

用计算全息制作改进的 Mexican-hat 子波匹配滤波器实现二维光学子波变换*

陈鹤鸣 施伟华 贾小兵

(南京邮电学院物理教研室 南京 210003)

提要 提出了应用计算全息制作改进的 Mexican-hat 子波匹配滤波器, 在一个光学 $4f$ 系统中实现了二维子波变换, 给出了简要的理论分析和实验结果, 实验结果与计算机模拟完全一致。

关键词 子波匹配滤波器, 计算全息, 光学子波变换

1 引 言

子波变换是一种新兴的数学工具, 它的基本思想与傅里叶变换类似, 就是用一簇函数去表示一信号, 这一簇函数具有一个显著的特点, 那就是函数是通过一基本母子波函数的不同尺度的平移和伸缩构成的^[1], 因此, 子波变换不仅具有傅里叶变换的所有优点, 而且还具有处理短暂和瞬变信号的独特能力。目前, 它已广泛应用于图像处理、语音信号分析、模式识别和数据压缩等领域^[2-5]。

由于子波变换使输出信号的维数倍增, 造成数据量扩大, 因此即使是“快速”子波变换, 其数字化算法也将是极慢的^[6]。而光学运算具有并行、快速、容量大和抗干扰能力强的优点, 所以用光学方法实现子波变换具有很大的潜力, 不少科学工作者做了一定的研究^[4-7]。同时对子波函数也进行改进, 文献[8]改进了 Mexican-hat 子波函数, 给出了计算机模拟结果, 但是没有在光学上实现, 本文提出应用计算全息制作文献[8]改进的 Mexican-hat 子波匹配滤波器, 在一个光学 $4f$ 系统中实现二维子波变换, 简单分析了二维光学子波变换的理论, 讨论了应用罗曼 III 型迂回位相计算全息技术制作改进的二维 Mexican-hat 子波匹配滤波器, 最后给出了实验结果, 该结果与文献[8]的计算机模拟结果完全一致。

2 二维光学子波变换

在空域中, 二维信号 $s(x, y)$ 的子波变换由下式给出^[9, 10]

$$W(a_x, a_y, b_x, b_y) = \iint s(x, y) h_{a,b}^*(x, y) dx dy \quad (1)$$

式中 $h_{a,b}(x, y)$ 为二维子波函数, 它由基本母子波函数 $h(x, y)$ 通过不同尺度的伸缩因子 a [$=$

* 邮电部中青年教师科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-11-16; 收到修改稿日期: 1998-02-26

(a_x, a_y)] 和平移因子 $b [= (b_x, b_y)]$ 构成,

$$h_{a,b}(x, y) = \frac{1}{(a_x a_y)^{1/2}} h \left[\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y} \right] \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)可得

$$W(a_x, a_y, b_x, b_y) = \frac{1}{(a_x a_y)^{1/2}} \iint s(x + b_x, y + b_y) \times h^* \left[\frac{x}{a_x}, \frac{y}{a_y} \right] dx dy = \frac{1}{(a_x a_y)^{1/2}} s(x, y) * h^* \left[\frac{x}{a_x}, \frac{y}{a_y} \right] \quad (3)$$

上式表明, 子波变换实质上就是输入信号 $s(x, y)$ 和子波函数 $h_{a,b}(x, y)$ 的卷积运算, $W(a_x, a_y, b_x, b_y)$ 是一个四维函数。

在频域中式(3)可写为

$$W(a_x, a_y, b_x, b_y) = \iint S(\mu, \nu) H^*(a_x \mu, a_y \nu) \exp[j(2\pi \mu b_x + 2\pi \nu b_y)] d\mu d\nu \quad (4)$$

式中 $S(\mu, \nu)$, $H^*(a_x \mu, a_y \nu)$ 分别是信号 $s(x, y)$ 和子波函数 $h_{a,b}^*(x, y)$ 的傅里叶变换。(4) 式表明, 二维子波变换也可以通过子波匹配滤波器 $H^*(a_x \mu, a_y \nu)$ 和光学相关器来实现, 因此, 只要能制得子波匹配滤波器 $H^*(a_x \mu, a_y \nu)$, 就可用光学 4f 系统(如图 1 所示)实现二维子波变换。

