

傍轴光束薄透镜传输的统计行为*

陈惠龙 邓锡铭

(中国科学院上海光机所高功率激光物理国家实验室 上海 201800)

提要 在光流体模型(HMO)的理论基础上, 引用等效高斯光束方法, 研究了傍轴光束的薄透镜传输的统计行为, 给出了像差的处理方法并讨论了像差对光束质量因子的影响。

关键词 光束传输, 薄透镜, 光束质量因子

就激光束传输而言, 多数实验结果是其统计行为的体现。如何描述任意傍轴光束的统计传输行为呢? Siegman, Belanger, 邓锡铭等近年在这方面的研究上取得了进展^[1~4]。文献[4]指出, 给出傍轴光束任意一截面的光场振幅及波面(位相)分布之后, 就可确定一个与光束的统计传输行为等效的高斯光束。那么, 研究一傍轴光束的统计传输行为就可以等效为两部分的工作: 先找出与之等效的高斯光束, 然后研究此“高斯光束”的传输行为。下面为讨论方便, 我们考虑的是自由空间中传输的线偏振、单色、一维傍轴光束。

1 傍轴光束传输的统计方程

HMO^[5]的一个基本结论, 就是在自由空间中的任何一个傍轴光束, 横截面上的下列积分之和 E_{\perp} 是一不变量

$$E_{\perp} = \frac{1}{k^2} \int (\nabla_x \Phi_0)^2 dx + \int (\nabla_x L)^2 \Phi_0 dx \quad (1)$$

上式右边第一项称为光束的内禀能量, 记为 E_i ; 第二项为光束的径向轨道能量, 记为 E_r ; 其中 $\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 为光波长; 积分式中的积分限为 $(-\infty, +\infty)$, 以下若无特别说明, 积分均以此为限。

若给出了光束的任一横截面的振幅 Φ_0 及位相(或准程函 L) 的分布, 则可算出 E_{\perp} , 该截面的二阶矩 x_{av}^2 及等效波面曲率半径 R_{av} 等^[4], 计算公式分别为(1)式, (2)式及(3)式

$$x_{av}^2 = \int x^2 \Phi_0 dx \quad (2)$$

$$R_{av} = \frac{x_{av}^2}{\int x (\nabla_x L) \Phi_0 dx} \quad (3)$$

于是就可以建立起任意傍轴光束传输的统计方程组

* 国家 863-416 主题所属课题, 并得到 416-2 专题的经费支持。

收稿日期: 1997-11-05; 收到修改稿日期: 1998-02-11

$$x_{av}^2 = \frac{A}{4} \sigma^2 \quad (4)$$

$$R_{av} = \frac{k^2 \sigma_0^2 \sigma^2}{4z} \quad (5)$$

$$E_{\perp} = \frac{A}{k^2 \sigma_0^2} \quad (6)$$

$$z^2 = \frac{1}{4} (k^2 \sigma_0^2 \sigma^2 - k^2 \sigma_0^4) \quad (7)$$

这里 σ_0 代表与傍轴光束传输等效的高斯光束的光腰半径, σ 为给定横截面上的光斑半径, z 为光束光腰面至给定横截面之间的距离, A 为光束质量因子。与傍轴光束传输的统计特性等效的高斯光束的参数就由上面的统计方程(4) ~ (7) 完全确定了。

2 理想薄透镜的传输

一个光束通过一个理想的薄透镜后, 其波面发生突变, 但振幅分布、光束质量因子不改变。由球面波成像公式及上节给出的统计方程组就可求得通过薄透镜后出射光束的所有信息。

以基模高斯光束入射为例, 此时物方

$$A = 1 \quad x_{av1}^2 = \frac{1}{4} \sigma_{01}^2 \quad E_{\perp 1} = \frac{1}{k^2 \sigma_{01}^2}$$

由球面波成像公式, 有

$$\frac{1}{R_{av2}} = \frac{1}{f} - \frac{1}{R_{av1}} \quad (8)$$

由统计方程组可求得出射光束横截面内能

$$E_{\perp 2} = E_{\perp 1} + x_{av}^2 \left[\frac{1}{R_{av2}^2} - \frac{1}{R_{av1}^2} \right] \quad (9)$$

利用式(5) ~ (9) 即可求得出射光束腰斑及其位置(像距)

$$\sigma_{02} = \frac{f \sigma_{01}}{\sqrt{(f - z_1)^2 + Z_{01}^2}} \quad (10)$$

$$\frac{1}{z_2} = \frac{1}{f} + \frac{f - z_1}{Z_{01}^2 + z_1(z_1 - f)} \quad (11)$$

其中 f 为透镜焦距, 下标 1, 2 分别代表入射、出射光束, z_1 为物距(光腰与透镜距离), z_2 为像距, Z_{01} 为瑞利长度, $Z_{01} = \frac{\pi \sigma_{01}^2}{\lambda}$ 。(10), (11) 式与矩阵光学方法得到的结果是一致的^[6]。

