等离子体中激光脉冲对注入电子的加速

杜春光　陈朝阳　徐至展

(中国科学院上海光机所强光光学开放实验室　上海 201800)

提要　分析了等离子体中传播的圆偏振激光脉冲对注入电子(沿任意方向注入)的加速。导出了电子获得加速所需的激光强度阈值及相应的电子能量增益的一般解析表达式。该强度阈值对电子的初始横向动量十分敏感,为了获得较低的阈值,应尽可能使电子的初始运动方向沿激光脉冲的传播方向。

关键词　激光电子加速,等离子体,电子与电磁场相互作用

1　引　言

电子与电磁场的相互作用是一个重要的基本物理问题。电子在脉冲平面电磁场中能够获得横向及纵向加速,这启发人们研究激光脉冲加速带电粒子的问题。人们对激光驱动的电子加速已做过大量研究[1,2]。其中,利用激光在等离子体中产生的尾流场加速电子的研究在实验中已取得了很大进展[3,4]。虽然如此,作为一个基本的物理问题,激光场直接加速带电粒子的研究仍然具有很重要的意义。最近,Mckinstric 和 Startsev 研究了这种直接加速机制[5,6],发现在等离子体介质中,只要激光脉冲强度高于某个阈值,则粒子最终能获得纵向加速,并很容易与脉冲分离。这一阈值及相应的能量增益依赖于粒子的注入能量。文献[5,6]中假设了粒子初始时刻位于脉冲之前,并且没有横向运动(初始速度沿脉冲传播方向)。然而,实际上注入电子的运动不可能被严格限制在一个方向上,研究初始运动速度沿任意方向的粒子的加速具有重要意义。本文考虑到粒子初始动量横向分量的贡献,重新分析了这一物理模型,发现在这一推广了的物理模型中激光强度阈值及相应能量增益的一般解析表达式仍然能够以原来的形式给出。

2　激光场电子运动的基本方程

考虑带电量 q,质量 m_0 的粒子处于任意一电磁场中,其运动满足方程

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_0 c^2) = \vec{F}\cdot\frac{\vec{p}}{\gamma m_0 c} \tag{2}$$

其中 $\vec{F}$ 为电磁力;γ 为电子运动的相对论因子,也是归一化能量;c 为真空中的光速;$\vec{p}$ 为电子的动量。设激光电场和磁场分量分别为 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$,于是

收稿日期：1998-06-01；收到修改稿日期：1998-08-21

$$\vec{F}=q\left(\vec{E}+\frac{\vec{p}}{\gamma m_0 c}\times\vec{B}\right) \tag{3}$$

引入矢势$\vec{A}$和标势ϕ,且采用库仑规范$\nabla\cdot\vec{A}=0$,则

$$\vec{E}=-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla\phi \qquad \vec{B}=\nabla\times\vec{A} \tag{4}$$

假设激光脉冲在等离子体中引起的电荷分离效应很弱,则(4)式中含ϕ的项可以略去。于是尾场效应可以忽略,这要求选择适当的脉宽[1]来实现。将(3),(4)式分别代入(1)和(2)式,考虑平面电磁波情况,注意到$\vec{A}$只有横向分量,经过简单的矢量运算得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{p}+q\vec{A})=\frac{1}{\gamma m_0 c}\vec{e_x}\frac{\partial\vec{A}}{\partial x}\cdot\vec{p_\perp} \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\gamma m_0 c^2)=-\frac{q}{\gamma m_0 c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\cdot\vec{p_{/\!/}} \tag{6}$$

这里$\vec{p_\perp}$,$\vec{p_{/\!/}}$分别表示粒子动量的横向和纵向分量。为方便起见,引入归一化势$\vec{a}$,$\vec{a}=q\vec{A}/m_0c$及归一化横向动量$\vec{v}$和归一化纵向动量$\vec{u}$,其中$\vec{v}=\vec{p_\perp}/m_0c$,$\vec{u}=\vec{p_{/\!/}}/m_0c$,同时将坐标归一化为$t\rightarrow\omega_0 t$,$x\rightarrow\omega_0 x/c$,于是(5),(6)可以改写为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{v}+\vec{a})=0 \tag{7}$$

假设初始时刻粒子位于脉冲前面,纵向动量为u_0,横向动量为v_0,能量为γ_0,则由(7)式有

$$v+a=v_0 \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{2\gamma}\frac{\partial v^2}{\partial x} \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2\gamma}\frac{\partial v^2}{\partial t} \tag{10}$$

