

# 线双折射光纤与正交极化孤子碰撞的研究

黄洪涛

( 邮电部规划研究院 北京 100037)

聂再清

( 清华大学计算机系 北京 100084)

**提要** 从描述线双折射光纤中 ps 量级孤子脉冲的归一化 NLS 方程出发, 利用对称分步傅里叶变换计算方法, 分析和归纳了正交极化孤子在双折射光纤中的碰撞数值特性, 并对相关结论作了粗略探讨。

**关键词** 双折射光纤, 光孤子通信, 孤子碰撞

近几年来, 对单模光纤的双折射问题已经进行了大量的理论和实验研究, 一般认为产生模双折射的原因在于光纤熔拉过程中预制棒、拉延装置和外部包套的同心度发生改变, 或光纤成形后由于缠绕、扭曲等外部因素的影响, 引起光纤截面的非圆对称或内部残留应力的各向异性, 使得实际单模光纤中两个正交线偏振的模式失简并 ( $\beta_x \neq \beta_y$ ), 即产生所谓偏振模的双折射现象, 输入线偏振光经传播一段距离后变为椭圆偏振光。

随着光孤子通信和全光交换的迅猛发展, 研究孤子在双折射光纤中的传输特性十分必要, 并将对制作孤子开关等光器件产生重大影响。

## 1 理论模型和计算方法

在研究 ps 量级的光脉冲时, 拉曼效应、高阶色散等均可忽略。参考文献[1]所导出的归一化的耦合 NLS 方程为

$$\begin{aligned} i \left[ \frac{\partial \mu}{\partial \xi} + \delta \frac{\partial^2 \mu}{\partial \tau^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \tau^2} + \left[ |\mu|^2 + \frac{2}{3} |\nu|^2 \right] \mu + \frac{1}{3} \nu^2 \mu^* \exp(-iR\delta\xi) &= -i\gamma\mu \\ i \left[ \frac{\partial \nu}{\partial \xi} - \delta \frac{\partial^2 \nu}{\partial \tau^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \nu}{\partial \tau^2} + \left[ |\nu|^2 + \frac{2}{3} |\mu|^2 \right] \nu + \frac{1}{3} \mu^2 \nu^* \exp(iR\delta\xi) &= -i\gamma\nu \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\delta$  为归一化的双折射系数, 当其为正时,  $\mu$  为慢孤子,  $\nu$  为快孤子。方程第 4 项是自相位调制项, 第 5 项是交叉相位调制项, 最后一项分别含有因子  $\exp(-iR\delta\xi)$  和  $\exp(iR\delta\xi)$ , 在双折射不是太小的情况下, 它们是  $\xi$  的快速振荡项, 对脉冲包络演化的平均贡献为零, 在下面的计算中将其略去。 $\gamma$  为归一化损耗系数, 在计算中取为零。

我们采用对称分步傅里叶变换的数值模拟计算方法, 求解非线性耦合方程(1)。分步傅里叶变换方法的基本思想是在一微小空间步长内将非线性项与线性色散项分开单独处理, 假定空间步长为  $h$ , 其计算精度可达到  $h^2$ 。而通过采用对称分步傅里叶变换计算精度可以进一步提

高。所谓对称分步傅里叶变换即是首先在前半个步长内考虑线性项,再在整个步长内考虑非线性项,然后再在后半个步长内考虑线性项。

先令

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}(\xi, \Omega) &= \text{FT}[\mu(\xi, t)] \\ \tilde{\nu}(\xi, \Omega) &= \text{FT}[\nu(\xi, t)]\end{aligned}$$

FT 与  $\text{FT}^{-1}$  分别表示傅里叶变换与傅里叶逆变换。

然后定义线性算符

$$\tilde{L}_\mu = \exp\left[(j\Omega - j\Omega^2/2) \frac{h}{2}\right], \quad \tilde{L}_\nu = \exp\left[(-j\Omega - j\Omega^2/2) \frac{h}{2}\right]$$

再定义非线性算符

$$N_\mu(\xi) = \exp\left[j\left[|\mu(\xi, \tau)|^2 + \frac{2}{3}|\nu(\xi, \tau)|^2\right]h\right], \quad N_\nu(\xi) = \exp\left[j\left[|\nu(\xi, \tau)|^2 + \frac{2}{3}|\mu(\xi, \tau)|^2\right]h\right]$$

其中  $h$  为空间步长。

可以在频域中对方程(1)的线性部分进行如下计算

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}(\Omega, \xi + h) &= \tilde{L}_\mu \tilde{\mu}(\Omega, \xi) \\ \tilde{\nu}(\Omega, \xi + h) &= \tilde{L}_\nu \tilde{\nu}(\Omega, \xi)\end{aligned}$$

