

# 有限宽光束在生物组织中的传播\*

陈 敏 陈建文 徐至展

(中国科学院上海光机所 上海 201800)

**提要** 用 Monte Carlo 方法讨论了有限宽光束在生物组织中的传播, 模拟了当无限细光束入射、高斯光束及平面圆光束入射到生物组织时的漫反射率及漫透射率等。模拟了有限宽光束在多层生物组织中的传播。

**关键词** 有限宽光束, Monte Carlo 模拟, 生物组织

## 1 引 言

近红外光(600~1300 nm)与强散射各向异性介质如生物组织的相互作用已经引起了人们的广泛关注<sup>[1]</sup>。和一般的介质不同, 生物组织对近红外光不但有吸收, 还有强散射<sup>[2]</sup>。与 X 射线等不同, 近红外光对生物组织几乎没有损伤。因而近年来近红外光不断应用于生物医学领域, 这不但包括激光诊断如时间分辨层析术和 OCT 等, 而且包括各种激光治疗如光动力疗法<sup>[3]</sup>等。然而在上述各种应用如光动力疗法中, 必须确切知道光在组织内部的能量分布或由已知的可测的物理量如漫反射率或漫透射率等得到组织的吸收系数、散射系数等。描述光在强散射介质中的传播的一个理论是玻尔兹曼传输理论, 然而只有在一维且边界条件很简单的情况下, 才能得到解析解。处理三维情况的一个近似理论是漫射近似理论<sup>[4]</sup>, 原则上漫射近似理论只能处理半无限大的各向同性散射介质, 用折算散射系数  $\mu_s' (= (1 - g)\mu_s)$  代替散射系数  $\mu_s$  也可用来处理各向异性散射介质, 但是其有效性尚有争议<sup>[5]</sup>。处理各向异性多次散射问题的一个行之有效的方法是 Monte Carlo 方法<sup>[6~13]</sup>。由于 Monte Carlo 方法是随机模拟光子在组织中的传播, 因而可以处理边界条件复杂的三维散射问题, 且可以模拟多个物理量。目前这种方法已被广泛应用于近红外光与生物组织的相互作用。本文模拟计算了当入射光束为无限细光束, 不同束宽的高斯光束和平面圆光束入射时的总的漫反射率及漫透射率, 并模拟了平面圆光束入射到多层组织时的漫反射率和漫透射率。

## 2 理论模型

### 2.1 无限细光束入射

理论上无限细光束入射的情况最简单, 因而最早为人们所研究<sup>[8, 10, 13]</sup>。我们采用了与文献

\* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期：1997-09-30；收到修改稿日期：1998-02-12

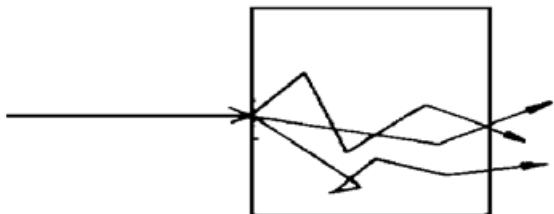


图 1 光子在生物组织中传播的示意图

Fig. 1 The model of photon propagation in tissue

[9]类似的方法。如图 1 所示,无限细光束入射到生物组织表面,其透射面上的纵向光强分布可认为是组织的点扩散函数,用  $G(x, y, z)$  来表示。设生物组织为半无限大。光子入射到生物组织内,光子被多次散射,散射步长  $\tau = -\ln r / (\mu_a + \mu_s)$ ,其中  $r$  为介于 0 到 1 之间的随机数,  $\mu_a$  为组织的吸收系数( $\text{cm}^{-1}$ ),  $\mu_s$  为组织的散射系数( $\text{cm}^{-1}$ )。光子在组织中的散射角分布由 Herry-Greenstein 相函数确定,  $p(\theta) = \frac{1}{2}(1 - g^2)/(1 + g^2 - 2g\cos\theta)^{3/2}$ 。Herry-Greenstein 相函数由于与实际测量值符合得相当好而被广泛采用,其中  $g$  为光子各次散射角余弦的平均值。累积每次入射的光子的反射率和透射率就可以得到组织的总的漫反射率和漫透射率。