(8),(9),(10)式为描述电子在激光场中运动的一般方程。

3 粒子获得的能量增益

虽然带电粒子在脉冲光场中能够获得纵向动量的增加,但是,如果脉冲最终超过粒子,则粒子将恢复到原来的运动状态[7],这是由于脉冲前沿和后沿的有质动力效应相互抵消。所以,只有使脉冲强度足够强,以至于粒子的速度在脉冲后沿经过粒子之前超过脉冲的传播速度,从而最终与脉冲分离。当然,实现分离的前提条件是脉冲传播速度低于真空中的光速c。对在等离子体中传播的圆偏振激光脉冲,假设粒子初始时刻位于脉冲之前,且其速率小于脉冲的传播速度,按照文献[1]的方法,设

$$\vec{a}=a(\psi)(\cos\eta,\sin\eta) \tag{11}$$

其中

$$\psi=t-rx \qquad \eta=t-sx \tag{12}$$

r,s分别为脉冲群速度与相速度的倒数。将(9),(10)式对快变振荡求平均,注意到$v^2=(\overline{v}_0-\overline{a})^2=v_0^2+a^2-2\overline{v}_0\cdot\overline{a}$,上式最后一项为快变项,在求平均中被抹去,于是

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{2\gamma}\frac{\partial a^2}{\partial x} \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2\gamma}\frac{\partial a^2}{\partial t} \tag{14}$$

将(11), (12) 式及 γ 的定义式 $\gamma=\sqrt{1+u^2+v^2}$ 与(13), (14) 式联立, 则有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\gamma-u)=0 \tag{15}$$

于是

$$\gamma=\frac{r(r\gamma_0-u_0)\mp\omega}{r^2-1} \tag{16}$$

$$u=\frac{(r\gamma_0-u_0)\mp r\omega}{r^2-1} \tag{17}$$

$$\omega=[(r\gamma_0-u_0)^2-(r^2-1)(1+v_0^2+a^2)]^{1/2} \tag{18}$$

γ_0 为初始时刻粒子的归一化能量。式中减号对应 $u/\gamma<1/r$, 即粒子速度小于脉冲速度的情况, 加号对应相反的情况。为求得加速所需脉冲强度的阈值 a_B^2, 令 $\omega=0$(此时粒子刚好能够到达脉冲峰值强度处), 则有

$$a_B^2=\frac{(r\gamma_0-u_0)^2}{r^2-1}-(1+v_0^2) \tag{19}$$

利用 $\gamma_0^2=1+v_0^2+u_0^2$, (19) 式可以简化为

$$a_B^2=\frac{(\gamma_0-ru_0)^2}{r^2-1} \tag{20}$$

(20) 式与文献[2] 中的(10) 式相对应, 这里少了一个因子 "2", 是由于矢势振幅的定义形式的差别所致。定义能量增益 $\delta_\gamma=\gamma_f-\gamma_0$, γ_f 为最终时刻粒子的归一化能量, 由(16), (17) 式出发, 注意到最终时刻 $a=0$, 并将(17) 式中的完全平方项展开, 根据 γ_0 的定义, 重新整理得到

$$\delta_\gamma=\frac{2(\gamma_0-ru_0)}{(r^2-1)} \tag{21}$$

(21) 式与文献[2] 中的(11) 式对应。

虽然(20), (21) 式与文献[2] 中的相应表达式形式相同, 但这里包括了粒子初始横向动量的贡献(包含在 γ_0 中), 即所得结果适用于粒子注入动量沿任意方向的情况。粒子注入方向与脉冲传播方向的偏离使脉冲强度阈值和粒子能量增益均有所增大。如图 1 及图 2 所示。

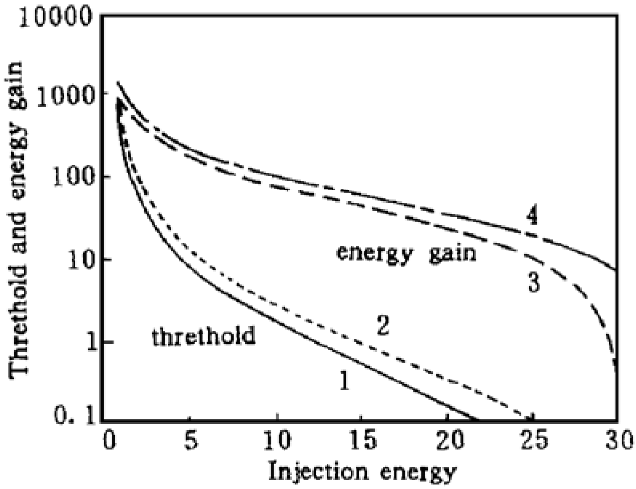

图 1　电子获得加速所需的激光强度阈值和相应的电子能量增益随电子注入能量变化的函数曲线。脉冲传播速度洛仑兹因子为 30

Fig. 1　Repell threshold and energy gain are plotted as a function of injection energy, the Lorentz factor associated with the pulse is 30

