

预置狭缝法彩虹全息图视角的理论分析

陈西园

(抚顺石油学院基础部 抚顺 113001)

提要 对用预置狭缝法和带平面反射镜的预置狭缝法制作的彩虹全息图的视角问题作了详细的讨论。提出了既可以保证能量利用率,又可以进一步扩大再现视角的简单方法——斜放平面反射镜的预置狭缝法。对平面镜的最佳位置及所能具有的最大视角进行了分析和讨论,给出了相应的计算公式。讨论了上述几种方法的使用条件及所受限制,并比较了在某些情况下各自的最大视角。另外定义了有效再现狭缝的概念,以区别于通常的再现狭缝。

关键词 彩虹全息图,主全息图,狭缝,视角,亮度

1 引言

以光刻胶为记录材料记录二步彩虹全息图,由于光刻胶的感光灵敏度较低,因此能否提高主全息图再现像的亮度,降低记录的曝光时间,是关系到全息印刷品质量的重要问题。过去人们已经发展了一些技术来解决这些问题^[1~4],但这些技术往往投资较大,技术繁琐或光能利用率有限。最近有人提出预置狭缝法,将原来在传统二步彩虹记录过程中第二步引入的狭缝移到第一步的主全息图的记录过程中,从而提高再现主全息图的能量利用率^[5]。这个方案方法简单,但是会使沿缝方向的视角受到损失。彩虹全息图在 Y 方向(垂直缝的方向)是受限的,视角小,因此在 Y 方向也就没有了体视感。如果 X 方向(沿缝方向)的视角也受到限制而变得很小,彩虹全息图的体视性就会丧失。因此对全息显示来说,彩虹全息图的 X 方向的视角显得十分重要。为了避免沿缝方向有效视角的减小,有人提出了带平面反射镜的预置狭缝法^[6],即在记录主全息图时,在预置狭缝两端引入两个平面镜。它既保持了预置狭缝法能量利用率高的优点,又保证了与传统二步彩虹全息记录有相同的再现视角。本文对文献[5,6]提出的预置狭缝法及带平面反射镜的预置狭缝法制作彩虹全息图的光路作了详细研究。

2 预置狭缝法的视角

文献[6]对用预置狭缝法制作的彩虹全息图的视角大小进行了较详细的分析,可是如果考虑到被记录物体有一定的大小,问题还应该再深入一步。

为了讨论问题的方便,更为了使问题的结论确切,我们作出以下几点规定:(1)对彩虹全息图的再现像的观察在再现狭缝处进行。这正是传统的二步彩虹全息及一般一步彩虹全息的共同要求^[7];(2)当被记录物体是一平行于狭缝的线状物体时,若在狭缝像的某点能看到整个

再现的物像, 则该点被称为有效再现狭缝(简单称为有效狭缝)上的点。有效狭缝上的点的集合是有效狭缝长。有效狭缝与再现狭缝的概念不同; (3) 在本文中用不同方法记录时, 物体的大小及物体到狭缝的距离是不变的, 再现也都采用原光或共轭光再现, 保证再现物的大小以及物像与缝像之间的距离不变。在上述几条规定之下, 彩虹全息记录的再现视角可以用彩虹全息记录的有效狭缝长度来表示。

我们只需讨论沿狭缝方向(即 X 方向)的视角问题, 即只需讨论 $X-Z$ 平面的情况。图 1 所示为用预置狭缝法制作主全息图的光路示意图。假定被记录物为平行于主全息片(即垂直于 Z 轴)的线状物体 S_1S_2 , S_0 为其中点。如果只记录 Z 轴上的物点 S_0 , 正如文献[6]分析, 预置狭缝法的有效狭缝长度为 CD 。若被记录物为处于 Z 轴外的物点 S_1 (或 S_2) 时, 显然再现狭缝长度及有效狭缝长度均为 AF 或 BE 。当被记录物为 S_1S_2 时, 再现狭缝长为 AB 而有效狭缝长为 EF 。请注意此时再现狭缝长与有效狭缝长两者并不相同。例如, 在缝像 AC 段观察只能看到 SS_1 的物像, 而不能同时看到整个物体 S_1S_2 的再现像。因此被记录物越长, 再现狭缝越长, 但有效狭缝长度越短。按文献[5, 6]所采用的参数, 物体到预置狭缝的距离 $z_0 = 40$ cm, 预置狭缝到全息干版 H 的距离 $z_h = 20$ cm, 当物体 S_1S_2 的大小为全息片宽度 x_h 的两倍时, 有效狭缝长度已缩为一点。即要想在一点同时看到整个再现物像, 物体的大小不能超过全息片宽度的两倍。文献[5]所给出的彩虹全息图的再现像应该是多点共同观察的结果。

