

泵涨落对双模激光增益模型 竞争效应的影响*

陈黎梅^{1,2} 曹 力^{1,3} 傅海翔¹ 丘军林²

华中理工大学¹ 物理系; ² 激光技术国家重点实验室 武汉 430074
³ CCAST(世界实验室) 北京 100080

提要 研究了泵涨落对双模激光增益模型竞争效应的影响。通过线性稳定性分析得到一些很有意义的结论。

关键词 双模激光, 模间竞争, 增益模型, 泵涨落, Novikov 定理

1 引 言

模间竞争效应是研究激光多模振荡的重要问题之一。而双模振荡情况又是多模振荡的一个重要例子。60 年代, 人们对双模激光模间竞争效应的研究均是在确定论基础上的。在确定论情况下, 理论上两模的竞争效应在强耦合区表现为一个模最终建立起稳定振荡, 而另一个模被抑制; 在弱耦合区表现为两个模同时建立起稳定振荡^[1,2]。

然而, 在实际情况中, 激光器工作时总会伴随着涨落的出现。只要激光器在工作, 自发辐射的量子噪声和泵涨落就会出现。特别是在远高于阈值情况下, 泵涨落的出现, 对激光器的工作有着极大的影响。70 年代末期以来, 许多作者研究了泵涨落对双模激光的影响^[3,4]。但他们均侧重于考虑激光输出光强定态几率分布及其定态矩, 而考虑泵涨落对双模激光模间竞争效应的影响却从未报道过。

本文着重研究泵涨落对双模激光增益模型竞争效应的影响。我们的方法是首先对两模的光强方程在定态附近作线性化, 然后应用 Novikov 定理^[5]得出扰动平均值随时间演化的线性方程组, 再通过稳定性分析, 最终得出泵涨落对增益模型模间竞争效应的具体影响。

2 两模定态光强 I_{1s} 和 I_{2s}

泵涨落驱动的无量纲双模激光增益模型的光强方程为

$$\frac{dI_1}{dt} = -2K_1 I_1 + \frac{2FI_1}{1 + (A_1 I_1 + \xi_1 I_2)/F} + 2P_R(t) I_1 \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助课题。

$$\frac{dI_2}{dt} = -2K_2 I_2 + \frac{2FI_2}{1 + (A_2 I_2 + \xi_2 I_1)/F} + 2P_R(t) I_2 \quad (2)$$

K_1 和 K_2 分别为两模腔衰减常数; F 为增益系数且有 $a_1 = F - K_1$ 及 $a_2 = F - K_2$, 其中 a_1 和 a_2 分别为两模的泵参数, 且 $a_1 > 0$ 及 $a_2 > 0$; A_1 和 A_2 分别为两模的自饱和系数; ξ_1 和 ξ_2 为两模的交叉耦合系数; $P_R(t)$ 为泵涨落的实部, 且有

$$\langle \dot{P}_R(t) \rangle = 0 \quad (3)$$

$$\langle \dot{P}_R(t) P_R(t') \rangle = P' \delta(t - t') \quad (4)$$

设 I_{1s} 和 I_{2s} 为两模的定态光强, 计算得

$$I_{1s} = \frac{F\tilde{K}_1}{K_1^2 A_1 (1 - C)} \quad I_{2s} = \frac{F\tilde{K}_2}{K_2^2 A_2 (1 - C)} \quad (5)$$

其中

$$\tilde{K}_1 = K_1^2 \left[\frac{F - K_1}{K_1} - \xi_1 \frac{F - K_2}{K_2} \right] \quad (6)$$

$$\tilde{K}_2 = K_2^2 \left[\frac{F - K_2}{K_2} - \xi_2 \frac{F - K_1}{K_1} \right] \quad (7)$$

$$C = \frac{\xi_1 \xi_2}{A_1 A_2} \quad (8)$$

C 称为两模的耦合常数, 它的大小反映了两个模之间的耦合强弱。

3 扰动平均值方程组及其稳定解条件

对两模光强 I_1, I_2 在定态附近作小扰动, 令

$$I_1 = I_{1s} + \epsilon_1(t), \quad I_2 = I_{2s} + \epsilon_2(t) \quad (9)$$

其中 $\epsilon_1(t)$ 和 $\epsilon_2(t)$ 分别为两模在定态光强 I_{1s} 和 I_{2s} 附近的小扰动。将(9)式代入(1),(2)式, 在定态光强 I_{1s} 和 I_{2s} 附近作线性变化^[1,2], 忽略二阶项, 两边取平均, 计算整理得扰动平均值方程组为