在时域中对方程(1)的非线性部分进行计算

$$\begin{aligned}\mu(\tau, \xi + h) &= N_\mu \mu(\tau, \xi) \\ \nu(\tau, \xi + h) &= N_\nu \nu(\tau, \xi)\end{aligned}$$

根据对称分布傅里叶变换的基本思想,可得出

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}(\Omega, \xi + h) &= \tilde{L}_\mu \text{FT}\{N_\mu \text{FT}^{-1}[\tilde{L}_\mu \tilde{\mu}(\Omega, \xi)]\} \\ \tilde{\nu}(\Omega, \xi + h) &= \tilde{L}_\nu \text{FT}\{N_\nu \text{FT}^{-1}[\tilde{L}_\nu \tilde{\nu}(\Omega, \xi)]\}\end{aligned}$$

本文采用快速傅里叶变换(FFT)来完成,计算的精度取决于傅里叶变换的精度和步长  $h$  的大小,计算精度可达到  $h^2$  量级以上。

为保证计算的精度,可逐次加倍离散傅里叶变换点数,增大截止区间以及减半空间步长,直到与上一次计算结果之差在给定的误差范围内。

## 2 计算结果和分析

方程(1)用逆散射方法是不可积的,可积的非线性波方程与不可积方程的重要差别是前者所描述的孤子波碰撞是弹性碰撞,而后者是非弹性碰撞,由耦合方程所描述的孤子波碰撞都有辐射波产生。

众所周知,两个不同极化方向的孤子脉冲在碰撞前后能形成俘获态。当两孤子脉冲幅度低于阈值时,它们碰撞将相互分离开,但每个孤子都俘获对方一小部分,所以碰撞后的孤子处于混合极化态,其中被俘获的一小部分脉冲分量叫孤子影像(Soliton Shadow)。

双折射光纤中孤子相互碰撞,由于交叉相位调制两孤子的中心频率要发生变化,而孤子脉冲中心频率的改变将导致它们色散极化光纤中传输时延的变化,这就是光孤子逻辑门的主要机制。所以孤子脉冲的中心频率是研究两孤子碰撞的一个重要参数,可定义两极化方向上孤子脉冲的中心频率为

$$\Omega_0^{\mu}(\xi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega |\tilde{\mu}(\Omega, \xi)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\mu}(\Omega, \xi)|^2 d\Omega}, \quad \Omega_0^{\nu}(\xi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega |\tilde{\nu}(\Omega, \xi)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\nu}(\Omega, \xi)|^2 d\Omega}$$

其中  $|\tilde{\mu}(\xi, \Omega)| = |\tilde{\mu}_1(\xi, \Omega)| + |\tilde{\mu}_2(\xi, \Omega)|$ ,  $|\tilde{\nu}(\xi, \Omega)| = |\tilde{\nu}_1(\xi, \Omega)| + |\tilde{\nu}_2(\xi, \Omega)|$

本文的模拟计算只考虑两孤子脉冲幅度相等的情况, 初始端进入双折射光纤的两个正交极化一阶孤子在时域中分别表示为

$$\begin{aligned} \mu_1(\xi = 0, \tau) &= \text{sech}(\tau + \tau_0) & \mu_2(\xi = 0, \tau) &= 0 \\ \nu_1(\xi = 0, \tau) &= 0 & \nu_2(\xi = 0, \tau) &= \text{sech}(\tau - \tau_0) \end{aligned}$$

其中  $\tau_0$  为两正交孤子的初始间距。

此两孤子的初始频谱分别为

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_1(\xi = 0, \Omega) &= \frac{1}{2} \text{sech}\left[\frac{\pi\Omega}{2}\right] & \tilde{\mu}_2(\xi = 0, \Omega) &= 0 \\ \tilde{\nu}_1(\xi = 0, \Omega) &= 0 & \tilde{\nu}_2(\xi = 0, \Omega) &= \frac{1}{2} \text{sech}\left[\frac{\pi\Omega}{2}\right] \exp(j\tau_0\Omega) \end{aligned}$$

首先研究两孤子在初始端完全重叠, 即  $\tau_0 = 0$  的情况。

图 1(a) 表示  $\tau_0 = 0, \delta = 0.8$  时, 两孤子时域中的演化过程。以下各图中横坐标  $\xi$  以孤子周期  $Z_0 = \pi^2 c^2 / [D(\lambda) \lambda_0]$  为单位, 实线表示  $\mu$  极化方向, 虚线表示  $\nu$  极化方向。可见由于极化色散, 两孤子将逐渐分离, 并且每一孤子都有一个与其正交的幅度很小的影像相伴随, 这一影像来源于另一正交极化孤子, 将对由双折射光纤构成的孤子开关造成不利影响。图 1(b) 表示两极化方向上脉冲中心频率的变化, 可见碰撞后慢孤子的中心频率蓝移, 快孤子的中心频率红移。

