

分数傅里叶变换频谱干涉法测量透镜焦距*

杨 虎

(山西师范大学物理系 临汾 041004)

李万松

(四川联合大学光电系 成都 610064)

提要 对两相同物体同时实施分数傅里叶变换,通过测量其频谱干涉的条纹间距获知透镜焦距。该方法装置简单、操作方便、测量精度高、易于自动化处理,在光学测量中具有实用价值。

关键词 分数傅里叶变换,透镜,焦距

1 引 言

分数傅里叶变换是光学中的新概念。1993 年 Lohmann 完成了它的光学实现^[1]以来,许多文献对分数傅里叶变换的非对称式单透镜模式^[2]、无透镜模式^[3]以及分数傅里叶变换的各种性质^[4]作了研究和讨论。然而,分数傅里叶变换应用于光学测量,尚未有明确的报道。

本文采用 Lohmann 提供的对称式单透镜光路,实现两相同物体的分数傅里叶变换频谱的干涉,通过测量干涉条纹的间距得到被测透镜的焦距。该方法只要求输出面与输入面对称地分居透镜两侧,避免了以往傅里叶分析法测量透镜焦距^[5,6]时,输出面必须是待测透镜后焦面的条件限制,具有实验装置简单、操作灵活方便、测量精度高、易于自动化处理等优点,在光学测量中具有实用价值。

2 原 理

为简明扼要,以一维情况为例,令两个中心相距 $2b$,沿 x 轴关于原点对称分布,具有相同透过率函数的物体分别为 $u(x_0 + b)$ 和 $u(x_0 - b)$ 。由 Lohmann 的定义(见图 1)^[1],物体 $u(x_0)$ 的分数傅里叶变换 $u_p(x)$ 为

$$u_p(x) = \mathcal{F}^{(p)}[u(x_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(x_0) \exp\left[j\pi \frac{x_0^2 + x^2}{\lambda f_0 \tan\Phi} - j2\pi \frac{x_0 x}{\lambda f_0 \sin\Phi}\right] dx_0 \quad (1)$$

其中 λ 为入射光波长, $f_0 = f \sin\Phi$ 称标准焦距, f 为实现(1)式运算的透镜焦距, $\Phi = p \frac{\pi}{2}$, p 为分数傅里叶变换级次。于是,物体 $u(x_0 + b)$ 的分数傅里叶变换为

$$u_{p_1}(x) = \mathcal{F}^{(p)}[u(x_0 + b)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(x_0 + b) \exp\left[j\pi \frac{x_0^2 + x^2}{\lambda f_0 \tan\Phi} - j2\pi \frac{x_0 x}{\lambda f_0 \sin\Phi}\right] dx_0 \quad (2)$$

令 $\beta = x_0 + b$, $d\beta = dx_0$, 则(2)式变为

* 校科研基金资助项目(9817)。

$$\begin{aligned}
 u_{p_1}(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(\beta) \exp\left[j\pi \frac{(\beta - b)^2 + x^2}{\mathcal{M} \operatorname{tg} \varphi} - j2\pi \frac{(\beta - b)x}{\mathcal{M} \operatorname{osin} \varphi} \right] d\beta = \\
 &\exp\left[\frac{j\pi b}{\mathcal{M} \operatorname{osin} \varphi} (x + b \cos \varphi) \right] \int_{-\infty}^{\infty} u(\beta) \exp\left[j\pi \frac{\beta^2 + x^2}{\mathcal{M} \operatorname{tg} \varphi} - j2\pi \frac{\beta(x + b \cos \varphi)}{\mathcal{M} \operatorname{osin} \varphi} \right] d\beta = \\
 &\exp\left[j \frac{2\pi b}{\mathcal{M}} \left[x + \frac{b}{2} \cos \varphi \right] \right] u_p(x + b \cos \varphi)
 \end{aligned} \tag{3}$$

同理, 物体 $u(x_0 - b)$ 的分数傅里叶变换 $u_{p_2}(x)$ 为

$$u_{p_2}(x) = \exp\left[-j \frac{2\pi b}{\mathcal{M}} \left[x - \frac{b}{2} \cos \varphi \right] \right] u_p(x - b \cos \varphi) \tag{4}$$

因此在输出面上得到两输入物体的分数傅里叶变换频谱干涉的光强分布为

$$\begin{aligned}
 I &= [u_{p_1}(x) + u_{p_2}(x)] \cdot [u_{p_1}(x) + u_{p_2}(x)]^* = \\
 &|u_p(x + b \cos \varphi)|^2 + |u_p(x - b \cos \varphi)|^2 + 2|u_p(x + b \cos \varphi) \cdot u_p(x - b \cos \varphi)| \cos\left[\frac{4\pi b x}{\mathcal{M}} \right]
 \end{aligned} \tag{5}$$

其呈余弦分布的干涉条纹的方程为

$$(2bx)/(\mathcal{M}) = n \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6}$$