## 2.2 有限宽光束入射

设有限宽光束入射到组织表面的响应为  $T(x, y, z)$ ,则

$$T(x, y, z) = \iint G(x - x', y - y', z) S(x, y) dx' dy' \quad (1)$$

其中  $S(x, y)$  为光源函数,  $G(x, y, z)$  为无限细光束准直入射到生物组织上的响应。这实际上是一个卷积过程。考虑到光束垂直入射到生物组织表面上,采用柱坐标系,则  $G(x, y, z)$  和  $T(x, y, z)$  都仅仅与横向坐标  $r$  有关,(1) 式可写为

$$T(r, z) = \int_0^\infty G(r', z) r' \left[ \int_0^{2\pi} S(\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta}) d\theta \right] dr' \quad (2)$$

其中  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。(2) 式是两重积分,若光源函数取特殊函数,则(2)式有可能化为一重积分,从而提高计算效率。

### 2.2.1 光源函数为高斯函数

设光源函数具有高斯形状,即

$$S(r) = S_0 \exp[-2(r/R)^2] \quad (3)$$

其中  $R$  为高斯光束的束宽,定义为  $1/e^2$  点之间的距离,  $S_0$  为  $r = 0$  处的光强。将上式代入(2)式,得到

$$\begin{aligned} T(r, z) &= S_0 \int_0^\infty G(r', z) \exp[-2(r'/R)^2] \left[ \int_0^{2\pi} \exp(4rr'\cos\theta/R^2) d\theta \right] r' dr' = \\ &= S_0 \int_0^\infty G(r', z) \exp[-2(r'/R)^2] I_0(4\pi rr'/R^2) 2\pi r' dr' \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $I_0(4\pi rr'/R^2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(4rr'\cos\theta/R^2) d\theta$ , 为零阶修正贝塞尔函数。

### 2.2.2 光源函数为平面圆光束

设光源函数具有以下形式

$$S(r) = \begin{cases} S_0 & \text{if } r \leq R \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $S_0$  为光源的功率密度。将式(5)代入式(2)得到

$$T(r, z) = S_0 \int_0^\infty G(r', z) S_0(r, r') 2\pi r' dr' \quad (6)$$

其中

$$S_\theta = \begin{cases} 1 & R \geq r + r' \\ \frac{1}{\pi} \cos^{-1}[(r^2 + r'^2 - R^2)/(2rr')] & |r - r'| \leq R \leq r + r' \\ 0 & R < |r - r'| \end{cases} \quad (7)$$

应用式(4)和(7)就可以模拟高斯光束和平面圆光束在组织中的传播。

### 3 模拟结果

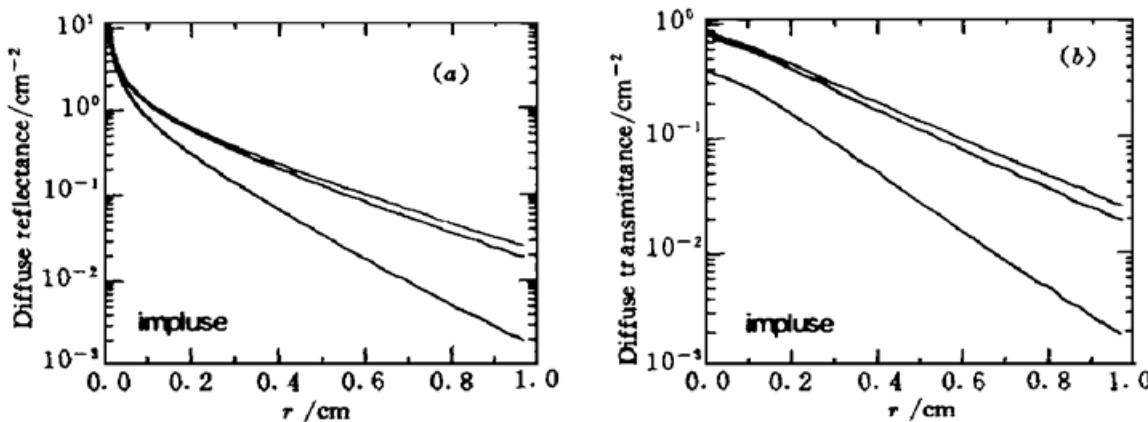
为了验证模拟的正确性, 在无限细光束入射时, 与 Prahl 等的模拟结果作了比较<sup>[2]</sup>。我们模拟的组织的光学参数如下: 吸收系数为  $10 \text{ cm}^{-1}$ , 散射系数为  $90 \text{ cm}^{-1}$ , 各向异性因子  $g$  为 0.75, 组织的厚度为 0.02 cm, 组织的折射率为 1(相当于边界匹配条件)。模拟的光子数为  $5 \times 10^5$  个。表 1 列出了在上述参数下的模拟结果的比较。从表 1 中可以看出, 模拟结果的误差在允许范围以内, 因此可以认为我们的模拟是正确的。