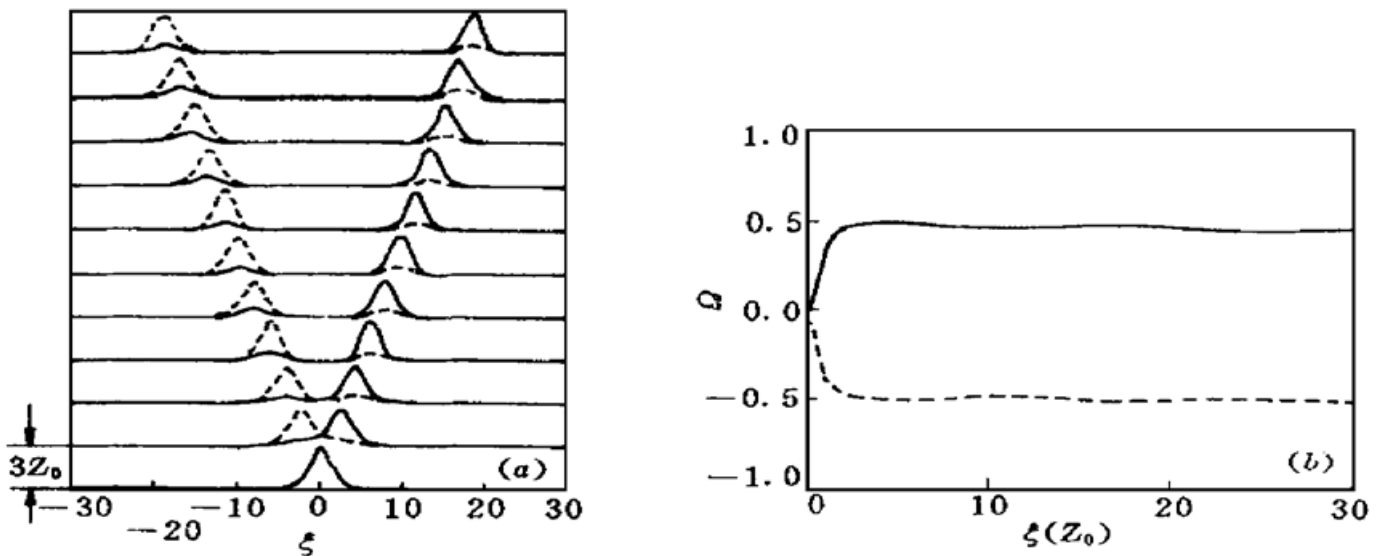


图 1  $\tau_0 = 0, \delta = 0.8$  时孤子演化

(a) 时域波形; (b) 中心频率

Fig. 1 Evolution of solitons when  $\tau_0 = 0, \delta = 0.8$

(a) time domain waveform; (b) central frequency

图 2(a) 表示  $\tau_0 = 0, \delta = 0.5$  时, 两孤子时域的演化过程。与图 1(a) 不同的是, 此时两孤子进入双折射光纤后构成了束缚态, 即互不分离。这是因为此时极化色散较小, 孤子有足够的功率通过非线性克尔效应克服极化色散, 即孤子能自俘获(Self-Trapping)。从图 2(b) 可见, 此