预置狭缝法增大了由主全息图制作彩虹全息图时的能量利用率, 但是在水平方向的视角受到损失, 被记录物体越大视角损失越大。而传统的二步法彩虹全息狭缝位于主全息片处, 有效狭缝长等于主全息片的宽度, 并且对被记录物体与全息片的大小的比例没有限制。被记录物体较大时, 采用预置狭缝法未必合适。

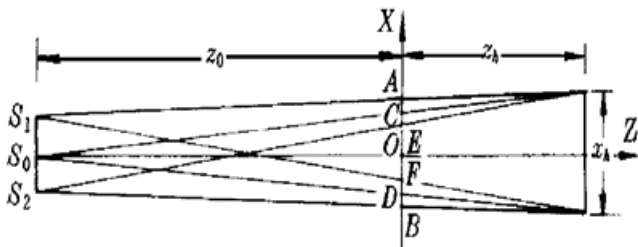


图 1 用预置狭缝法记录主全息图的光路示意图

Fig. 1 Recording configuration of the primary hologram by using the pre-existent slit method

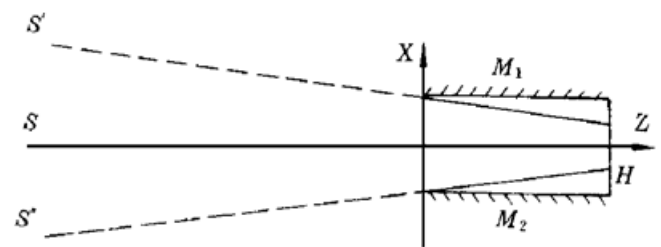


图 2 用带反射镜的预置狭缝法记录主全息图的光路示意图

Fig. 2 Recording configuration of the primary hologram by using the method for a pre-existent slit with mirrors

3 带平面反射镜的预置狭缝法对视角扩展的可能性

图 2 所示为用带平面反射镜的预置狭缝法制作二步法彩虹全息的主全息图时所用的光路示意图。与文献[6]相同, X 方向为沿缝的方向, 两平面镜垂直于主全息片。我们暂时先考虑处于 Z 轴上的物点 S 。物点 S 的光波被直接记录在主全息片 H 上。此外由于平面镜的存在, 还会形成两个虚物点 S' 及 S'' , 两虚物点分别通过各自的平面镜也被记录在主全息片 H 上。用 H 做主全息图进行第二步彩虹记录时, 将形成会聚于点 S 的共轭再现波, 此外还将形成会聚于 S' 及 S'' 点的共轭再现波。在第二步彩虹记录时把平面镜放回记录主全息时的位置上(这是必须的), 这两束光波被平面镜反射, 也按原路返回, 会聚于 S 点, 并记录在彩虹全息图上, 从而扩展

了彩虹全息记录时的有效狭缝长度,即扩展了预置狭缝法彩虹全息记录的视角。

根据上面的光路和分析不难看出,对于 Z 轴外的物点上述结论也完全适用。所以当被记录物为一平行于主全息片的线状物体 S_1S_2 时,预置狭缝法彩虹全息记录的有效狭缝长度等于主全息片的宽度。但是当物点 S_1 或 S_2 离 Z 轴较远时,从 S_1 或 S_2 点发出的光波可能要在两平面镜发生多次反射才能到达主全息片。这会造成成像质量的下降。我们不妨要求从 S_1 或 S_2 发出的光波最多经一次反射就到达主全息片。根据这一要求,按文献[5]和[6]所用的 z_0 和 z_h 的值(即 $z_0 = 40 \text{ cm}$, $z_h = 20 \text{ cm}$),不难求出物体 S_1S_2 的大小不应大于主全息片宽度的 3 倍。

4 斜放平面反射镜的预置狭缝法对视角的进一步扩展

从上面的分析可以看出,只要能增加彩虹全息记录的有效狭缝长度,就可以增加彩虹全息记录的视角。实现的方法一种是使平面镜沿 Z 轴向物点方向延长,但是这受到狭缝的限制。另一种方法就是把平面镜斜放,使之沿 X 方向(缝方向)伸展,即从主全息片 H 两端斜放两平面镜至预置狭缝处。显然这时有有效狭缝长度变长,而并没有改变原方法的能量利用率,见图 3。对 S 点来说平面镜旋转的最佳位置是,由平面镜所形成的虚物 S' 所发出的光经平面镜的端点恰好落在主全息片的边缘。继续使平面镜沿 X 方向伸展,受主全息片 H 本身在 X 方向上宽度的限制,由平面镜所形成的虚物(例如由平面镜 M_2 所形成的虚物 S')发出的光波,经平面镜后并不能全部记录在全息片上,此时的有效狭缝长度反而变小,见图 3。这点通过几何学的知识可以证明。