$$\frac{d \langle \epsilon_1(t) \rangle}{dt} = \frac{-2I_{1s} [A_1 \langle \epsilon_1(t) \rangle + \xi_1 \langle \epsilon_2(t) \rangle]}{[1 + (A_1 I_{1s} + \xi_1 I_{2s})/F]^2} + 2 \langle P_R(t) \epsilon_1(t) \rangle \quad (10)$$

$$\frac{d \langle \epsilon_2(t) \rangle}{dt} = \frac{-2I_{2s} [A_2 \langle \epsilon_2(t) \rangle + \xi_2 \langle \epsilon_1(t) \rangle]}{[1 + (A_2 I_{2s} + \xi_2 I_{1s})/F]^2} + 2 \langle P_R(t) \epsilon_2(t) \rangle \quad (11)$$

应用 Novikov 定理^[5]计算 $\langle \dot{P}_R(t) \epsilon_1(t) \rangle$ 和 $\langle \dot{P}_R(t) \epsilon_2(t) \rangle$, 然后代入(10),(11)式并写成矩阵形式

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \langle \epsilon_1(t) \rangle \\ \langle \epsilon_2(t) \rangle \end{bmatrix} = - \Theta \begin{bmatrix} \langle \epsilon_1(t) \rangle \\ \langle \epsilon_2(t) \rangle \end{bmatrix} \quad (12)$$

得稳定矩阵为^[1,2]

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2I_{1s} A_1}{[1 + (A_1 I_{1s} + \xi_1 I_{2s})/F]^2} - P' & \frac{2I_{1s} \xi_1}{[1 + (A_1 I_{1s} + \xi_1 I_{2s})/F]^2} \\ \frac{2I_{2s} \xi_2}{[1 + (A_2 I_{2s} + \xi_2 I_{1s})/F]^2} & \frac{2I_{2s} A_2}{[1 + (A_2 I_{2s} + \xi_2 I_{1s})/F]^2} - P' \end{bmatrix} \quad (13)$$

则线性方程组(13)有稳定解的条件, 即两模有稳定振荡的条件为^[1,2]

$$\Theta_{11} \Theta_{22} - \Theta_{12} \Theta_{21} > 0 \quad (14)$$

设 $T = \Theta_{11}\Theta_{22} - \Theta_{12}\Theta_{21}$, 由(13) 和(5) 计算整理得

$$T = \frac{4\tilde{K}_1\tilde{K}_2}{(1-C)}G(P') \quad (15)$$

其中

$$G(P') = \frac{1}{F^2} - \frac{\tilde{K}_1 + \tilde{K}_2}{2F\tilde{K}_1\tilde{K}_2}P' + \frac{(1-C)}{14\tilde{K}_1\tilde{K}_2}P'^2 \quad (16)$$

则稳定解条件(14) 式可写为

$$T > 0 \quad (17)$$

4 分析及结论

根据(17) 式, 分别在强耦合区 ($C > 1$) 和弱耦合区 ($C < 1$) 讨论泵噪声对双模激光增益模型竞争效应的影响, 然后作图进行详细说明。图 1 和图 2 是将(16) 式左边取为 0, 在 \tilde{K}_1 - \tilde{K}_2 平面内取不同的 P', F, C 值时, 泵噪声驱动的双模激光增益模型竞争效应分布图。图中的空白部分、阴影部分、打点部分以及涂黑部分在不同图的不同像限中分别代表不同的竞争效应区。

4.1 $C > 1$ (强耦合区)

当 \tilde{K}_1 和 \tilde{K}_2 反号

若 $P' = 0$	则 $T > 0$	有稳定解
若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') > 0$	则 $T > 0$	有稳定解
若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') < 0$	则 $T < 0$	无稳定解

当 $\tilde{K}_1 > 0$ 且 $\tilde{K}_2 > 0$

若 $P' = 0$	则 $T < 0$	无稳定解
若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') > 0$	则 $T < 0$	无稳定解
若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') < 0$	则 $T > 0$	有稳定解

当 $\tilde{K}_1 < 0$ 且 $\tilde{K}_2 < 0$

无论 $P' = 0$ 或 $P' \neq 0$, 两模均无法起振, 故不存在模间竞争^[1,2]。

以上分析表明, 在强耦合区, 若不考虑泵噪声 ($P' = 0$) 的存在, 两模的竞争效应表现为只有一个模能建立起稳定振荡, 而另一个模被抑制。但当考虑泵噪声的影响时 ($P' \neq 0$), 两模可能同时建立起稳定振荡。这一点可以从图 1 中看得更清楚。