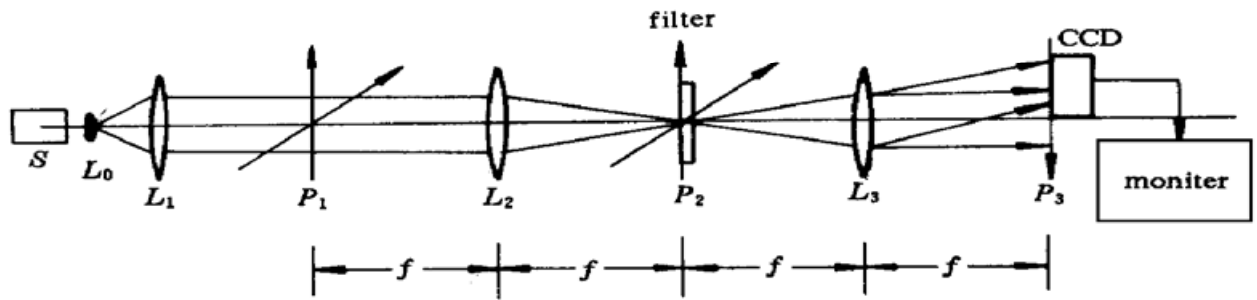


图 1 用子波匹配滤波器实现子波变换的光学实验装置

Fig. 1 Optical setup to realize the wavelet transform with a wavelet matched filter

3 改进的 Mexican-hat 子波匹配滤波器的制作

3.1 改进的 Mexican-hat 子波

为了抽取输入图像的边和角特征, 根据文献[8], 改进的一维 Mexican-hat 子波为

$$h_1(x) = \frac{2.718}{4 \sqrt{2\pi\sigma}} h(x) + 2.718 \left[\frac{\mathcal{M}x}{4\pi\sigma^2} + \frac{\sqrt{2}\mathcal{M}}{8\pi\sigma} \left[1 - \frac{x^2}{\sigma^2} \right] \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k k!}{(2k+1)!} \left[\sqrt{2} \frac{x}{\sigma} \right]^{2k+1} \right] j \quad (5)$$

式中 $\sigma > 0$ 为伸缩因子, λ 为光波波长, f 为图 1 中透镜的焦距, $h(x)$ 为一维 Mexican-hat 子波, 其表达式为

$$h(x) = \left[1 - \left[\frac{x}{\sigma} \right]^2 \right] \exp \left[- \frac{1}{2} \left[\frac{x}{\sigma} \right]^2 \right] \quad (6)$$

经过傅里叶变换, $h_1(x)$ 的频谱为

$$H(\sigma\mu) = \begin{cases} 2.718 \frac{1}{2} (2\pi\sigma\mu)^2 \exp \left[- \frac{1}{2} (2\pi\sigma\mu)^2 \right] & x' \in [0, +\infty) \\ 0 & x' \in (-\infty, 0) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\mu = \frac{x'}{\lambda f}$ 为 x 方向的空间频率, 将式(7)类推到二维情形, 可得改进的二维 Mexican-hat 子波 $h(x, y)$ 的频谱为

$$H(\sigma\mu, \sigma\nu) = \begin{cases} (2.718)^2 \frac{1}{4} (2\pi\sigma)^4 (\mu\nu)^2 \exp\left[-\frac{1}{2}(2\pi\sigma)^2(\mu^2 + \nu^2)\right] & x', y' \in [0, +\infty) \\ 0 & x', y' \in (-\infty, 0) \end{cases} \quad (8)$$

式中 $\nu = \frac{y'}{\lambda f}$ 为 y 方向的空间频率。从上面讨论可看出, $h_1(x, y)$ 的频谱是实函数。根据文献[8]的计算机数值模拟, 用改进的二维 Mexican-hat 子波提取信号特征时, 得到的信号是单峰结构, 而用二维 Mexican-hat 子波提取信号特征, 得到的信号是双峰结构, 因此, 改进的 Mexican-hat 子波对信号的提取比 Mexican-hat 子波要好。

