

基于波前恢复的温度场真实三维重建

姚 卫 吴东楼 贺安之

(南京理工大学应用物理系 南京 210094)

提要 提出了采用傅里叶分析和改进的多重网格法恢复多方向干涉波前的技术,得到待测场在不同方向上的二维投影数据,从而实现了任意截面的场重建,即真正的三维重建。并实验利用了一种旋转 F-P 干涉仪,实时捕获非对称温度场的多方向干涉图,并给出由这些二维投影重建三维分布的结果,证明此采集、处理及重建方法是行之有效的。

关键词 相位展开,波前重建,三维再现,干涉层析术

1 引 言

自 Radon 变换提出以来,由低维投影重建高维分布已在众多领域逐步得到日趋成熟的应用^[1]。光学干涉法的温度场三维层析技术(OCT)也是近年来发展很快的方向之一。OCT 的关键技术与 X 射线一样在于采样、投影数据提取及重建算法三个环节。要实现真正意义上的三维再现,必须获得空间场的多方向二维投影数据。干涉图正是这种二维投影的良好记录方式,能满足准确、实时记录的要求。更重要的是激光干涉术优于 X 射线的一维点、线成像而成为捕获二维投影的便捷手段。对于似稳场,为记录其多方向干涉波前,本文采用的旋转 F-P 干涉仪就是一种简便实用的温度场 OCT 采样设备。它所记录的多方向干涉图逐一经由傅里叶方法^[2,3]转变为干涉波前的相位主值。对紧接着的相位主值的解包问题,本文提出了改进的多重网格法。它结合现有的相位解包的路径相关与路径无关两类算法的优点,能够精确迅速地恢复场致变形波前,很好地解决了二维投影数据的提取问题,克服了以往基于条纹跟踪的干涉图形态学处理方法只能得到几个孤立层面一维投影数据的缺陷。在二维投影数据的基础上,我们就能把经典的由一维反演二维的 ART 方法^[4]扩展为二维到三维的多方向重建算法。这时可以充分利用空间场的三维连续和相关性,即各层析层上的场分布在轴向是连续且光滑过渡的,我们以前一层析面的重建结果作为当前代数迭代法的初始估计,大大加速了三维重建的过程,同时提高了温度场定量测试的精度。

2 傅里叶方法求解相位主值

在流场,尤其是瞬态流场的定量测试中,实验条件往往不能满足 PZT 相移法的要求,即在一个方向上只能记录该方向场致变形波面的单张干涉图。所以用于由单张干涉图求取干涉相

位主值的傅里叶分析方法成为流场测试中二维投影数据提取的首选预处理算法。对干涉图作二维傅里叶变换,用频域滤波窗口取出干涉图的+1级频谱,并将其中心平移到频率面原点。平移+1级频谱的过程即去除了参考频率。再对滤波和平移后的频谱作傅里叶反变换,结果为 $c(x, y)$,场致变形波前的相位主值

$$\Psi(x, y) = \mathcal{Q}(x, y) + 2n\pi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{Im}[c(x, y)]}{\operatorname{Re}[c(x, y)]} \quad (1)$$

其中, $\operatorname{Im}(\cdot)$, $\operatorname{Re}(\cdot)$ 分别表示 $c(x, y)$ 的虚部和实部, n 为待定整数。

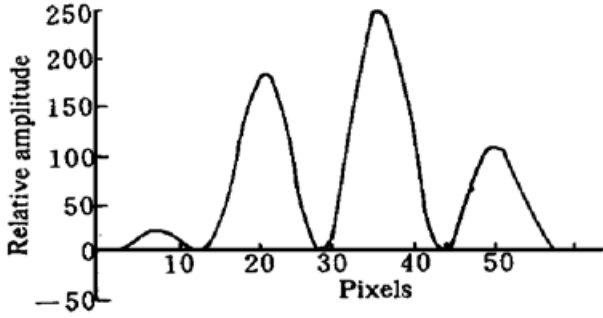


图 1 加 Hanning 窗的余弦条纹灰度分布

Fig. 1 Cosine fringe windowed by Hanning function

众所周知,傅里叶方法对于非周期有限视场和大块遮挡物(即无效数据区)是非常敏感的,它们的边界效应造成的 Gibbs 现象,将使波前恢复结果严重失真,给重建计算带来很大误差,必须设法克服。对实际采样的有限视场、含遮挡物的干涉图,首先作无效数据判别,标定遮挡物的位置和大小,使它们尽可能少地影响后继的计算。局域对比度是合理的遮挡物判据。利用给定大小区域的局域对比度,采用自适应阈值的方法标定一个无效数据模板 mask。然后,对图像作 Hanning 窗调制,以减少有限视场的边界跳动,在垂直条纹方向干