**表 1 在边界匹配条件下, 单层组织的总的漫反射率和漫透射率与 Prahl<sup>[2]</sup>及 Wang 等模拟结果<sup>[8]</sup>的比较**

**Table 1 The total reflectance and the total transmittance in a slab with the refractive-index-match boundary condition by comparing with the results simulated by Prahl *et al.*<sup>[2]</sup> and Wang *et al.*<sup>[8]</sup>**

	diffuse reflectance	diffuse transmittance
Prahl <i>et al.</i>	0.09711	0.66159
Wang <i>et al.</i>	0.09734	0.66096
This work	0.09683	0.66142

图 2 为无限细光束入射到生物组织表面上时, 设组织的折射率为 1.37<sup>[14]</sup>, 组织的厚度为 0.5 cm, 在组织的散射系数( $= 20 \text{ cm}^{-1}$ )和各向异性因子  $g$  ( $= 0.75$ )相同的情况下, 当组织的



**图 2 单位面积上的漫反射率  $R_r$ (a) 和漫透射率  $T_r$ (b) 与纵向半径  $r$  的曲线。图中从上到下对应的吸收系数分别为  $0.01 \text{ cm}^{-1}$ ,  $0.1 \text{ cm}^{-1}$  和  $1.0 \text{ cm}^{-1}$ 。组织的散射系数为  $\mu_s = 20 \text{ cm}^{-1}$ , 各向异性因子  $g = 0.7$ , 折射率  $n = 1.37$**

**Fig. 2 Plots of diffuse reflectance  $R_r$ (a) and diffuse transmittance  $T_r$ (b) per unit area as a function of longitudinal radius  $r$ . From upper to lower, the absorbing coefficient  $\mu_a$  of the tissue is  $0.01 \text{ cm}^{-1}$ ,  $0.1 \text{ cm}^{-1}$  and  $1.0 \text{ cm}^{-1}$  respectively. The characteristics of the tissue are  $\mu_s = 20 \text{ cm}^{-1}$ , anisotropy factor  $g = 0.7$  and refractive index  $n = 1.37$**

吸收系数分别为  $0.01 \text{ cm}^{-1}$ ,  $0.1 \text{ cm}^{-1}$  和  $1.0 \text{ cm}^{-1}$  时的单位面积上的漫反射率、漫透射率(包括未散射光的透射率)。由于我们计算的是单位面积上的光强分布,因此图 2 中的漫反射率超过了 1。

一般来说,组织的吸收系数变化时,组织的漫反射率和漫透射率都会发生变化,因此可以通过测量组织的漫反射率和漫透射率来推断组织的吸收系数。由于正常组织和病变组织的吸收系数等光学参数会发生变化,因此这种方法也可以用来诊断某些疾病。