时这两个正交极化孤子的中心频率将发生振荡。

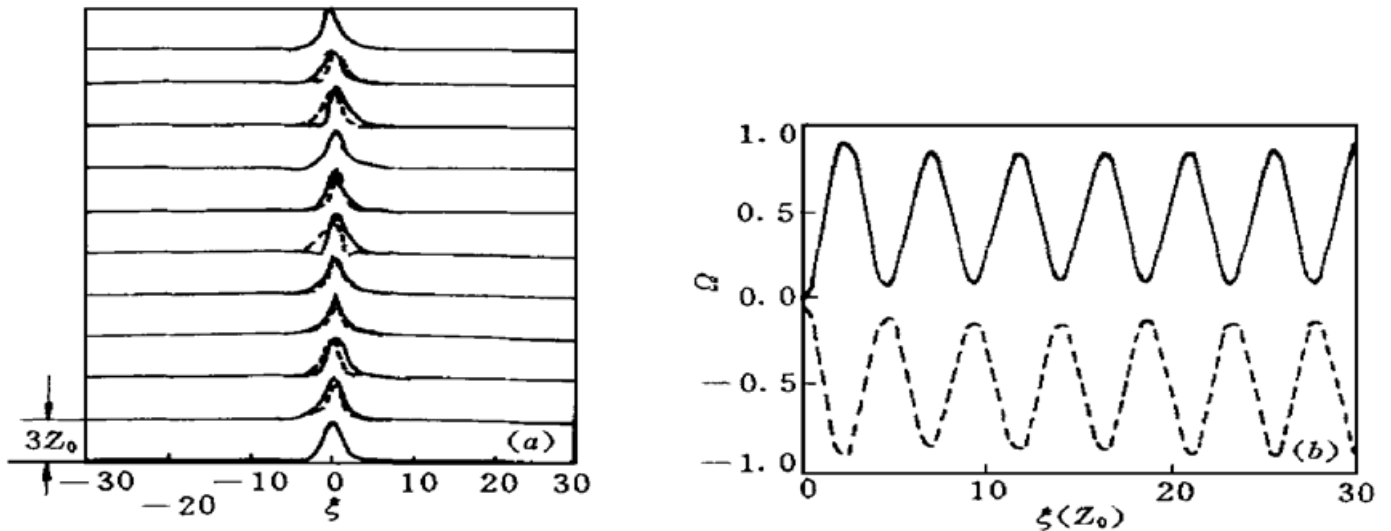


图 2  $\tau_0 = 0, \delta = 0.5$  时孤子演化

(a) 时域波形; (b) 中心频率

Fig. 2 Evolution of solitons when  $\tau_0 = 0, \delta = 0.5$

(a) time domain waveform; (b) central frequency

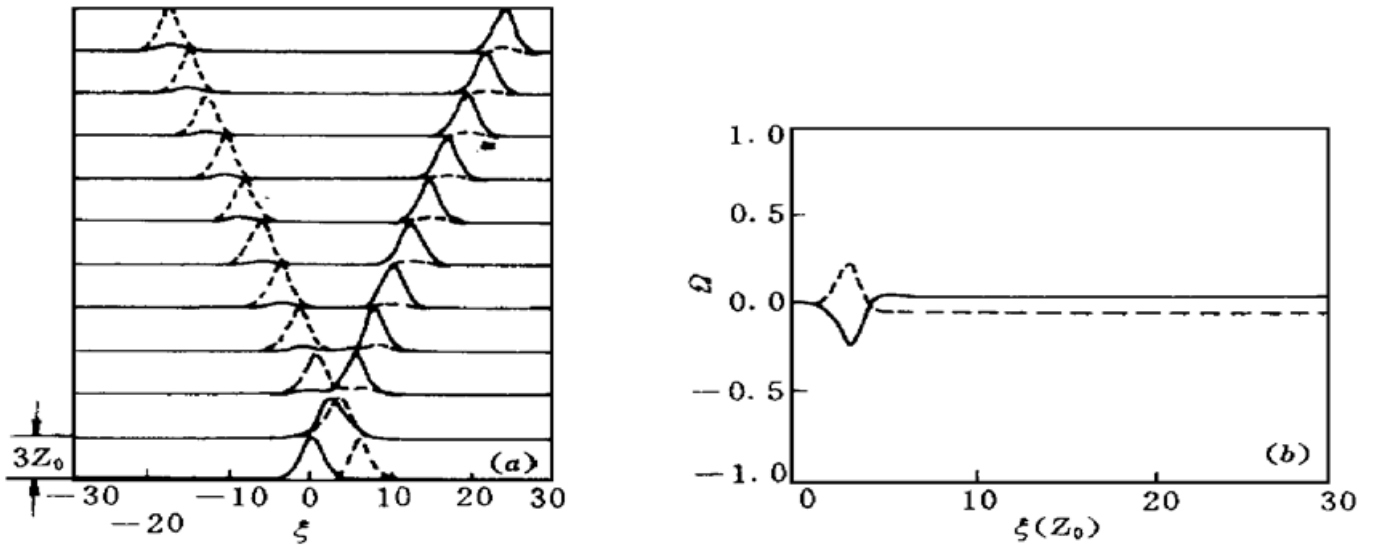


图 3  $\tau_0 = 6, \delta = 0.5$  时孤子演化

(a) 时域波形; (b) 中心频率

Fig. 3 Evolution of solitons when  $\tau_0 = 6, \delta = 0.5$

(a) time domain waveform; (b) central frequency

当两正交极化孤子在输入端不完全重叠时,情况将发生较大变化。

若  $\tau_0 = 6$ , 这时两孤子在初始端近乎完全分离, 而且慢孤子在前, 快孤子在后, 快孤子追赶慢孤子。当  $\delta$  仍然为 0.5 时, 从图 3(a) 可见, 此时两孤子的时域演化与图 2(a) 所示的情形完全不同, 两孤子碰撞后不能形成束缚态, 碰撞后两孤子将会互相分离。与图 1(a) 类似, 每一孤子都伴随一个小的影像, 只不过这时影像的幅度比图 1(a) 所示的小。图 2(b) 表示两孤子中心频率的演化, 在碰撞过程中慢孤子的中心频率首先下降, 直到两孤子完全重叠, 而后中心频率再上升。两孤子分离后慢孤子有一净正频域, 对于快孤子则反之。