3.2 用罗曼 π 型迂回位相计算全息技术制作改进的二维 Mexican-hat 子波匹配滤波器

采用计算全息技术制作改进的二维 Mexican-hat 子波 $h_1(x, y)$ 的匹配滤波器, 首先在频谱面上对 $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$ 进行抽样得到它的抽样值 $H_{mn}(\sigma\mu_m, \sigma\nu_n)$, 然后应用罗曼 π 型迂回位相编码方法在计算机内进行编码, 它的编码是这样实现的: $h_1(x, y)$ 的频谱 $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$ 的抽样点与

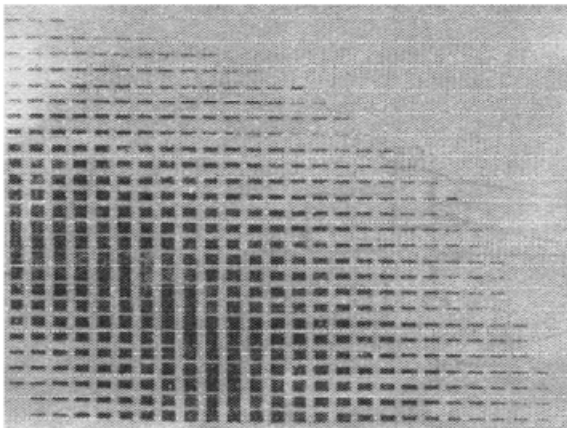


图2 改进的 Mexican-hat 子波匹配滤波器的计算全息样品

Fig. 2 The CGH's sample

(improved Mexican-hat wavelet filter)

一个抽样单元相对应, 在全息图的每个抽样单元中放置一个矩形通光孔径, 该矩形通光孔径的宽度恒为抽样单元的一半, 通过改变该矩形通光孔径的高度来编码波面的幅值, 改变矩形通光孔径的中心距抽样单元中心的位置来编码波面的相位, 经过这样编码处理后, 当用相干平行光垂直照射该全息图时, 它的第一级衍射场就是改进的二维 Mexican-hat 子波 $h_1(x, y)$ 。然后把编码处理后的信息用计算机控制的激光打印机(HP Laser Jet4)描出计算全息样品, 为了制作高质量的子波匹配滤波器, 在计算全息程序中采用了误差综合修正^[11], 计算全息样品大小为 $18 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$, 抽样点数 $m \times n$ 为 125×125 , 经缩微后改进的二维 Mexican-hat 子波 $h_1(x, y)$ 的匹配滤波器的大小为 $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 。图2为改进的二维 Mexican-hat 子波 $h_1(x, y)$ 匹配滤波器的计算全息样品。

改进的二维 Mexican-hat 子波 $h_1(x, y)$ 匹配滤波器的计算全息样品。

3.3 子波函数中不同伸缩因子的实现

对于已制作好的子波函数匹配滤波器, 如改变 $4f$ 光学系统中第一个傅里叶变换透镜的焦距 f , 根据式(5), 相当于子波函数的伸缩因子 σ 发生变化; 实现改变子波函数伸缩因子 σ 的另一种方法, 是在制作子波函数匹配滤波器时在同一张计算全息图中编码几个不同伸缩因子的子波函数, 具体步骤为: 将图1所示的 $4f$ 系统的输入面分成几个区域, 每个区域放置一个不同伸缩因子的子波函数, 根据傅里叶变换的位移定理, 在抽样时对不同伸缩因子的 $H(\sigma_1\mu, \sigma_1\nu)$, $H(\sigma_2\mu, \sigma_2\nu)$, \dots 乘上一个与其中心坐标相对应的附加相位因子, 然后制作其匹配滤波器, 将这个匹配滤波器放在图1所示的 $4f$ 系统的频谱面上, 则在其输出面上的不同位置即可得到同一幅输入图像各个区域不同伸缩因子的子波变换, 若要得到整幅输入图像不同伸缩因子的子波变换, 则需在输入图像后加 Dammann 光栅。在同一张计算全息图中编码几个不同伸缩因子的子波函数, 需要增加抽样点数、计算机内存以及提高干版的分辨本领。实验中所用改进的二维