3 像差处理

引入衍射光束质量因子 A_d 及几何光束质量因子 A_g ^[7]

$$A_d = 2k \sqrt{x_{av}^2 E_i} \quad (12)$$

$$A_g = 2k \sqrt{x_{av}^2 \left[E_t - \frac{x_{av}^2}{R_{av}^2} \right]} \quad (13)$$

则整个光束质量因子

$$A = \sqrt{A_d^2 + A_g^2} \quad (14)$$

有像差存在时, 仍将透镜视为理想透镜, 而把像差的影响移入到入射光束中去。这样, 入射光束的波面将发生改变, 而振幅分布, x_{av}^2 及 E_i 不改变。考虑三级像差影响时

$$\nabla_x L_1 = \frac{x}{R_1} - \frac{x^3}{6R_1^3} \quad (15)$$

故对等效光束, 有

$$R_{av1} = \frac{x_{av}^2}{\int \left[\frac{x^2}{R_1} - \frac{x^4}{6R_1^3} \right] \Phi_0 dx} \quad (16)$$

$$E_{\perp 1} = \int \left[\frac{x^2}{R_1^2} - \frac{x^4}{3R_1^4} + \frac{x^6}{36R_1^6} \right] \Phi_0 dx \quad (17)$$

这样已知 $x_{av1}^2, R_{av1}, E_{\perp 1}$, 由统计方程(4) ~ (7) 即可求出等效高斯光束的 $A_1, \sigma_1^2, \sigma_{01}^2, z_1$ 等参数, 由(10), (11) 式就可轻易得到光束通过像差透镜后的腰斑及像距。

可以看出, 光束引入像差后, 衍射光束质量因子不会改变, 而几何光束质量因子将会发生变化。仍以基模高斯光束为例, 此时

$$x_{av}^2 = \int x^2 \Phi_0 dx = \frac{1}{4} \sigma^2 \quad (18)$$

$$\int x^4 \Phi_0 dx = B_4 x_{av}^2 \quad B_4 = \frac{3}{4} \sigma^2$$

$$\int x^6 \Phi_0 dx = B_6 x_{av}^2 \quad B_6 = \frac{5}{4} \frac{3}{4} \sigma^4$$

于是(16), (17) 式可写为

$$R_{av1} = x_{av}^2 \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{B_4}{3R_1^4} + \frac{B_4^2}{36R_1^6} \right] \quad (19)$$

$$E_{\perp 1} = x_{av}^2 \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{B_4}{3R_1^4} + \frac{B_6}{36R_1^6} \right] \quad (20)$$

引入像差后, 入射光束的二阶矩、等效波面曲率半径、光束径向轨道能量分别由(18), (19),

(20) 式表示。令 $D = 2\sigma_1$, 则 $x_{av1}^2 = \frac{1}{16} D^2$, 几何光束质量因子

$$A_{g1} = \frac{1}{2} kD \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 16} \left[\frac{D}{f} \right]^6} \quad (21)$$

整个光束质量因子

$$A_1 = \sqrt{A_d^2 + A_g^2} = \sqrt{1 + \frac{k^2 D^2}{6 \cdot 128^2} \left[\frac{D}{f} \right]^6} \quad (22)$$

可见像差使光束质量因子变大, 光束质量变差。

考虑高级像差时, 处理方法与初级像差类似, 只是(15) 式改为

$$\nabla_x L_1 = \frac{x}{R_1} - \frac{x^3}{3R_1^3} + \frac{x^5}{36R_1^5}$$

相应地 $R_{av1}, E_{\perp 1}$ 的值也将改变。此时几何光束质量因子

$$A_{gh} = \frac{kD}{2} \left[\frac{1}{6 \cdot 16^3} \left[\frac{D}{f} \right]^6 - \frac{1}{6 \cdot 16^4} \left[\frac{D}{f} \right]^8 + \frac{3}{2 \cdot 16^5} \left[\frac{D}{f} \right]^{10} \right]^{1/2} \quad (23)$$

其中脚标 h 表示高级像差情况; 则整个光束质量因子

$$A_h = \sqrt{1 + A_{gh}^2} \quad (24)$$

4 讨 论

1. 将傍轴光束的统计传输行为等效为一高斯光束, 等效高斯光束的特征参数由统计方程组给出。这一方法可望在研究非高斯光束的统计传输行为中得到广泛应用。

2. 对任意傍轴光束, 考虑透镜像差影响时, (15) 式中的 R_1 应为无像差影响时光束的等效面曲率半径; 像差的存在使得几何光束质量因子增大, 从而整个光束质量变差。

3. (21) 与(23) 式显示了初、高级像差对几何光束质量因子的不同影响。图 1 给出了波长为 $1 \mu\text{m}$ 时两者之间的相对差值随 f/D 的变化情况, 纵坐标的计算式为 $(A_{g1} - A_{gh}) \times 100\% / A_{g1}$ 。由图 1 可知, 与初级像差相比, 高级像差对几何光束质量因子的影响在 $f/D > 3$ 时是非常小的, 故在一般情况下, 可不考虑高级像差的影响。图 2 为无高级像差时几何光束质量因子及整个光束质量因子随 f/D 的变化曲线, 显然, 在 $f/D < 5$ 时, 像差对光束质量因子有着决定性的影响; 而当 $f/D > 15$ 时, 像差的影响已经可以不考虑了。上面的计算结果还显示, 对一特定光束, 利用长焦距的透镜聚焦, 会降低像差对光束质量的影响。