图 1(a) 对应于取 $F = 60, C = 1.5, P' = 5$ 的情况。若不考虑泵噪声, 在图 1(a) 的第四像限 (\tilde{K}_1 和 \tilde{K}_2 反号) 的整个区域内, 两模的竞争效应表现为一个模最终能建立起稳定振荡, 而另一个模被抑制; 在图 1(a) 的第一像限 ($\tilde{K}_1 > 0$ 且 $\tilde{K}_2 > 0$) 的整个区域内, 两模均应被抑制。但当考虑泵噪声的存在时, 情况就发生了变化。一方面, 上述的竞争效应不再在那些像限的整个区域内都显现了; 另一方面, 又出现了新的竞争效应。正如图 1(a) 所示, 这时在图 1(a) 的第四像限内, 只有在打点部分以外的区域里, 两模的竞争效应才继续表现为一个模最终能建立起稳定振荡, 另一个模被抑制, 而在打点部分以内的区域里, 两模均被抑制。在图 1(a) 的第一像限内, 也只有阴影部分以外的区域里两模均被抑制, 而在阴影部分以内的区域里两模出现了新的竞争效应, 表现为两个模均能建立起稳定振荡。

那么当考虑泵涨落存在时, 在强耦合区, 随着噪声强度 P' , 增益系数 F 以及模间耦合常数 C 值的不同, 泵噪声对模间竞争的影响又是怎样的呢? 这一点可以从图 1(b) ~ (d) 与图 1(a)