涉图成为如图 1 的灰度分布。

求取干涉相位主值的关键一步在于从图像的频谱中选取+1级频谱分量。为准确提取+1级频谱,我们采用迭代的 GP(Gerchberg-Papulis)算法^[5]。它的第 k 步迭代需进行如下计算:

$$a) \quad G_k(f_x, f_y) = \begin{cases} S(f_x, f_y) & (f_x, f_y) \in \text{滤波窗内} \\ F_k(f_x, f_y) & (f_x, f_y) \notin \text{滤波窗内} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$S_k(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) \cdot \operatorname{FT}\{G_k(x, y)\} \quad (3)$$

$$G_k(x, y) = \operatorname{FT}^{-1}\{c_k'(f_x, f_y)\} \quad (4)$$

$$F_k(f_x, f_y) = \operatorname{FT}\left[\frac{1}{2}a(x, y)v(x, y)\exp[i\mathcal{Q}_{k-1}(x, y)]\right] \quad (5)$$

b) 对 $G_k(f_x, f_y)$ 作逆傅里叶变换

$$\hat{G}_{k+1}(x, y) = \operatorname{FT}^{-1}\{G_k(f_x, f_y)\} \quad (6)$$

c) 对结果作归一化处理

$$G_{k+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a(x, y)v(x, y) \frac{f_k(x, y)}{\|f_x(x, y)\|} & (x, y) \in \text{视场} \\ 0 & (x, y) \notin \text{视场} \end{cases} \quad (7)$$

得到第 $k+1$ 步迭代初始估计,按(8)进行 $k+1$ 次迭代。

迭代的终止判据,我们采用

$$\left[\frac{\iint_{+1\text{阶窗内}} [|S_k(f_x, f_y)| - |F_k(f_x, f_y)|]^2 df_x df_y}{\iint_{+1\text{阶窗内}} |S_k(f_x, f_y)|^2 df_x df_y} \right]^{1/2} < \epsilon \quad (8)$$

更详细的频域迭代算法,将另文详述。

3 改进的多重网格法相位解包

由相位主值分布恢复真实变形波前的相位解包技术, 是二维投影数据提取的另一个重要步骤。考察式(5), 我们的目的是从上一步 FT 方法得到的相位主值 $\Psi(x, y)$, 求解真实相位 $\mathcal{Q}(x, y)$, 也就是要确定 2π 的相位跃变数 n 。通常相位解包算法分作路径无关与路径相关两类。Pritt 提出的多重网格算法是一种高精度的路径无关方法, 它是基于所估计的波前梯度与相位主值梯度的最小二乘拟合, 逐次逼近求解的过程可以用下面的偏微分方程表示

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{Q}}{dt} = \frac{\partial^2 \mathcal{Q}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{Q}}{\partial y^2} - \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right] \\ \left. \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial r} \right|_{r \in \text{边界}} = C(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

成为一个 Neumann 边界条件的 Poisson 方程由动态到稳态的求解过程, 所以除了边界约束外, 初始条件是影响收敛速度和求解精度的重要因素。实验证明, 以主值 Ψ 或 0 为迭代初值, 收敛速度是很缓慢的, 计算时间相对于另一类相位解包的路径相关方法要长数十倍。