图 4 (a) 和 (b) 分别表示  $\tau_0 = -2, \delta = 0.5$  时两孤子时域与中心频率的变化过程, 此时在初始端快孤子在前, 慢孤子在后, 可见此时两孤子也不能构成束缚态。

对于  $\tau_0 = 6$ , 若将极化色散  $\delta$  减少到 0.2, 从图 5 (a) 可见, 两孤子又构成了束缚态, 同时两孤子中心频率发生振荡。

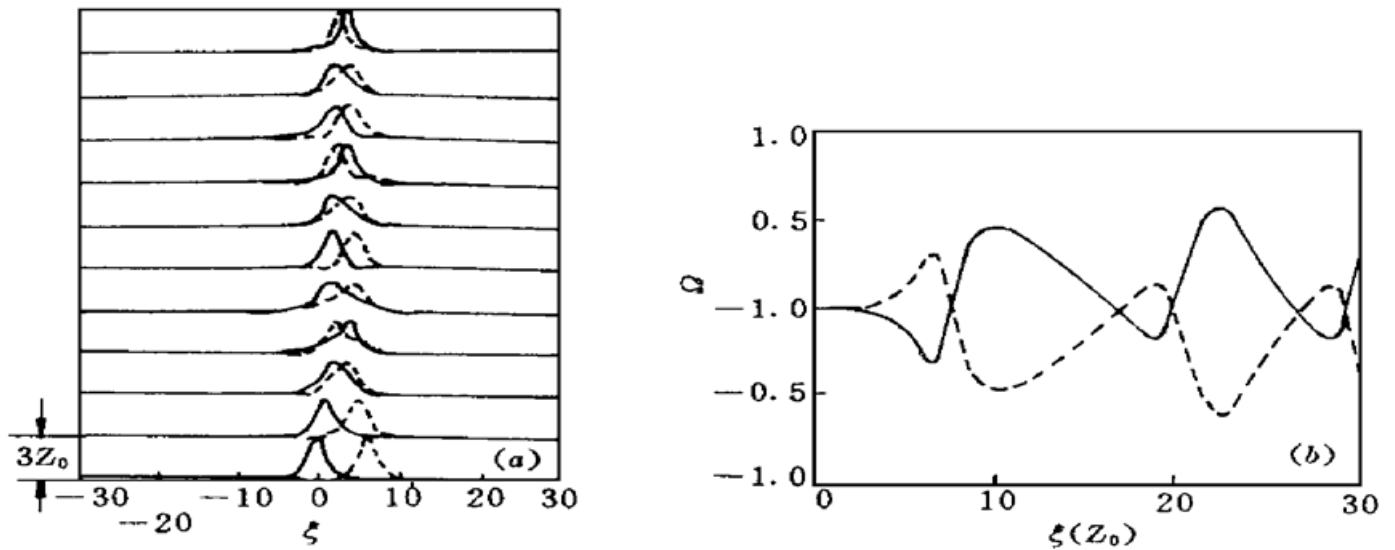


图 4  $\tau_0 = -2, \delta = 0.5$  时孤子演化

(a) 时域波形; (b) 中心频率

Fig. 4 Evolution of solitons when  $\tau_0 = -2, \delta = 0.5$

(a) time domain waveform; (b) central frequency

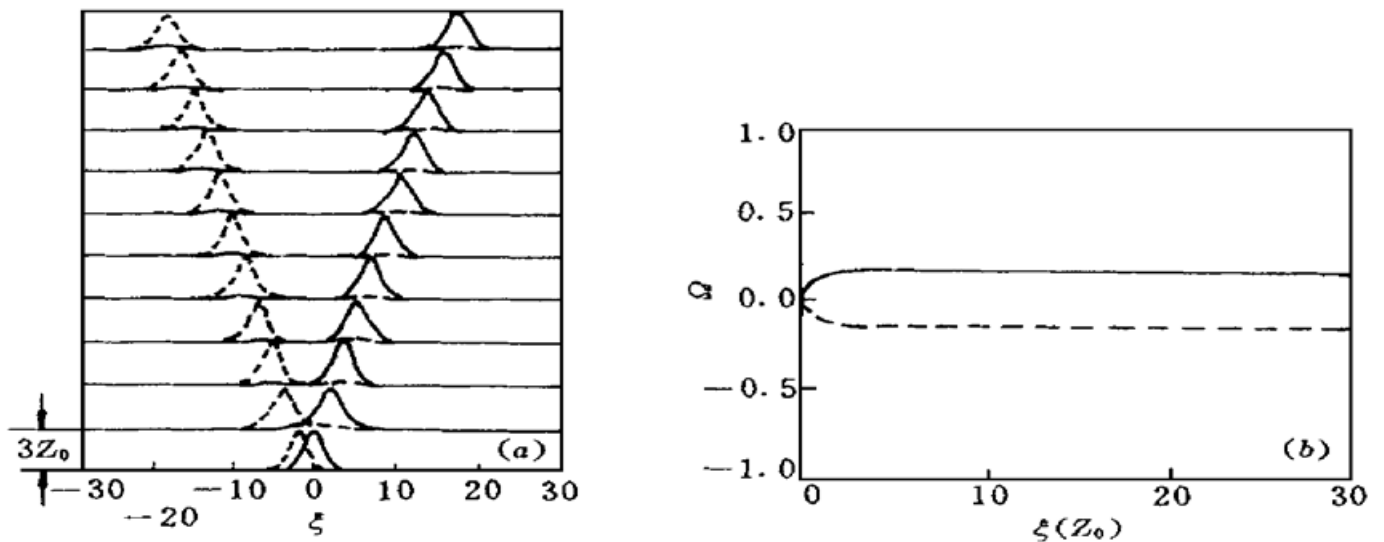


图 5  $\tau_0 = 6, \delta = 0.2$  时孤子演化

(a) 时域波形; (b) 中心频率

Fig. 5 Evolution of solitons when  $\tau_0 = 6, \delta = 0.2$

(a) time domain waveform; (b) central frequency

为了更好地描述正交极化孤子在双折射光纤中的传输特性, X. D. Cao<sup>[6]</sup>发现总极化态的相对分量并不总是很小, 而是有一个较大的变化范围, 所以引入表示两个孤子脉冲极化态的混合程度参数

$$m(\xi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(\tau, \xi)| |\nu(\tau, \xi)| d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(\tau, \xi)|^2 d\tau} \quad (2)$$