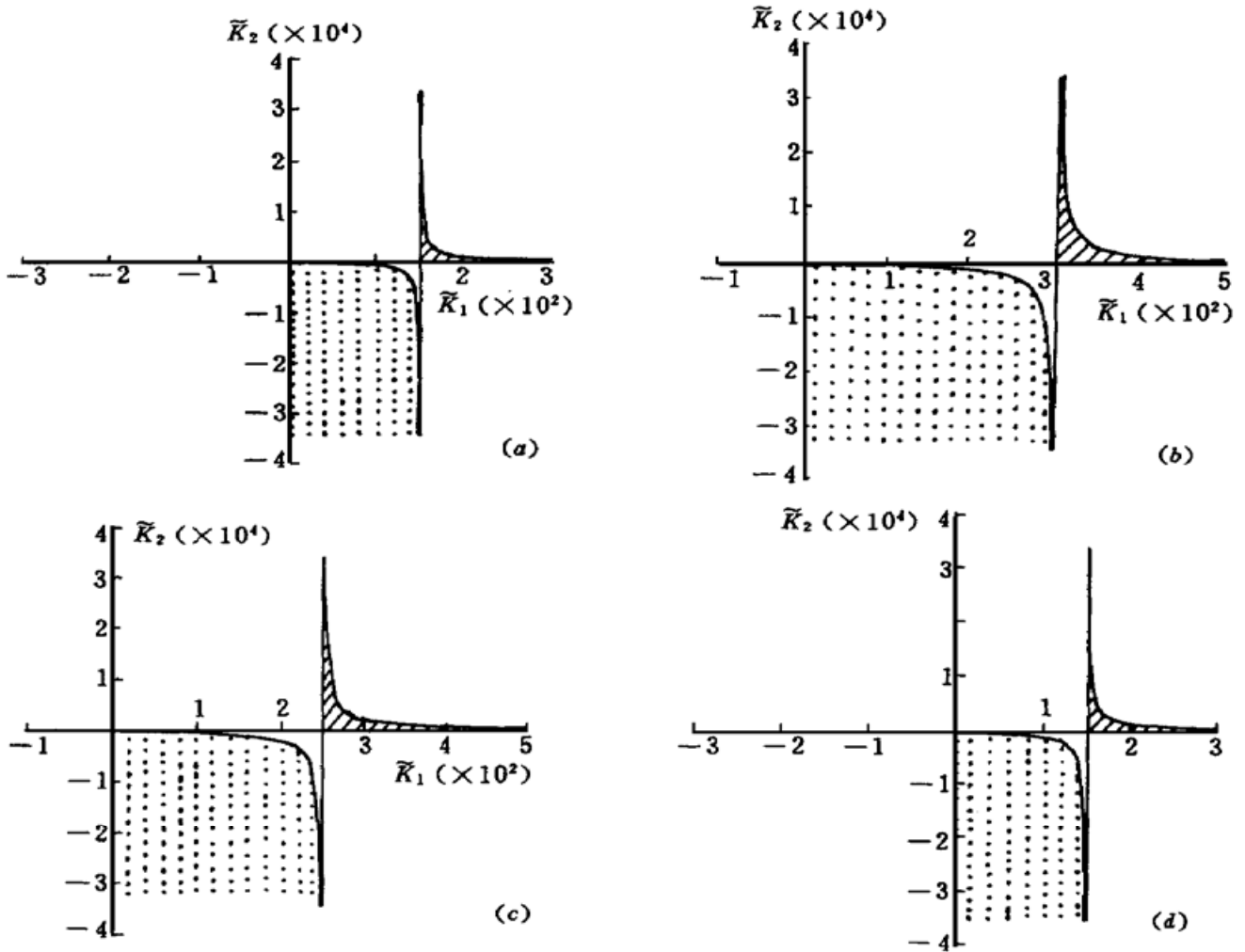


图 1 F, C 和 P' 取不同参数时, 模间竞争效应在 $\bar{K}_1-\bar{K}_2$ 平面内的分布情况。在第一象限里, 阴影部分为稳定区, 空白部分为不稳定区; 在第四象限里, 打点部分为不稳定区, 空白部分为稳定区

Fig. 1 The distribution of mode-competition in $\bar{K}_1-\bar{K}_2$ plane. In the first quadrant, the shadow region is stable, and the blank region is unstable; in the fourth quadrant, the points region is unstable, and the blank region is stable

(a) $F = 60, C = 1.5, P' = 5$; (b) $F = 60, C = 1.5, P' = 10$;
 (c) $F = 100, C = 1.5, P' = 5$; (d) $F = 60, C = 2.5, P' = 5$

的比较中清楚地看到。图 1(b) 对应于取 $F = 60, C = 1.5, P' = 10$ 的情况。(b) 的打点部分面积和阴影部分面积都比(a) 的大, 这说明在强耦合区, 当 F 和 C 一定时, 随着泵噪声强度 P' 值的增加, 泵噪声对模间竞争效应的影响不断增强。图 1(c) 对应于取 $F = 100, C = 1.5, P' = 5$ 的情况。(c) 的打点部分面积和阴影部分面积也比(a) 的大, 这说明当 P' 和 C 一定时, 随着增益系数 F 的增加, 泵噪声对模间竞争效应的影响不断增强。图 1(d) 对应于取 $F = 60, C = 2.5, P' = 5$ 的情况, 从图 1(d) 和 (a) 的比较中可以看出, (d) 的阴影部分面积比(a) 的大, 而打点部分面积比(a) 的小, 这说明在强耦合区, 随着两模耦合系数 C 的不断增加, 在 $\bar{K}_1 > 0$ 且 $\bar{K}_2 > 0$ 的区域内, 泵噪声对模间竞争效应的影响不断加强, 而在 \bar{K}_1 和 \bar{K}_2 反号的区域内, 泵噪声对模间竞争效应的影响不断减弱。

4.2 $C < 1$ (弱耦合区)

当 \bar{K}_1 和 \bar{K}_2 反号

若 $P' = 0$ 则 $T < 0$ 无稳定解

若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') > 0$ 则 $T < 0$ 无稳定解

若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') < 0$ 则 $T > 0$ 有稳定解

当 $\bar{K}_1 > 0$ 且 $\bar{K}_2 > 0$

若 $P' = 0$ 则 $T > 0$ 有稳定解

若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') > 0$ 则 $T > 0$ 有稳定解

若 $P' \neq 0$ 且 $G(P') < 0$ 则 $T < 0$ 无稳定解

当 $\bar{K}_1 < 0$ 且 $\bar{K}_2 < 0$

无论 $P' = 0$ 或 $P' \neq 0$, 两模均无法起振, 故不存在模间竞争^[1,2]。

以上分析表明, 在弱耦合区, 若不考虑泵噪声 ($P' = 0$), 两模的竞争效应表现为两个模能同时建立起稳定振荡。但当考虑泵涨落的存在时 ($P' \neq 0$), 两模中可能有一个会被抑制。这一点从图 2 中看得更加清楚。