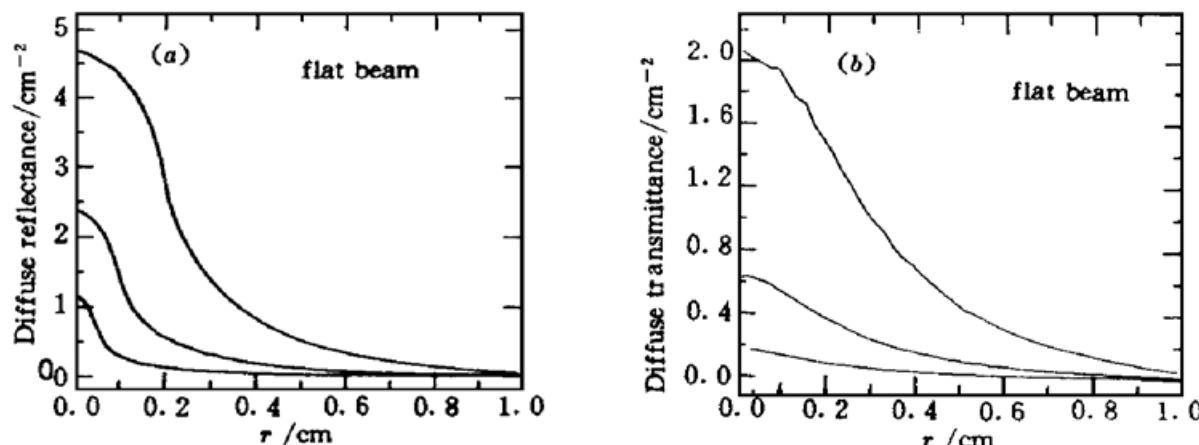


图 3 圆平面光束入射时单位面积上的漫反射率  $R_r(a)$  和漫透射率  $T_r(b)$  与纵向半径  $r$  的曲线。图中从上到下对应的光束半径分别为 2.0 mm, 1.0 mm 和 0.5 mm。组织的吸收系数为  $\mu_a = 0.1 \text{ cm}^{-1}$ , 散射系数为  $\mu_s = 20 \text{ cm}^{-1}$ , 各向异性因子  $g = 0.7$ , 折射率  $n = 1.37$

Fig. 3 Plots of diffuse reflectance  $R_r(a)$  and diffuse transmittance  $T_r(b)$  of an incident flat beam per unit area as a function of longitudinal radius  $r$ . From upper to lower for the radius of the flat beam as 2.0 mm, 1.0 mm and 0.5 mm respectively. The characteristics of the tissue are  $\mu_a = 0.1 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\mu_s = 20 \text{ cm}^{-1}$ , anisotropy factor  $g = 0.7$  and refractive index  $n = 1.37$

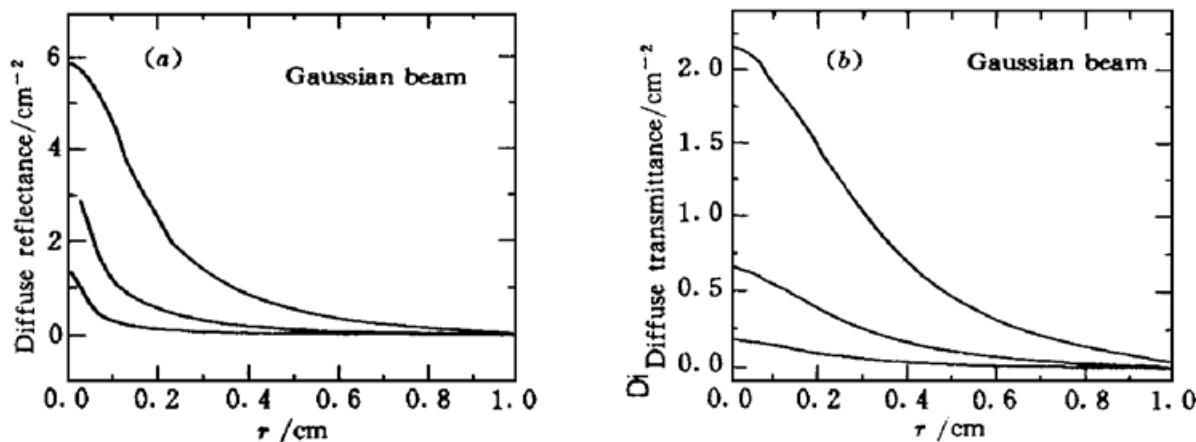


图 4 高斯光束入射时单位面积上的漫反射率  $R_r(a)$  和漫透射率  $T_r(b)$  与纵向半径  $r$  的曲线。图中参数与图 3 同

Fig. 4 Plots of diffuse reflectance  $R_r(a)$  and diffuse transmittance  $T_r(b)$  per unit area of an incident Gaussian beam as a function of longitudinal radius  $r$ . The parameters as the same as in Fig. 3