方程(2)中的分子是运动常量,用来作归一化参量。

由于孤子大部分能量都是局部集中化的,所以  $M = \lim_{\xi \rightarrow \infty} [m(\xi)]$  表示两孤子脉冲碰撞后的重叠大小。如果两孤子完全重合,则  $M = 1$ ; 如它们完全分离,则  $M = 0$ 。一般情况  $M$  值是 0 到 1 之间的某一数值。很容易理解若两孤子相互俘获,则  $M$  的数值较大。对于可积系统,两孤子碰撞后  $M$  为 0。

图 6(a) 表示的是当  $\tau_0 = 0, \delta = 0.8$  时,参数  $m(\xi)$  随传输距离  $\xi$  的变化过程。由图可知,初始时两孤子脉冲完全重叠,  $m$  值为 1; 随后快孤子超过慢孤子,快孤子脉冲后沿与慢孤子脉冲前沿相碰撞,两孤子脉冲分离,  $m$  值下降。大约在 1.25 个孤子周期,每一孤子脉冲就开始俘获另一孤子脉冲的一小部分,  $m$  值上升到 0.53 就开始保持稳定。

图 6(b), (c) 分别表示  $\tau_0 = 0, \delta = 0.5$  和  $\tau_0 = 5, \delta = 0.5$  时的  $m(\xi)$  演化过程。

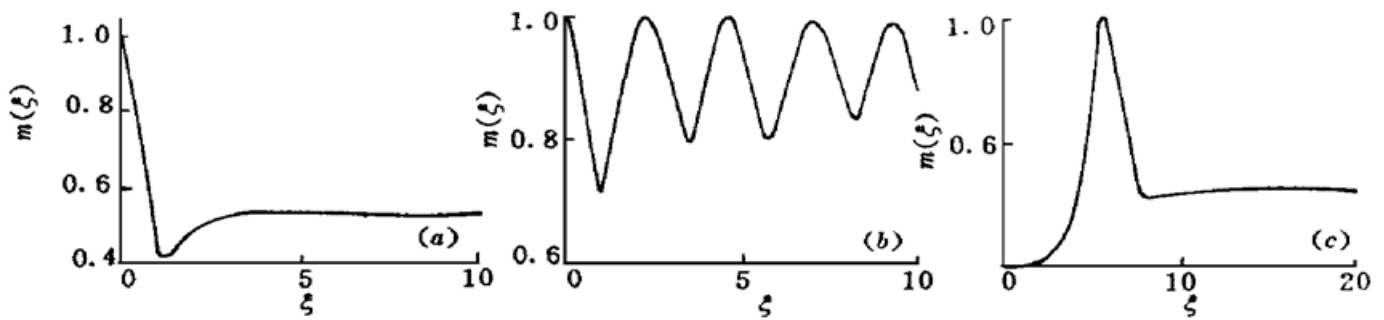


图 6 各种情况下  $m(\xi)$  的演化过程

Fig. 6 Evolution of  $m(\xi)$  in various conditions

(a)  $\tau_0 = 0, \delta = 0.8$ ; (b)  $\tau_0 = 0, \delta = 0.5$ ; (c)  $\tau_0 = 5, \delta = 0.5$