作为改进的多重网格法, 为了融合两类相位展开算法的优点, 我们又设计了自适应最优路径法, 把它的展开结果用作多重网格法的初值, 不仅精度得到进一步改善, 更为显著的是大大加速了迭代的收敛。自适应最优路径法的出发点是寻找一条最优路径对相位主值的梯度积分, 得到真实相位。本文提出的自适应算法借鉴拓扑学中“最小跨度树”的搜索方法, 使树逐次按自适应阈值条件生长。积分路径的确定, 即树的生长过程, 依照如下步骤逐点进行。如图 2 所示, 当前待处理的像素 O , 我们称之为待生长父结点 O , 考虑其 16 邻域, 标记 O 为 0。沿图示的 8 个方向计算二阶差分

$$\Delta(i) = 2\mathcal{Q}(i) - \mathcal{Q}(O) - \mathcal{Q}(i+8) \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (10)$$

$\mathcal{Q}(i)$ 表示 i 点的真实相位。因为 O 是已被展开的像素, 故

$$\mathcal{Q}(O) = \Psi(O) \quad (11)$$

$\Psi(i)$ 表示 i 点的相位主值。而 $\mathcal{Q}(i)$ 则是从 O 点起对该方向的一阶偏导数的积分

$$\mathcal{Q}(i) = \mathcal{Q}(O) + [\Psi(i) - \Psi(O)] \quad (12)$$

$[\cdot]$ 表示取 2π 的模, 即一阶差分的主值。将(11), (12) 式代入(10), 得

$$\Delta(i) = [\Psi(i) - \Psi(O)] - [\Psi(i+8) - \Psi(i)] \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (13)$$

这样, 此 8 个方向的二阶差分就完全由该方向的两个像素和待生长点——父结点决定。

树的生长次序是由一个“生长队列”控制的, 队列按先进先出原则调度各待生长点。将当前的父结点 $O(i_0, j_0)$ 的 8 个 $\Delta(i)$ 排序, 标记出小于阈值 T 的 k 个兄弟子结点, 并将其坐标依次进入待生长队列, 同时分别记下他们的父结点坐标 (i_0, j_0) 。二阶差分大于阈值的舍去。我们把 8 个二阶差分值划分为若干等级, 比如相差大于 0.005 的归入下一等级, 否则认为属于同一等级。取第三等级的值作为当前进入队列的点成为父结点生长时的阈值 $T(i_0, j_0)$ 。然后取出队列的第一个点 $p(i_1, j_1)$, 按

$$\mathcal{Q}(p) = \mathcal{Q}(O) + [\Psi(p) - \Psi(O)] \quad (14)$$

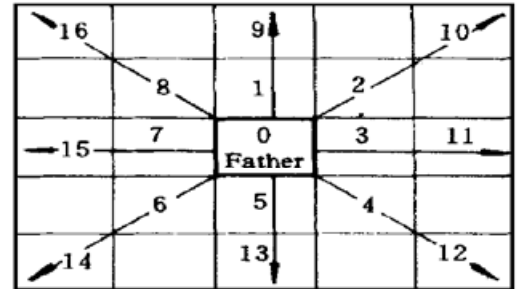


图 2 父结点的 16 邻域

Fig. 2 16 neighbors of a current father node

对 p 点作相位展开。它的生长方向的选择是这样进行的: 取 $p(i_1, j_1)$ 的 16 邻域作 8 方向二阶差分排序, 阈值 $T(i_0, j_0)$ 已由它的父结点 (i_0, j_0) 差分排序时确定了, 故二阶差分小于 $T(i_0, j_0)$ 的各兄弟子点依次进入生长队列, 并记下它们的父点是 (i_1, j_1) 。每次取出队列中的第一点, 做相同的处理。另一个要注意的问题是, 对于遮挡物、边界的相位都必须预先置 0, 并通知处理程序, 标记为已处理点。同时注意选择满足条件的子点时, 已进入队列的点就不再参加生长队列的排队了。