有限宽光束入射到生物组织上时其总的漫反射率和漫透射率如图 3, 图 4 所示, 组织的吸收系数为  $0.1 \text{ cm}^{-1}$ , 散射系数为  $20 \text{ cm}^{-1}$ , 各向异性因子为 0.7。入射光束的能量密度为  $1 \text{ J}/$

$\text{cm}^2$ , 入射光束的束宽分别为 2 mm, 1 mm 和 0.5 mm。图 3 为高斯光束入射时的漫反射率和漫透射率曲线, 从图中可以看出, 和无限细光束入射相比, 漫反射率和漫透射率的曲线形状有很大的不同, 光强主要集中在近轴附近, 在近轴处光强分布比较平坦, 而在远轴处光强分布受入射光束束宽影响, 光强衰减很快。这一点从平面圆光束入射时更容易看出(图 4)。

我们还模拟了平面圆光束在多层生物组织中的传播。具体的方法与文献[15]类似。不同类型的组织的光学参数如吸收系数是不一样的, 这正是光学层析术以及各种激光疗法的基础<sup>[3]</sup>。平面圆光束在三层组织中传播的漫反射率和漫透射率如图 5(实线)所示。入射的平面圆光束的能量为 1 J, 束宽为 0.1 cm。模拟组织的光学参数如表 2 所示。第一层和第三层的参数相同而中间插入一层强吸收且各向同性介质。每层组织吸收的相对光强分别为 0.0225, 0.206 和 0.0686。由于存在中间的吸收层和无吸收层时(虚线所示)相比透射的光强相对小得多。然而, 对漫反射率的影响就小得多, 显然这是因为生物组织的散射是前向散射, 其漫反射率主要取决于第一层组织的参数。

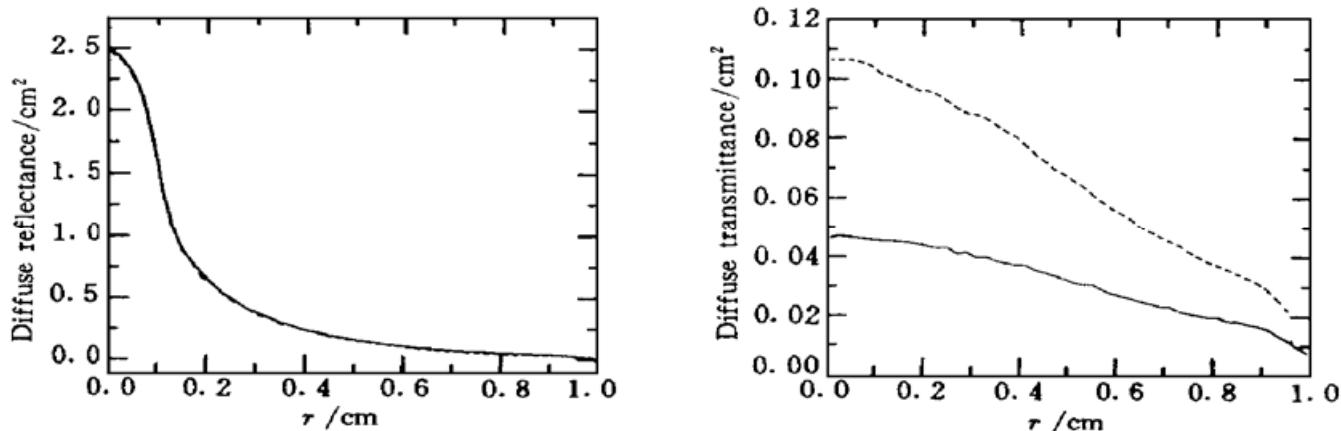


图 5 平面圆光束入射时, 中间有吸收层(实线)与无吸收层(虚线)时总的漫反射率和漫透射率的比较

Fig. 5 Comparison of total diffuse reflectance and transmittance of a flat beam between in three layer tissues (solid line) and in one layer tissue without an absorbing layer (dashed line)

表 2 模拟的三层组织的光学参数

Table 2 Optical parameters of simulated three-layered tissues

	$\mu_a/\text{cm}^{-1}$	$\mu_s/\text{cm}^{-1}$	$g$	$d/\text{cm}$
the first layer	0.01	20	0.7	0.5
the second layer	1.0	0	0	0.2
the third layer	0.01	20	0.7	0.5

