 言

近年来激光冷却原子理论和腔体技术取得的令人瞩目的进展之一是实现了离子与中性原子的俘获<sup>[1~5]</sup>。在量子微腔中原子和量子化的电磁场交换能量, 吸收和发射的光子动量被原子机械运动补偿导致了原子的俘获。实验上已成功地实现了在高质量量子微腔中利用激光对原子的冷却和俘获<sup>[1~3]</sup>。但迄今为止, 在理论上的讨论较多的是从 JC 模型出发, 研究两能级原子与单模电磁场相互作用问题。但由于三能级原子与双模光场的作用可以有较大的质心运动动量转移, 使得研究三能级原子在微腔中与双模驻波场的相互作用很有意义。基于此, 本文分析了三能级原子与双模光场的相互作用, 讨论了三能级原子被双模真空量子微腔俘获的条件及大光子数下能级重叠后非绝热效应对俘获的影响。

## 2 三能级原子与双模驻波场的相互作用

考虑量子微腔中频率为  $\omega_1, \omega_2$  的双模驻波场与  $|g_1\rangle, |g_2\rangle$  为基态,  $|e\rangle$  为激发态的三能级原子相互作用。在旋转波近似下, 体系的哈密顿量可写为

$$H_d = \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2 + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_{g_1} |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar\omega_{g_2} |g_2\rangle\langle g_2| + \hbar\Omega_1 \sin k_1 x (a_1 |e\rangle\langle g_1| + a_1^\dagger |g_1\rangle\langle e|) + \hbar\Omega_2 \sin k_2 x (a_2 |e\rangle\langle g_2| + a_2^\dagger |g_2\rangle\langle e|) \quad (1)$$

其中  $\hbar\omega_{g_1}, \hbar\omega_{g_2}, \hbar\omega_e$  分别为三能级原子基态、激发态的能级;  $a_1^\dagger, a_1, a_2, a_2^\dagger$  分别为腔场  $\omega_1, \omega_2$  的产生、湮灭算符;  $\Omega_1, \Omega_2$  为双模光场  $\omega_1, \omega_2$  与原子的电偶极耦合系数;  $x$  为原子质心运动坐标;  $k_i = \omega_i/c (i = 1, 2)$  为驻波腔场的波矢。

将(1)式代入 Schrodinger 方程, 当满足

\* 国家自然科学基金会优秀中青年人才专项基金和霍英东基金会青年教师基金资助课题。

收稿日期: 1997-12-22; 收到修改稿日期: 1998-03-16

$$\omega_1 + \omega_{g1} = \omega_2 + \omega_{g2} \equiv u \quad (2)$$

时,体系可得到精确可解的本征值

$$E_0 = \hbar(n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + u)$$

$$E_{\pm} = E_0 + \frac{1}{2} \hbar(\omega_e - u) \pm \hbar \sqrt{\left[\frac{\omega_e - u}{2}\right]^2 + \Omega_1^2(n_1 + 1)\sin^2 k_1 x + \Omega_2^2(n_1 + 1)\sin^2 k_2 x} \quad (3)$$

相应的本征函数

$$\begin{aligned} | \varphi_0(x) \rangle &= \sin \theta_2(x) | g_1, n_1 + 1, n_2 \rangle - \cos \theta_2(x) | g_2, n_1, n_2 + 1 \rangle \\ | \varphi_+(x) \rangle &= \sin \frac{\theta_1(x)}{2} (\cos \theta_2(x) | g_1, n_1 + 1, n_2 \rangle + \sin \theta_2(x) | g_2, n_1, n_2 + 1 \rangle) + \cos \frac{\theta_1(x)}{2} | e, n_1, n_2 \rangle \\ | \varphi_-(x) \rangle &= -\cos \frac{\theta_1(x)}{2} (\cos \theta_2(x) | g_1, n_1 + 1, n_2 \rangle + \sin \theta_2(x) | g_2, n_1, n_2 + 1 \rangle) + \sin \frac{\theta_1(x)}{2} | e, n_1, n_2 \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \tan \theta_1(x) &= \frac{2 \sqrt{\Omega_1^2(n_1 + 1)\sin^2 k_1 x + \Omega_2^2(n_1 + 1)\sin^2 k_2 x}}{\omega_e - u} \\ \tan \theta_2(x) &= \frac{\Omega_2 \sqrt{n_2 + 1} \sin k_2 x}{\Omega_1 \sqrt{n_1 + 1} \sin k_1 x} \end{aligned} \quad (5)$$