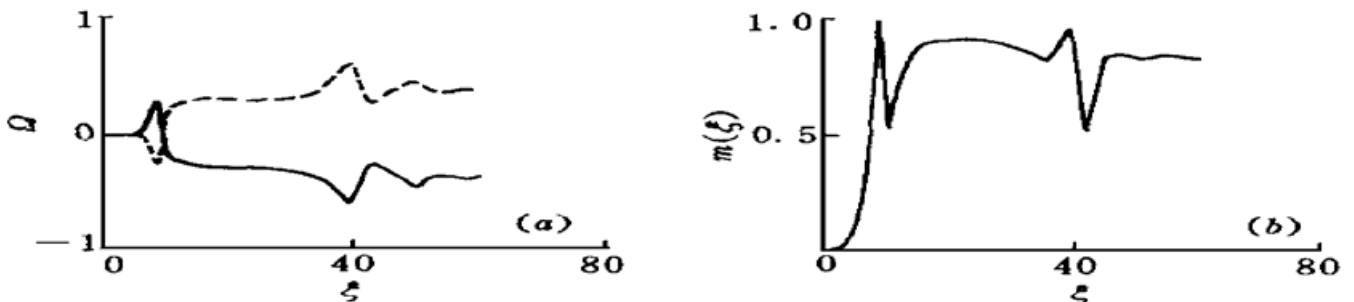


图 7  $\tau_0 = 5, \delta = 0.3$  时两孤子演化过程

Fig. 7 Evolution of two kinds of solitons when  $\tau_0 = 5, \delta = 0.3$

若把  $\delta$  值取为 0.30, 碰撞演化过程如图 7 所示。由图 7 可见,快孤子追上慢孤子脉冲后,两孤子相互来回碰撞几次,最后还是相互分离。在两孤子来回碰撞期间,两孤子中心频率也处于振动态。分离后两脉冲的混合程度对双折射率值  $\delta$  非常敏感,这时两孤子脉冲的幅度和脉宽也处于振动态,因此这是孤子俘获态和分离态之间的一种过渡态。继续研究和计算表明,对于  $\delta > 0$  的情况,即快孤子脉冲追赶慢孤子脉冲发生碰撞时,在俘获态与分离态之间都存在一个过渡态

对于  $\delta < 0$  的情况, 即初始端快孤子在慢孤子前面碰撞演化过程, 同样存在分离区和俘获区, 但这时 ( $\tau_0 < 0$ ) 不存在明显的过渡态。

图 8 表示两正交极化孤子在双折射光纤中能构成束缚态, 即孤子自俘获所允许的最大归一化极化色散参量(阈值极化色散参量)  $\delta_c$  与两孤子初始间距  $\tau_0$  的关系。当  $\tau_0 = 0$  时, 阈值极化色散参量最大, 约为 0.72。阈值极化色散将随初始间距的增大而减少。当  $\tau_0 > 6$  时, 两孤子在初始端已完全分离, 阈值极化色散参量将趋于一稳定值, 约为 0.2875。而对于  $\tau_0 < 0$ , 则由于在初始端快孤子在前, 慢孤子在后, 阈值极化色散将随初始间距增大而一直减少, 很显然这时若两孤子在初始端完全分离, 则不可能再发生孤子碰撞。

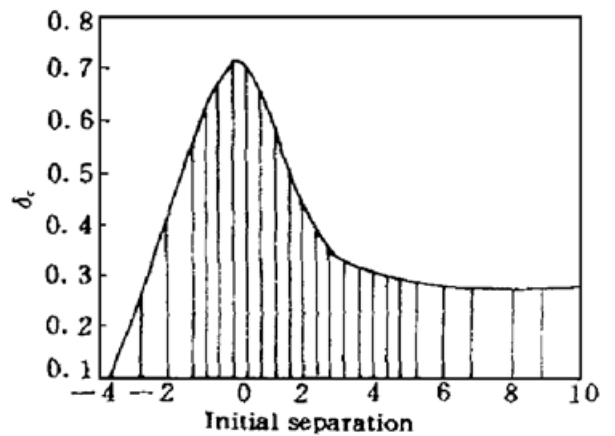


图 8 归一化阈值极化色散参量与两孤子初始间距关系图

Fig. 8 Relationship between the normalized threshold dispersion polarization parameters and the initial separation of two kinds of solitons