把最优路径法所得的相位解包结果作为多重网格迭代的初始条件, 与零初值或随机初值相比可节省 75% 的计算时间, 并且可得到更好的波面恢复精度。

4 三维 ART 算法

有了多方向二维场致变形波面, 即具备了真正由二维重建三维的条件。各层析面的数据相关性和连续性在这里可以发挥极为重要的作用。基于一维投影数据的 ART 算法通常以零初值迭代, 而对二维投影数据, 逐层计算时采用前一层迭代结果作为本层迭代的初值, 基本上一到两次迭代即可得到很好的重建效果。由于遮挡物等无效数据在前面已经记录下来, 迭代时把它们作为约束条件, 每一轮 n 方向投影的加权累加完成后均需进行约束修正。第 z 层层析所采用的迭代格式如下:

a) 初始估计值为上一层的重建场分布, 即 $n_{z_0}^{(0)}, \dots, n_{z_k}^{(0)}$ 分别置为 $n_{z-1_0}, \dots, n_{z-1_k}$; $k = m \times n$, $m \times n$ 是网格数。

b) 在每步迭代过程中计算新的 $n_{z_0}^{(l)}, \dots, n_{z_k}^{(l)}$ 值。

根据约束条件, 对每一投影值, 给定投影算子 A ; 再做如下的工作, 直到一定的迭代次数或满足一定的误差条件为止

$$n_j^{(1)} = \frac{M_1}{A_{ij}}; A_{ij} \neq 0, A_{ij} = (A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik})^T, n_j^{(1)} = (n_1^{(1)}, n_2^{(1)}, \dots, n_k^{(1)})$$

$$M_i^{(N)} = \sum_{j=1}^K A_{ij} n_j^{(k)}$$

$$n_j^{(N+1)} = n_j^{(N)} (1 + \alpha_i^{(N)} A_{ij}), j = 1, \dots, K$$

$$\alpha_i^{(N)} = \beta_i^{(N)} \frac{M_i - M_i^{(N)}}{\sum_{j=1}^K A_{ij}^2 n_j^{(K)}}$$

$\beta_i^{(N)}$ 是松弛算子, 推荐值为 0.6~0.9。

5 实验及结果

为测定一个双柱形散热体的似稳态温度场, 用旋转 F-P 干涉仪记录其场致变形光波的多方向干涉图。旋转 F-P 干涉仪光路如图 3。He-Ne 激光经凸透镜 L 准直扩束, M_1 为全反镜, M_2, M_3 为透过率均为 50% 的半透半反镜, 构成 F-P 干涉仪, 接收屏 P 上产生干涉条纹, 由 CCD 摄入计算机, 图像卡为 320×240AVI 卡。激光器, F-P 干涉仪和 CCD 摄像机均固定在转台 R ($\Phi = 800$ mm) 上, R 可绕垂直轴 z 旋转并有角度传感器实时测定并显示转角。热源 T 固定于 z 轴, 不随 R 旋转。 T 是平板散热器上焊接双柱(高 19 mm)形成的非对称发热体。旋转 F-P 干涉仪能很方便地记录多达几十个方向的此温度场的二维投影数据。实验环境温度为 24℃。图