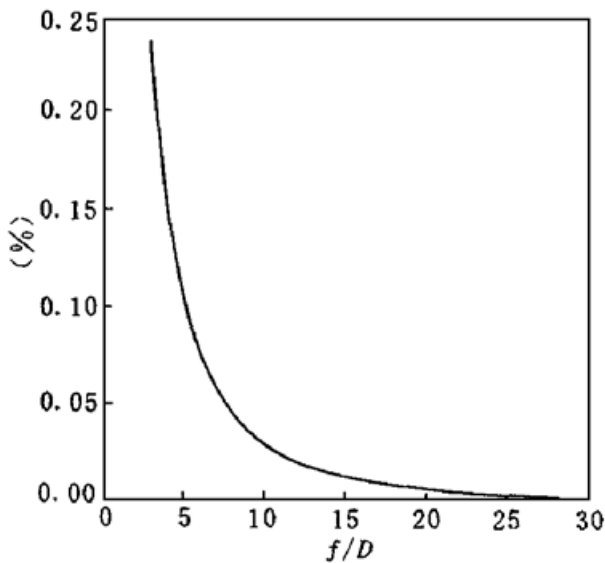


图 1 初、高级像差的几何光束质量因子的相对差值

Fig. 1 Relative difference of the geometric beam quality with or without high aberration

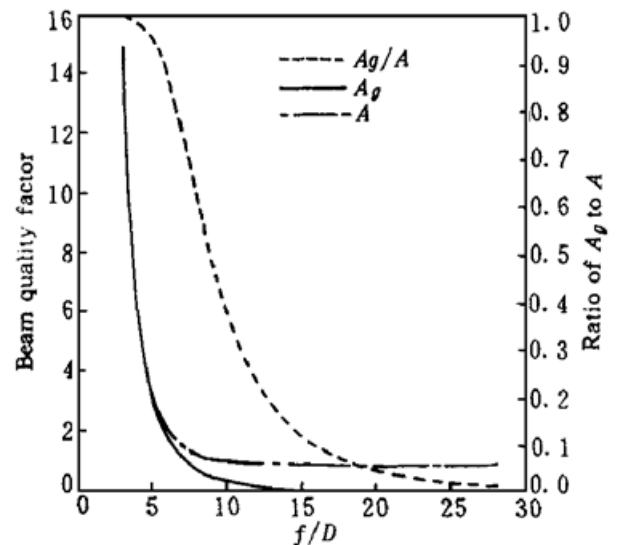


图 2 几何光束质量因子 A_g , 光束质量因子 A 及 A_g 与 A 的相对比值(右纵坐标)

Fig. 2 Geometric beam quality A_g , beam quality A ; and the ratio of them (refer to the right y axial)

4. 像差对光束质量因子的定量影响问题的研究, 无论理论还是实验都是很困难的。本文能对此作出分析的关键是引入了几何和衍射两种光束质量因子的概念, 其结果尚有待于实验的验证。

参 考 文 献

- 1 Deng Ximing, Ding Liming, Ye Chenchun. Generalization of ABCD law. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1990, 17(5): 257~ 264 (in Chinese)

- 2 P. A. Belanger. Beam propagation and the $ABCD$ ray matrices. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(4): 196~ 198
- 3 A. E. Siegman. Defining the effective radius of curvature for a nonideal optical beam. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1991, **27**(5): 1146~ 1148
- 4 Deng Ximing, Guo Hong, Cao Qing. The invariable integral value and statistical equation of paraxial beam transmitting in vacuum. *Science in China (Series A)* (中国科学 A), 1997, **27**(1): 64~ 71 (in Chinese)
- 5 Deng Ximing. Dynamics of Optical Beams with Finite Beam Width. Hangzhou: Hangzhou University Press, 1993. 1~ 34 (in Chinese)
- 6 B. Lu. Laser Optics——Laser Beam Propagation and Beam Quality Control. Chengdu: Sichuan University Press, 1992. 93 (in Chinese)
- 7 Deng Ximing, Guo Hong, Cao Qing. Paraxial Riemannian geometrical optics. 二. Two kinds of beams quality factors. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1996, **A23**(8): 727~ 731 (in Chinese)

Statistical Behaviors of a Paraxial Beam Transmitting through a Thin Lens

Chen Huilong Deng Ximing

(National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract Based on the hydrodynamical model of optics and the equivalent Gaussian beam method, we analyse the statistical propagation behaviors of a paraxial beam transmitting through a thin lens. A new method was introduced to deal with the lensed aberration, and the aberration action on the geometric beam quality factor was discussed at the end of this paper.

Key words beam propagation, thin lens, beam quality factor