1: repell threshold for $v=0$; 2: repell threshold for $v=0$; 3: energy gain for $v=0$; 4: energy gain for $v=0.5$

4　结论与讨论

以上分析了等离子体中传播的圆偏振激光脉冲对注入电子的加速, 发现不论粒子的注入方向如何, 只要激光强度超过某个阈值, 则粒子能够获得能量净增益, 并自然地与脉冲分离。脉冲强度阈值和此时粒子获得的能量增益分别由(20), (21) 式给出。粒子从脉冲光场中获得了纵向动量, 而其横向动量保持不变。本文考虑的脉冲光场是理想的平面波场, 如果考虑光场横向为有限展宽的情况, 需要考虑横向有质动力对加速的影响, 这有待于进一步研究。

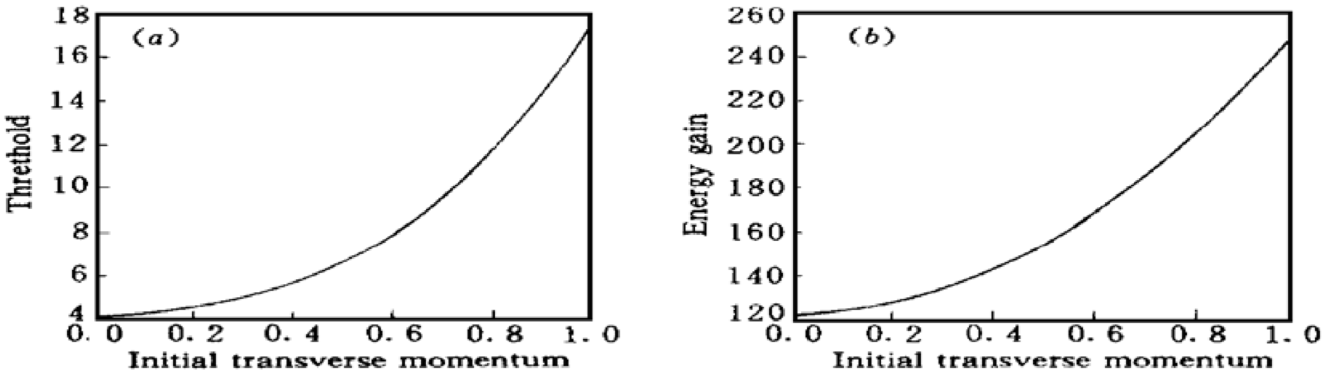

图2 电子获得加速所需的激光强度阈值(a)和相应的电子能量增益(b)随电子初始横向动量变化的函数曲线。电子注入能量为7,脉冲传播速度洛仑兹因子为30

Fig. 2 Repell threshold (a) and energy gain (b) are ploted as functions of the initial transverse momentum of the particle, the injection energy is 7. The Lorentz factor associated with the pulse is 30

参 考 文 献

1 Phillip Sprangle, Eric Esarey, Jonathan Krall. Laser driven acceleration in vucuum gases, and plasmas. *Phys. Plasmas*, 1996, **3**(5): 2183~2190
2 M. D. Perry, G. Mourou. Terawatt to petawatt subpicosecond lasers. *Science*, 1994, **264**: 917~924
3 K. Nakajima, D. Fisher, T. Kawakubo. Observation of ultrahigh gradient electron acceleration by a self-modulated intense short laser pulse. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(22): 4428~4431
4 A. Modena, Z. Najmudin, A. E. Dangor. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature*, 1995, **377**: 606~608
5 C. J. McKinstrie, E. A. Startsev. Electron acceleration by a laser pulse in a plasma. *Phys. Rev. E*, 1996, **54**(2): R1070~R1073
6 C. J. McKinstrie, E. A. Startsev. Dephasing time of an electron accelerated by a laser pulse. *Phys. Rev. E*, 1997, **56**(2): 2130~2136
7 J. N. Bardsley, B. M. Penetrante, M. H. Mittleman. Relativistic dynamics of electrons in intense laser fields. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(7): 3823~3835

Injected Electron Acceleration by a Laser Pulse

Du Chunguang Chen Zhaoyang Xu Zhizhan

(*Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

Abstract The acceleration of electrons by a laser pulse for the case in which the electrons are injected along an arbitrary direction is studied. The general formulae which represent the critical intensity of the laser pulse for the acceleration and the corresponding energy gain of the particles are derived. The critical intensity is sensitive to the initial transverse momentum of the particle. In order to obtain low critical intensity, one should try to make the particle and the pulse propagate along the same direction initially.

Key words laser-driven electron acceleration, plasma, interaction of electron with electromagnetic field