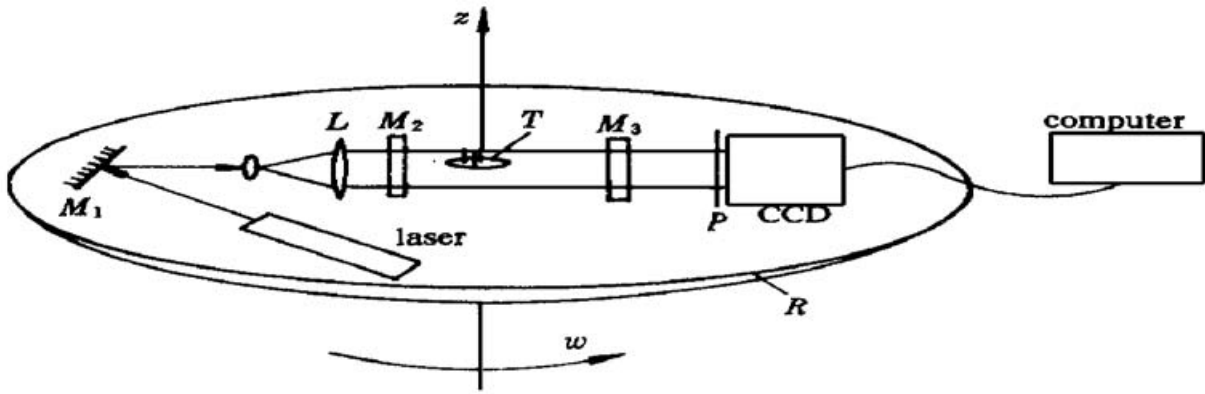


图 3 F-P 旋转干涉仪原理示意图

Fig. 3 Scheme of the rotary F-P interferometer

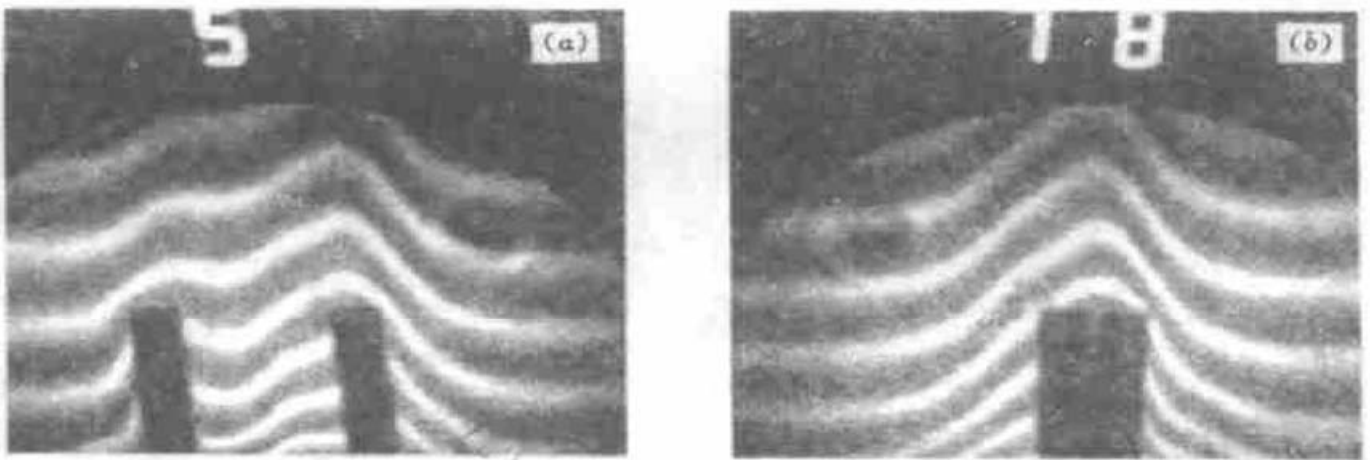
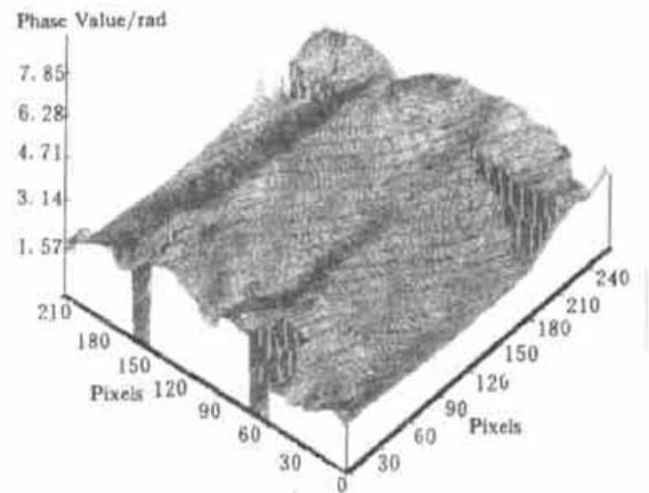


图 4 F-P 旋转干涉仪采集的 2°(a) 和 78°(b) 方向的非对称温度场的干涉图

Fig. 4 Interferograms of an Asymmetric temperature field captured by the rotary F-P interferometer at projection angles of 2 (a) and 78 (b) degrees

图 5 2°方向的重建波前

Fig. 5 Retrieved wave-front at 2° direction



4 (a), (b) 给出其中 2°和 78°两个方向的干涉图, 图中的数字表示相对的投影角度。图 5 是用本文所述方法恢复的 2°方向的干涉图的变形波前, 即温度场的二维投影数据。可以看到, 遮挡物部分已被有效地标识出来。图 6 (a) 是由多方向投影重建的距发热体底板 25 mm 处截面上的温度分布, 峰值温度为 79.5℃。图 6 (b) 是距发热体底板 29 mm 处截面上的温度分布, 峰值温度为 78.5℃。用半导体温度计实测检验, 重建的峰值误差在 2% 左右。