Mexican-hat 子波函数 $h_1(x, y)$ 的伸缩因子 $\sigma = 0.01$ (与文献[8]的数值一致)。

4 实验结果和讨论

实验装置如图 1 所示, 图中光源为 He-Ne 激光器, 它的工作波长为 632.8 nm, 输出功率为 1.5 mW, L_0 为扩束镜, L_1 为准直透镜, L_2, L_3 为傅里叶变换透镜, 组成光学 $4f$ 系统, 它们的焦距为 302 mm, P_1, P_2 和 P_3 分别为输入面、频谱面和输出面。激光器发出的激光经扩束准直后射到输入面 P_1 上, 在 P_1 面上放置输入物体, 为了与文献[8] 给出的数值模拟结果进行比较, 输入物体是一矩形光强(即用手工刻出的一通光矩孔), 它的大小为 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ (文献[8] 所选通光矩孔的大小为 $0.2\text{ mm} \times 0.2\text{ mm}$, 这样大小的通光矩孔作为数值模拟比较方便, 但在实验中难以实现, 主要原因是通过的光强太弱), 该通光矩孔经第一个傅里叶变换透镜 L_2 变换后, 在频谱面 P_2 上得到它的频谱, 同时在 P_2 面上分别放置由计算全息制得的改进的二维 Mexican-hat 子波匹配滤波器, 在输出面 P_3 上的一级衍射光中得到通光矩孔的子波变换, 该子波变换信号经 CCD 接收, 最后显示在监视器上。

图 3(a) 为输入物体通光矩孔, 图 3(b) 为其经二维改进的 Mexican-hat 子波变换后的实验结果, 图 3(c) 为数值模拟结果(取自文献[8] 中图 5(b)), 从图 3 可看出, 通光矩孔的角特征得到了抽取, 四个亮点确是单峰结构, 该结果与数值模拟结果完全一致。

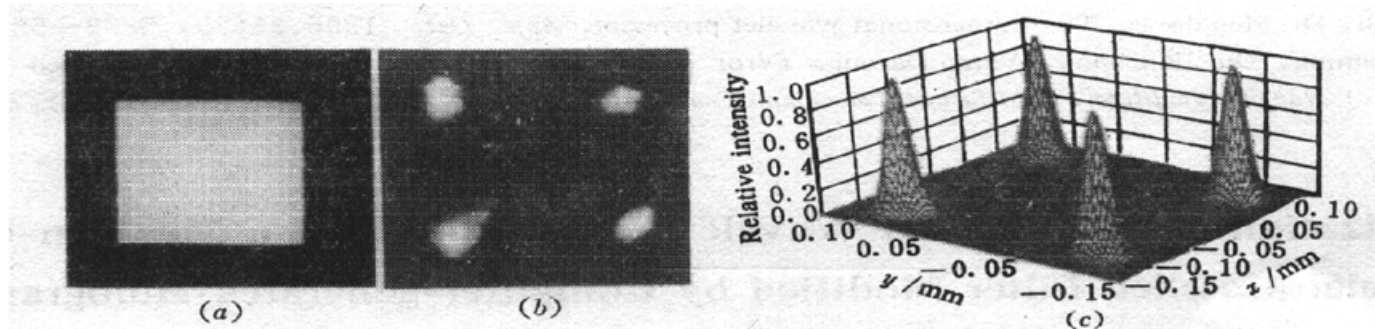


图 3 用改进的 Mexican-hat 子波实现角信号提取的实验结果

(a) 输入像; (b) 由 CCD 摄得的输出像, 频谱函数为 $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$; (c) 数值模拟结果(取自文献[8])

Fig. 3 Experimental results of corner extractions by the improved Mexican-hat wavelet

(a) input image; (b) the output image with the frequency spectrum function $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$; (c) computer simulation from Ref. [8]