## 4 结 论

自 1983 年 Wilson<sup>[6]</sup>用 Monte Carlo 方法分析光在生物组织中的传播后, Monte Carlo 方法被广泛应用于光与强散射介质的相互作用。尽管此方法所费机时较多, 但和漫射近似理论相比其精度很高且可模拟任意边界条件的介质, 因而得到了很大的发展。本文利用 Monte Carlo 方法, 讨论了有限宽光束在生物组织中的传播, 模拟了无限细光束入射到生物组织时的漫反射率和漫透射率, 在此基础上计算了平面圆光束和高斯光束入射时的漫反射率和漫透射率。结果表明光在生物组织中的光强分布依赖于入射光束的束宽和入射光束的形状, 入射光束愈窄, 近

轴处光强分布越平坦,而在入射光束束宽的边缘处光强衰减加快。此外还模拟了平面圆光束在多层组织中传播后的漫反射率和漫透射率。结果表明漫反射率主要取决于第一层组织的参数,而漫透射率与整个样品的参数有关。

### 参 考 文 献

- 1 L. E. Preuss, A. E. Profio. Optical properties of mammalian tissue: introduction by the feature editors. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(12): 2207~ 2209
- 2 W. F. Cheong, S. A. Prahl, A. J. Welch. A review of the optical properties of biological tissues. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1990, **26**(12): 2166~ 2185
- 3 Chen Min, Chen Jianwen, Xu Zhizhan. New progress of optical tomography and its application. *Physics* (物理), 1997, **26**(5): 295~ 299 (in Chinese)
- 4 R. A. J. Groenhuis, H. A. Ferwerda, J. J. Ten Bosch. Scattering and absorption of turbid materials determined from reflection measurements. 1: Theory. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(16): 2456~ 2462
- 5 K. Jurutsu. Diffusion equation derived from space-time transport equation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1980, **70**(4): 360~ 366
- 6 B. C. Wilson, G. Adam. A Monte Carlo model for the absorption and flux distribution of light in tissue. *Med. Phys.*, 1983, **10**(6): 824~ 830
- 7 S. T. Flock, M. S. Patterson, B. C. Wilson et al.. Monte Carlo modeling of light propagation in highly scattering tissues-Ⅱ: Model predictions and comparison with diffusion theory. *IEEE Trans. Biom. Eng.*, 1989, **36**(12): 1162~ 1167
- 8 Lihong Wang, S. L. Jacques, L. Zheng. MCML-Monte Carlo modeling of light transport in multi-layered tissues. *Computer Method Programs in Biomedicine*, 1995, **47**(1): 131~ 146
- 9 R. R. Meier, J. -S. Lee, D. E. Anderson. Atmospheric scattering of middle UV radiation from an internal source. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(20): 3216~ 3225
- 10 Sun Wei, Ying Jinpin, Li Jiang et al.. Monte Carlo method study of light propagation in tissues. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1994, **14**(1): 97~ 101 (in Chinese)
- 11 S. Havlin, J. E. Kiefer, B. Trus et al.. Numerical method for studying the detectability of inclusions hidden in optically turbid tissue. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(4): 617~ 627
- 12 Lihong Wang, Da Liu, Nancy He et al.. Biological laser action. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(10): 1775~ 1779
- 13 A. Kienle, M. S. Patterson. Determination of the optical properties of turbid media from a single Monte Carlo simulation. *Phys. Med. Biol.*, 1996, **41**(12): 2221~ 2227
- 14 F. P. Bolin, L. E. Preuss, R. C. Taylor et al.. Refractive index of some mammalian tissues using a fiber optic callding method. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(12): 2297~ 2303
- 15 Chen Min, Chen Jianwen, Kou Leigang et al.. Monte Carlo simulation of light propagation in double layered tissues. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(4): 342~ 346 (in Chinese)

## Propagation of a Finite-diameter Light Beam in Biological Tissues

Chen Min Chen Jianwen Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract** A Monte Carlo method is used to study light distribution in tissues as a finite diameter light illuminates tissues. The total diffuse reflectances and transmittances of tissues illuminated respectively with an infinite thin light beam, a Gaussian beam and a flat beam are simulated respectively. We also simulate finite width light propagation in multi-layered tissues.

**Key words** Monte Carlo simulation, finite diameter light, tissues