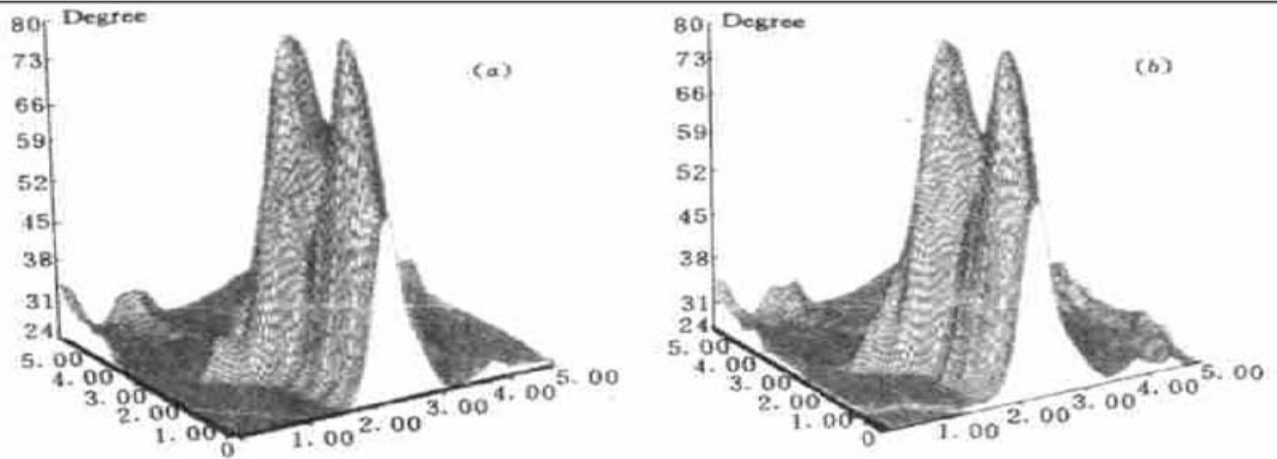


图 6 (a) 距底端 25 mm 处截面上的温度分布; (b) 距底端 29 mm 处截面上的温度分布

Fig. 6 Reconstructed temperature field on 25 mm (a) and 29 mm (b) cross-section

参 考 文 献

- 1 G. T. Herman. Image reconstruction from projections (the fundamentals of computerized tomography). Academic Press Inc., 1980
- 2 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method for fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **72**(1): 156~ 160
- 3 Donald J. Bone. Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(25): 3627~ 3632
- 4 Yan Dapeng, Liu Feng, Wang Zhendong *et al.*. A modified ART reconstructive technique and its application to three-dimensional temperature field. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(9): 1296~ 1300 (in Chinese)
- 6 V. V. Kotlyar, P. G. Seraphimovich, O. K. Zalyalov. Noise-insensitive iterative method for interferogram processing. *Optics & Laser Technology*, 1995, **27**(4): 251~ 254

Real Three-dimensional Reconstruction of Temperature Field Based on Wave-front Retrieval

Yao Wei Wu Donglou He Anzhi

(Applied Physics Department of Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210014)

Abstract The three-dimensional visualization of a quasi-stable flow field needs two-dimensional projections. In flow field interferometric tomography, the conventional method of fringe tracking, by which a few solitary one-dimensional projections are obtained, can only evaluate the 2-D distribution of the field on a limited number of cross-sections. A new method combining the Fourier analysis and the improved multigrid iteration is proposed to extract 2-D projections from interferograms of the measured field in various directions. On the basis of 2-D projections the real 3-D field reconstruction can be reached. In the last section of this paper, an experiment of asymmetric temperature field measurement using rotary F-P interferometer is reported and some cross-sections of the reconstructed temperature field are given to prove that the methods of sampling, processing and reconstruction algorithm illustrated in this paper are effective.

Key words phase unwrapping, wave-front retrieval, 3-D reconstruction, interferometric tomography