相邻条纹间距为

$$\Delta x = (\mathcal{M})/(2b) \tag{7}$$

于是待测透镜焦距 f 为

$$f = (2b \cdot \Delta x)/\lambda \tag{8}$$

由(8)式知, 待测透镜焦距 f 仅与输入面上两物体中心距 $2b$, 输出面上干涉条纹间距 Δx 以及入射光波长 λ 有关, 而与输入面和输出面相对透镜的位置 z 无关。根据分数傅里叶变换原理, 对确定的被测透镜(其焦距 f 确定), 实际测量中选择不同的 z 值(见图 1), 仅意味着变更物体分数傅里叶变换的级次 p , 并不影响焦距的测量结果, 这对实际测量装置的设置带来较大的简单性、灵活性和方便性。

其次, 由(7)式知, 输入面上物体透过率函数的具体形式不影响干涉条纹的间距; 而当输入面上两物体关于原点非对称分布时, 只要其中心距固定不变, 则(7)、(8)式均不改变。即两物体在输入面上的相对位置分布及其透过率函数的具体选择不影响焦距测量的结果。

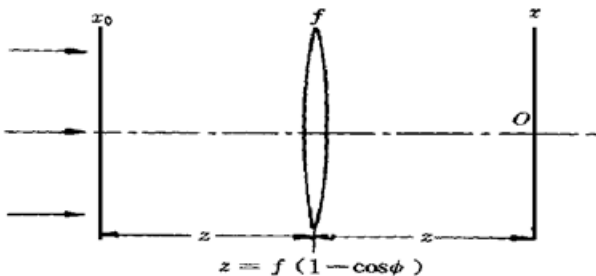


图 1 分数傅里叶变换定义光路

Fig. 1 Definition of fractional Fourier transform

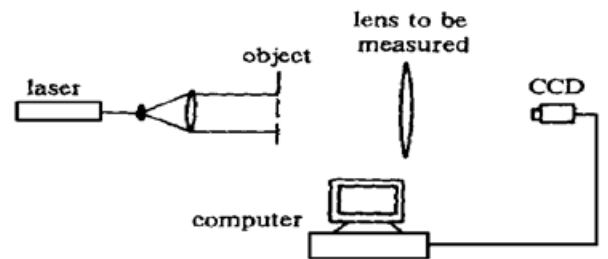


图 2 实验装置

Fig. 2 Experimental setup

3 实验结果与讨论

实际测量系统如图 2 所示。它由对称式单透镜分数傅里叶变换系统和计算机图像处理系

统两部分组成。对一个焦距已精确标定的透镜 ($f = 915 \text{ mm}$), 用 He-Ne 激光器 ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) 进行照明测量, 输入面上两相同圆孔中心距为 2 mm 。距离透镜 $z = 270 \text{ mm}$ 的输出面上的干涉条纹被 CCD 摄像机摄取(如图 3)并经图像板量化成数字图像, 由计算机进行处理。所使用图像板的分辨率是 $512 \times 512 \times 8 \text{ bit}$, 图 4 是计算机处理的条纹强度分布曲线, 其相邻条纹占据 31 个像元间隔, 相邻像元间隔为 0.009375 mm , 则 $\Delta x = 0.2906 \text{ mm}$ 。据(8)式得透镜焦距的测量结果 $f' = 918.4576 \text{ mm}$, 测量的绝对误差 $\Delta f = f' - f = 3.4576 \text{ mm}$, 其相对误差 $\Delta f / f' = 0.38\%$, 具有较高的测量精度。



图 3 干涉条纹

Fig. 3 Interference fringe pattern

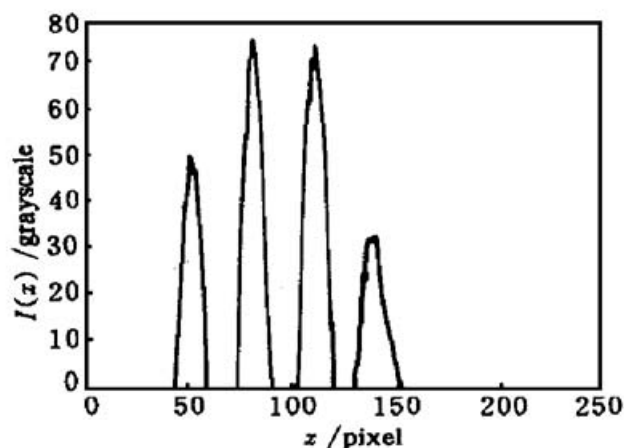


图 4 条纹强度分布曲线

Fig. 4 Intensity distribution of fringe

常规的傅里叶分析法测量透镜焦距^[6], 其技术要点是输出面必须为待测透镜的后焦面, 通过观察两图像的频谱是否完全重合、干涉条纹的最佳衬比度及其条纹的平行规则程度来较精确地判定待测透镜的后焦面位置; 分数傅里叶分析法测量的技术要点, 是保持输出面和输入面对称地分居透镜两侧, 避免了输出面必须是待测透镜后焦面的条件限制, 可通过提前设置各元件在光路中的固定位置, 使其满足实验的技术指标, 减少了测量中因判定条纹性质从而确定输出面位置对测量精度的影响, 降低了系统的调整误差。同时该方法的输出面与透镜的距离可以大于或小于透镜焦距, 更容易观测到高质量、高数量的干涉条纹, 提高条纹间距的测量精度, 从而提高焦距的测量精度。