由(3), (4)式,可发现 $| \varphi_0(x) \rangle$ 量子态所对应的能量本征值不涉及到激发态,此量子态在绝热演化中的粒子数不变,称之为暗态。

### 3 三能级原子在双模腔场中的俘获

现考虑双模腔场对三能级原子的俘获或排斥作用。显然原子进入腔场后如处在 $| \varphi_-(x) \rangle$ 状态,量子微腔将俘获原子。反之,原子进入微腔后处在 $| \varphi_+(x) \rangle$ 状态,量子微腔将排斥原子。下面分两种情况来讨论。

1) 若 $\omega_e > u \equiv \omega_1 + \omega_{g1} = \omega_1 + \omega_{g2}$ ,即 $\omega_e - \omega_{g1} > \omega_1$ , $\omega_e - \omega_{g2} > \omega_2$ 时,因为在腔内部( $0 < x < L$ )

$$\tan \theta_1(x) = \frac{2 \sqrt{\Omega_1^2(n_1 + 1)\sin^2 k_1 x + \Omega_2^2(n_1 + 1)\sin^2 k_2 x}}{\omega_e - u} > 0$$

$$\tan \theta_1(0) = 0$$

$$\text{则} \quad \theta_1(x=0) = 0 \quad \tan \theta_2(x=0) = \frac{\Omega_2 \sqrt{n_2 + 1} k_2}{\Omega_1 \sqrt{n_1 + 1} k_1} \quad (6)$$

在真空腔体边端 $x = 0$ 处

$$\begin{aligned} | \varphi_0(0) \rangle &= \sin \theta_2(0) | g_1, 1, 0 \rangle - \cos \theta_2(0) | g_2, 0, 1 \rangle \\ | \varphi_+(x) \rangle &= | e, 0, 0 \rangle \\ | \varphi_-(x) \rangle &= -\cos \theta_2(0) | g_1, 1, 0 \rangle - \sin \theta_2(0) | g_2, 0, 1 \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

a) 处在激发态 $\psi(0) = | e, 0, 0 \rangle$ 的原子进入真空腔( $n_1, n_2 = 0$ ), $\psi(0) = | e, 0, 0 \rangle = | \varphi_+(0) \rangle$ 原子将受到真空腔的排斥。

b) 处在暗态 $| \psi(0) \rangle = | \varphi_0(0) \rangle = \sin \theta_2(0) | g_1, 1, 0 \rangle - \cos \theta_2(0) | g_2, 0, 1 \rangle$ 的原子将不受真

空腔的作用, 无作用地通过真空腔。

c) 处在基态  $|g_1, 1, 0\rangle$  和  $|g_2, 0, 1\rangle$  的原子

$$|g_1, 1, 0\rangle = \sin\theta_2(0) |\varphi_0\rangle - \cos\theta_2(0) |\varphi_-(0)\rangle$$

$$|g_2, 0, 1\rangle = -\sin\theta_2(0) |\varphi_-\rangle - \cos\theta_2(0) |\varphi_0(0)\rangle \text{ 将被真空腔吸引。}$$