图 4 用改进的 Mexican-hat 子波实现角信号提取的实验结果

(a) 输入物体为大写英文字母 L;

(b) 由 CCD 摄得的输出像, 频谱函数为 $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$

ig. 4 Experimental results of corner extractions by the improved Mexican-hat wavelet

(a) input image L;

(b) the output image with the frequency spectrum function $H(\sigma\mu, \sigma\nu)$

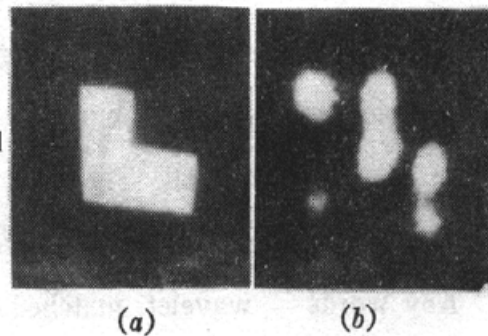


图 4(a) 为输入物体大写英文字母 L, 图 4(b) 为其经二维改进的 Mexican-hat 子波变换后的实验结果, 同样大写英文字母 L 的角特征得到了抽取。

实验结果表明, 采用计算全息制作子波匹配滤波器和光学 $4f$ 系统实现二维子波变换的方法是简便可行的, 实验结果与文献[8] 给出的数值模拟结果完全一致。该方法的主要优点是可以制作任意函数形式的子波匹配滤波器, 实现子波变换。

参 考 文 献

- 1 M. O. Freeman. Wavelets, signal representations with important advantages. *Opt. Photon. News*, 1993, **4**(8):8~ 14
- 2 R. Wilson, A. D. Calway, E. R. S. Pearson. A generalized wavelet transform for Fourier analysis: the multiresolution Fourier transform and its application to image and audio signal analysis. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1992, **38**(7):674~ 690
- 3 J. Daugman. Complete discrete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process*, 1988, **36**(11):1169~ 1179
- 4 Harold H. Szu, H. John Caulfield. Wavelet transforms. *Opt. Eng.*, 1992, **31**(9):1823~ 1824
- 5 Yao Li, Y. Y. Zeevi. Applications of limited-extent waves: an introduction. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(23):5239~ 5240
- 6 H. H. Szu, H. J. Caulfield. Wavelet transforms. *Opt. Eng.*, 1992, **31**(9):1823~ 1824
- 7 Kang Hui, Xu Jian, Zhan Yuanling. Optical wavelet transform with photorefractive holographic matched filtering. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1996, **A23**(8):741~ 744 (in Chinese)
- 8 Ni Ming, Jiang Zhiping, Lu Qisheng. Improvement of an optical wavelet transform. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(3):231~ 236 (in Chinese)
- 9 Y. Sheng, T. Lu, D. Roberge *et al.*. Optical N^4 implementation of a two-dimensional wavelet transform. *Opt. Eng.*, 1992, **31**(9):1859~ 1864
- 10 I. Ouzieli, D. Mendlovic. Two-dimensional wavelet processor. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(29):5839~ 5846
- 11 Chen Heming, Du Jianchang, Yang Darong. Error overall compensation for computer-generated holograms. *Journal of Nanjing Institute of Posts and Telecommunications* (南京邮电学院学报), 1991, **11**(2):79~ 83 (in Chinese)

Realization of 2-D Optical Wavelet Transform Using a Mexican-hat Wavelet Matched Filter Modified by Computer-generated Holography

Chen Heming Shi Weihua Jia Xiaobing

(Department of Physics, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003)

Abstract This paper describes a improved Mexican-hat wavelet transform with an optical $4f$ correlator. An optically modified Mexican-hat wavelet matched filter is created by the use of computer-generated holography (CGH). Experimental results for 1-D and 2-D wavelet transform are obtained. The experimental results accord with the numerical results of ref. [8] very well. The main advantage of the proposed method lies in that any types of wavelet matched filters can be fabricated and their 2-D wavelet transform can be realized.

Key words wavelet matched filter, computer-generated holograms, optical wavelet transform