图 2 对应于取 $F = 60, C = 0.5, P' = 5$ 的情况。如果不考虑泵噪声, 在图 2 的第一象限的整个区域内, 两模的竞争效应都应表现为两个模能同时建立起稳定振荡; 在图 1(a) 的第四象限的整个区域内, 两模均被抑制。但当考虑泵噪声的存在时, 情况就发生了变化。这时在图 2 的第一象限内, 只有在涂黑部分以外的区域, 两模的竞争效应才继续表现为两个模能同时建立起稳定振荡, 而在涂黑部分以内的区域里两模均被抑制。在图 2 的第四象限内, 也只有阴影部分以外的区域里, 两模均被抑制, 而在阴影部分以外的区域里, 则出现了新的竞争效应, 表现为一个模能建立起稳定振荡, 另一个模被抑制。这与文献 [1] 的结论相符。

进一步分析发现, 在弱耦合区, 随着噪声强度 P' , 增益系数 F 以及模间耦合常数 C 值的不断增加, 泵噪声对模间竞争效应的影响与强耦合区是类似的。

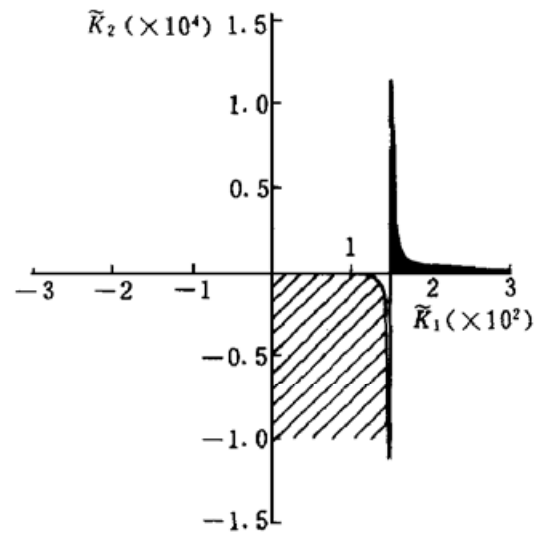


图 2 取参数 $F = 60, C = 0.5, P' = 5$ 时, 模间竞争效应在 $\bar{K}_1-\bar{K}_2$ 平面内的分布情况。在第一象限里, 涂黑部分为不稳定区, 空白部分为稳定区; 在第四象限里, 阴影部分为稳定区, 空白部分为不稳定区

Fig. 2 The distribution of mode-competition in $\bar{K}_1-\bar{K}_2$ plane, setting $F = 60, C = 0.5,$ and $P' = 5$. In the first quadrant, the dark region is unstable, and the blank region is stable; in the fourth quadrant, the shadow region is stable, and the blank region is unstable

参 考 文 献

- 1 M. Sargent, M. O. Scully, W. E. Lamb. Laser Physics. Canada: Addison-wesley, 1974. 120~ 127
- 2 Feng Zhichao, Cheng Zhi, Xi Bing. Laser Physics. Chengdu: Chengdu Telecommunication University Press, 1988. 376~ 382 (in Chinese)
- 3 Zhu Shiqun. Saturation effects in a two-mode ring laser. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(2): 1710~ 1715
- 4 Zhou Xiaoping, Gao Weijian, Zhu Shiqu. Saturation effects in a two-mode ring laser with both additive and multiplicative noise. *Phys. Lett. A*, 1996, **213**(1, 2): 43~ 48
- 5 Wu Dajin, Cao Li, Ke Shengzhi. Bistable kinetic model driven by correlated noises: steady-state analysis. *Phys. Rev. E*, 1994, **50**(4): 2496~ 2502

Mode-competition Effects of a Two-mode Laser from Pump Fluctuations with Saturation Effects

Chen Limei^{1,2} Cao Li^{1,3} Fu Haixiang¹ Qiu Junlin²

*¹Department of Physics and ²National Laboratory of Laser Technology,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074
³CCAST (World Laboratory), P. O. Box 8730, Beijing 100080*

Abstract The effect of pump fluctuations on mode-competition of a two-mode laser with saturation effects is studied. By means of a linear stability analysis, some conclusions have been obtained. In strong coupling, if pump fluctuations are absent, the mode-competition effects are such that one mode can build up a stable oscillation and the other is suppressed. However, if pump fluctuations are present, two modes may build up stable oscillations at the same time. In weak coupling, if pump fluctuations are absent, the mode-competition effects give rise to two modes which may build up a stable oscillation. However, if pump fluctuations are present, one mode may be suppressed.

Key words two-mode laser, mode-competition effects, saturation effects, pump fluctuations, Novikov theorem