参 考 文 献

- 1 A. W. Lohmann. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(10): 2181~ 2186
- 2 Hua Jianwen, Liu Liren, Li Guoqiang. Some basic fractional Fourier transform units. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(8): 1040~ 1044 (in Chinese)
- 3 Hua Jianwen, Liu Liren, Li Guoqiang. Simple method to study the Fourier transform of object. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(5): 435~ 438 (in Chinese)
- 4 D. Mendiovic, H. M. Ozaktas. Fractional Fourier transform and their optical implementation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(9): 1875~ 1880
- 5 Sun Guilin, Liu Zhenshan. A new method to test focal length using Fourier spectrum. *Optical Technique* (光学技术), 1992, (2): 31~ 33 (in Chinese)
- 6 Wang Yurong, Cai Luzhong. Focal Length measurement of spherical lens using joint Fourier transform spectrum interference technique. *Optical Technology* (光学技术), 1998, (2): 15~ 17 (in Chinese)

Measurement of Lens Focal Distance: Using a Spectrum Interferometer Based on Fractional Fourier Transform

Yang Hu¹ Li Wansong²

¹Department of Physics, ShanXi Normal University, Linfen 041004
²Opto-electronics Department, Sichuan Union University, Chengdu 610064

Abstract Take fractional Fourier transform of two identical objects. The focal distance of the lens would be acquired by measuring the spacing of fringes formed by spectrum interference. The experimental setup of this method is very simple. And it has the advantages of being easy to operate and easy to control automatically, and of higher accuracy. It has a practical virtue in optical measurement.

Key words fractional Fourier transform, lens, focal distance

紫外双折射晶体 α -BaB₂O₄ 的光学特性*

偏硼酸钡晶体(BaB₂O₄)以高温相和低温相两种晶型结构形式存在,其晶型转变温度为925±5℃。其中低温相的 β -BaB₂O₄(简称 β -BBO)是一种优越的非线性光学材料,被广泛应用于激光领域,而作为高温相的 α -BaB₂O₄(简称 α -BBO)晶体属三方晶系, $R\bar{3}c$, $a = b = 0.7235$ nm, $c = 3.9192$ nm, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$,具有对称中心,无非线性效应。从晶体结构分析, α -BaB₂O₄晶体和 β -BaB₂O₄晶体的结构区别在于Ba原子分布位置不同。虽然这两种晶体均由Ba²⁺和[B₃O₆]³⁻硼氧环组成,但 α -BaB₂O₄晶体中Ba原子处于中心对称分布状态,其中一套Ba原子配位数为6;另一套Ba原子配位数为9。 β -BaB₂O₄晶体中Ba原子呈非中心对称分布,Ba原子配位数为7。

我们采用提拉法成功生长出完整透明、无包裹物的 α -BaB₂O₄晶体($\phi 50$ mm × 40 mm),重250 ~ 300 g,籽晶方向为c轴即光轴方向。 α -BaB₂O₄晶体为负单轴晶体,利用PERKIN-ELMER λ -9 UV/VIS/NIR型分光光谱仪测试了透光光谱,透光范围为189 ~ 3500 nm,令人感兴趣的是在189 ~ 400 nm紫外波段的透过率高达95%,与之相比,YVO₄晶体的透光范围为400 ~ 5000 nm,方解石晶体的透光范围为230 ~ 2300 nm,因此 α -BaB₂O₄晶体有可能成为一种新型紫外双折射晶体。测量透光光谱样品厚度为0.5 cm,峰值为350 ~ 1600 nm。该晶体光学均匀性小于10⁻⁶/cm,采用自准直法测试了 α -BaB₂O₄晶体对o光和e光的折射率 n_o 和 n_e ,对于波长为1064 nm激光, $n_o = 1.655$, $n_e = 1.539$,即双折射率 $\Delta n = 0.116$,吸收系数小于5 × 10⁻³/cm,激光损伤阈值大于1 GW/cm²(1.3 ns)。

拟合得到 α -BaB₂O₄晶体的Sellmeier方程:

$$n_e^2(\lambda) = 2.33798 + 0.00720/(\lambda^2 - 0.03204) - 0.03942\lambda^2$$

$$n_o^2(\lambda) = 2.68717 + 0.01836/(\lambda^2 - 0.01639) - 0.01647\lambda^2$$

中国科学院上海光机所 上海 201800

周国清 徐军 陈杏达 陈伟 徐科 李红军 干福熹

收稿日期:1999-01-22;收到修改稿日期:1999-01-29

* 国家自然科学基金资助项目(69877024)。