2) 若  $\omega_e < u \equiv \omega_1 + \omega_{g1} = \omega_1 + \omega_{g2}$ , 即  $\omega_e - \omega_{g1} < \omega_1$ ,  $\omega_e - \omega_{g2} < \omega_2$  时, 则

$$\tan\theta_1(x) = \frac{2\sqrt{\Omega_1^2(n+1)\sin^2k_1x + \Omega_2^2(n+1)\sin^2k_2x}}{\omega_e - u} < 0$$

$$\tan\theta_1(0) = 0$$

$$\theta_1(x=0) = \pi \quad \tan\theta_2(x=0) = \frac{\Omega_2\sqrt{n_2+1}k_2}{\Omega_1\sqrt{n_1+1}k_1} \quad (8)$$

在真空腔体边端  $x=0$  处

$$|\varphi_0(0)\rangle = \sin\theta_2(0) |g_1, 1, 0\rangle - \cos\theta_2(0) |g_2, 0, 1\rangle$$

$$|\varphi_+(x)\rangle = \cos\theta_2(0) |g_1, 1, 0\rangle + \sin\theta_2(0) |g_2, 0, 1\rangle \quad (9)$$

$$|\varphi_-(x)\rangle = |e, 0, 0\rangle$$

a) 处在激发态原子  $|\varphi(0)\rangle = |e, 0, 0\rangle$  将被真空腔俘获。

b) 处在暗态的原子  $|\varphi(0)\rangle = |\varphi_0(0)\rangle = \sin\theta_2(0) |g_1, 1, 0\rangle - \cos\theta_2(0) |g_2, 0, 1\rangle$  将不受真空腔的作用, 无作用地通过真空腔。

c) 处在基态  $|g_1, 1, 0\rangle$  和  $|g_2, 0, 1\rangle$  的原子

$$|g_1, 1, 0\rangle = \sin\theta_2(0) |\varphi_0\rangle + \cos\theta_2(0) |\varphi_+(0)\rangle$$

$$|g_2, 0, 1\rangle = \sin\theta_2(0) |\varphi_+\rangle - \cos\theta_2(0) |\varphi_0(0)\rangle \text{ 将被真空腔排斥。}$$

综上所述, 处在暗态的原子将不受作用地自由通过双模真空。在  $\omega_e > u$  时, 真空微腔俘获基态原子,  $\omega_e < u$  时, 真空微腔俘获激发态原子。

## 4 大光子数能级重叠及对原子俘获的影响

在以上分析中, 都是假定体系的能级是不重叠的, 体系是绝热演化的。即原子质心运动的速度不足以激发相邻能级之间的跃迁。但从(4)式可以看出, 分属不同的  $n_1, n_2$  光子数所对应的能级中心  $E_{\text{centre}}(n_1, n_2) = n_1\hbar\omega_1 + n_2\hbar\omega_2 + \frac{1}{2}(\hbar\omega_e - u)$  是等相距的, 而  $E_+(n_1, n_2)$  和  $E_-(n_1, n_2)$  到  $E_{\text{centre}}$  的距离  $\Delta E = \hbar\sqrt{\left(\frac{\omega_e - u}{2}\right)^2 + \Omega_1^2(n_1+1)\sin^2k_1x + \Omega_2^2(n_2+1)\sin^2k_2x}$  随  $n_1, n_2$  光子数的增加而增大。当光子数  $n_1, n_2$  超过某一值时, 属于光子数  $n_1, n_2$  的能级  $E_+(n_1, n_2)$  将可能和高一级的能级  $E_-(n_1+1, n_2)$  或  $E_-(n_1, n_2+1)$  能级重叠。下面具体分析出现能级重叠的条件。

为简单起见, 考虑  $n_1 = 0$  且体系近共振情况  $\omega_e \approx u$ , 此时

$$E_0 = \hbar n_2 \omega_2 + \hbar \omega_e$$

$$E_{\pm} = \hbar n_2 \omega_2 + \hbar \omega_e \pm \hbar \sqrt{\Omega_1^2 \sin^2 k_1 x + \Omega_2^2 (n_2 + 1) \sin^2 k_2 x} \quad (10)$$