### 3 结 论

本文数值研究了两个一阶正交极化孤子在双折射光纤中的碰撞特性。对于一定峰值功率的孤子, 当光纤极化色散(即光纤双折射)较小时, 两正交极化孤子相互作用后能依赖交叉相位调制克服极化色散, 形成一束缚态, 在光纤中长距离稳定传输而不分离。如果极化色散过大, 两孤子碰撞后将相互分离, 且每一孤子都有一处于其正交极化方向的幅度较小的映像相伴。两正交极化孤子构成束缚态所允许的最大极化色散(阈值极化色散)取决于两孤子的初始间距, 如果两孤子在初始端重叠, 则阈值极化色散参量最大, 为  $\delta_c = 0.72$ , 阈值极化色散将随两孤子的分离而下降。

此外, 图 9 表示两正交极化孤子关于双折射率值  $\delta$  与两孤子脉冲初始间距  $\tau_0$  的碰撞空间。当  $\tau_0 > 0$  时, 在分离区和俘获区之间存在一个过渡区。在  $\tau_0 = 0$  时, 两孤子脉冲能克服最大的极化色散以形成束缚俘获态。

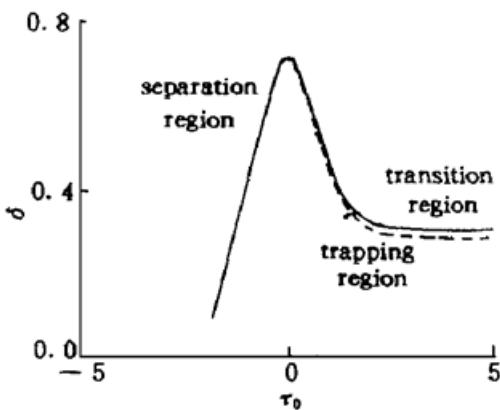


图 9  $\delta$ - $\tau_0$  碰撞空间

Fig. 9  $\delta$ - $\tau_0$  collision space

### 参 考 文 献

- 1 A. Hasegawa, Y. Kodama. Signal transmission by optical solitons in monomode fiber. *Proc. IEEE*, 1981, **69**(9): 1145~ 1151
- 2 C. R. Menyuk. Stability of soliton in birefringent optical fibers.  $\square$  Equal propagation amplitudes. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(8): 614~ 616
- 3 C. R. Menyuk. Stability of soliton in birefringent optical fibers.  $\square$  Arbitrary amplitudes. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1988, **5**(2): 392~ 402
- 4 C.-J. Chen, P. K. A. Wai, C. R. Menyuk. Soliton switch using birefringent optical fibers. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(9): 477~ 479

- 5 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic, New York, 1988
- 6 X. D. Cao, D. D. Meyerhofer. Soliton collisions in optical birefringent fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1994, **11**(2): 380~ 385
- 7 Masashi Eguchi, Kazuya Hayata, Masanori Koshiha. Effects of birefringence on the interaction between adjacent nonlinear pulses. *Opt. Lett.*, 1993, **16**(2): 82~ 84
- 8 Tang Xiongyan, Ye Peida. Numerical studies on collisions of solitons in birefringent optical fibers. *Journal of BUPT*, 1994, **17**(2): 10~ 17
- 9 M. N. Islam, C. -J. Chen, C. E. Soccolich. All-optical time-domain chirp switches. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(7): 484~ 486
- 10 Q. Wang, P. K. A. Wai, C. J. Chen *et al.*. Soliton shadows in birefringent optical fibers. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(8): 1265
- 11 L. F. Mollenauer, K. Smith, J. P. Gordon. Resistance of solitons to the effects of polarization dispersion in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(21): 1219~ 1221
- 12 B. A. Malomed, S. Wabnitz. Soliton annihilation and fusion from resonant inelastic collisions in birefringent optical fibers. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(18): 1388~ 1390

## Numerical Studies on Collisions of Orthogonally Polarized Solitons in Birefringent Optical Fibers

Huang Hongtao

(Research Institute of Programming, Ministry of Post and Telecommunication, Beijing 100037)

Nie Zaiqing

(Department of Computers, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** A set of nonlinear coupled equations describing the propagation of picosecond pulses in linearly birefringent optical fibers are derived from the Maxwell equations in the frequency domain. The numerical approach is given, then the collisions of orthogonally polarized fundamental solitons in birefringent fibers are investigated numerically. The effect of initial separation of the two solitons on the soliton collisions is analyzed. In addition, a transition region between trap and separate region is also found. The collisions in the transition region are resonant.

**Key words** soliton communications, birefringent optical fibers, soliton collisions