如图 1 所示, 若  $n_2$  足够大, 使得有

$$\hbar \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 (n' + 1)} + \hbar \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 n' + 1} = \hbar \omega_2 \quad (11)$$

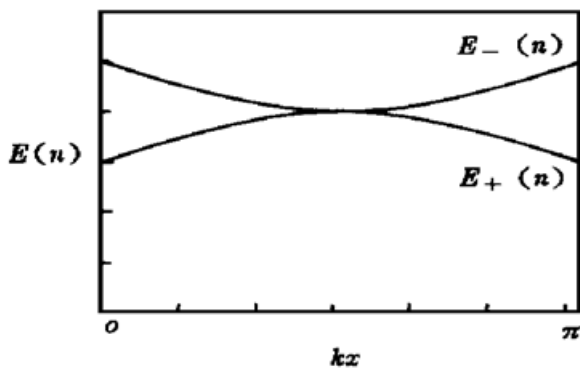


图 1 原子能级重叠示意图

Fig. 1 Drawing for overlapping of atomic energy levels

此时  $n_2 = n' - 1$  的能级  $E_+(n' - 1)$  与  $n_2 = n'$  的能级  $E_-(n')$  刚好重叠。其中

$$n' = \frac{\omega_2^2/4 - \Omega_1^2}{\Omega_2^2} \quad (12)$$

若体系的光子数  $n_2 > n'$ , 能级将出现重叠。因此, 若想保证体系是绝热演化, 需在实验上保证  $\omega_2 \gg \Omega_1, \Omega_2$ 。

显然, 如果出现能级重叠将对原子的俘获有很大影响。本来被  $|\varphi_-\rangle$  态俘获的原子可能跃迁到低一能级的  $\varphi_+$  态上, 并受到腔的排斥作用, 出现反俘获效应。这将使原子俘获变得很复杂。

## 5 结 论

本文通过分析三能级原子与量子微腔中双模腔场的相互作用得到了真空腔体俘获原子的条件。 $\omega_c > u$  时, 真空微腔俘获基态原子;  $\omega_c < u$  时腔体俘获激发态原子; 处在暗态的原子可自由通过腔体; 大光子数下能级将出现重叠的非绝热演化将影响俘获效应。

## 参 考 文 献

- 1 S. Haroche, M. Brune, J. M. Raimond. Trapping atoms by the vacuum field in a cavity. *Euro Phys. Lett.*, 1991, **14**(1): 19~ 24
- 2 E. Arimondo, W. D. Phillips, F. Strumia. Laser Manipulation of Atoms and Ions. Amsterdam: North Holland, 1992. 72
- 3 H.-J. Miesner, R. Grimm, M. Grieser *et al.*. Efficient, indirect transverse laser cooling of a fast stored ion beam. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(4): 623~ 626
- 4 Wang Cheng, Zhang Li, Sun Changpu. Analysis of adiabatic disturbing for atom capture in cavity. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(4): 385~ 388 (in Chinese)
- 5 Zhang Li, Wang Cheng, Sun Changpu. Analysis of the quasi-adiabatic dynamic process of a 3-level atom in a quantum cavity. *Chinese Science A* (中国科学 A 辑), 1996, **26**(6): 543~ 549 (in Chinese)

## Trapping of a 3-level Atom in the Double-mode Stationary Wave Field of a Quantum Micro-cavity

Zhang Li Wang Cheng Sun Changpu Li Yanmin

(Physics Department, Northeast Normal University, Changchun 130024)

**Abstract** It analyzes the interaction of a double-mode stationary field with a 3-level atom in the quantum cavity. The condition of trapping of the atom is discussed. The influence on trapping of the atom of overlapping of states, which occurs in the case when the photon number is large, is also presented.

**Key words** cavity quantum electrodynamics, 3-level atom, laser cooling