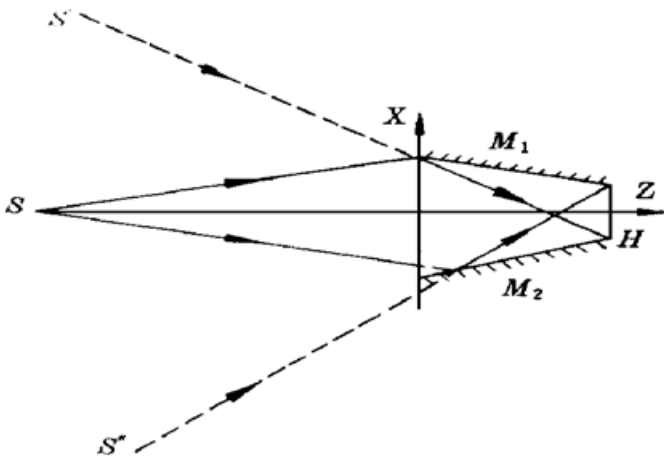


图 3 记录高亮度宽再现角主全息图的改进光路

Fig. 3 A improved configuration used to record the primary hologram with high brightness and widened view-angle

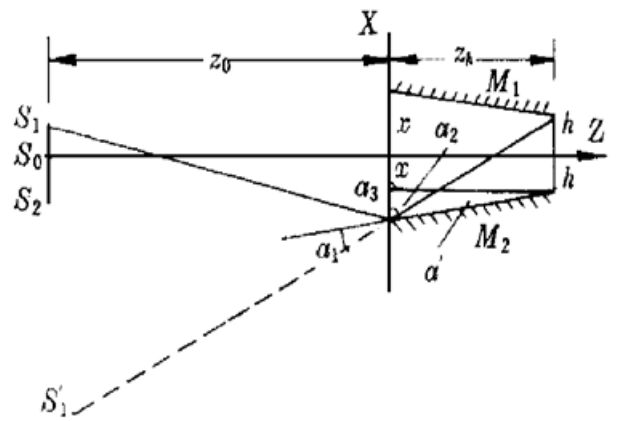


图 4 确定反射镜最佳位置的几何图形

Fig. 4 Geometry for determining the best position of the mirrors

根据上面的分析,显然对不同的物点来说,例如处于 Z 轴上的物点与 Z 轴外的物点,平面镜的最佳位置不同。假定物体 S_1S_2 平行于主全息片(即垂直于 Z 轴)放置, S_0 点是物体中点。根据对称性,平面镜 M_1 和 M_2 应该对称放置,但平面镜 M_2 的最佳位置应该相对于物点 S_1 来确定,而 M_1 的最佳位置应该相对于物点 S_2 来确定,否则不能保证整个再现缝像都是有效狭缝。假定物体沿 X 方向长为 $2l$,主全息片 H 沿 X 方向宽度为 $2h$, M_2 镜端点距 Z 轴距离为 x ,见图 4。分析图 4 光路的几何结构, S_1' 为 S_1 相对 M_2 的镜像,可以得到下列关系

$$\tan\alpha_2 = \frac{z_h}{x+h} \quad \tan\alpha_3 = \frac{z_0}{x+l} \quad \tan\alpha' = \frac{x-h}{z_h} \quad (1)$$

整理(1)式,可以得到一个关于平面镜 M 的最佳位置 x 的三次方程式

$$(z_h + z_0)x^3 + (2hz_h - hz_0 + lz_h)x^2 + (z_0z_h^2 + z_h^3 - 3h^2z_h - h^2z_0 + 2hlz_h)x + h^3z_0 - 3hz_h^2z_0 - 3lh^2z_h + lz_h^3 = 0 \quad (2)$$

下面我们估计一下采用斜放平面镜的预置狭缝法对物体大小的限制。按照文献[5]和[6]的有关实验参数(即 $z_0 = 40$ cm, $z_h = 20$ cm),并考虑到 x, h 和 l 的数值相差不大,都比 z_h 小得多,可对(2)式进行简化,得

$$3x^3 + lx^2 + (3z_h^2 - 5h^2 + 2hl)x + (2h^3 - 3lh^2 - 6hz_h^2 + lz_h^2) = 0 \quad (3)$$

$$x \approx \frac{6h-l}{3z_h^2} z_h^2 = \frac{6h-l}{3} \quad (4)$$

当 $x = h$ 时,斜放平面镜变成垂直放置的平面镜,将 $x = h$ 代入(4)式,得 $l = 3h$,即被记录物的大小为全息片宽度的3倍。也就是说,在 $z_0 = 40$ cm, $z_h = 20$ cm 条件下,采用斜放平面镜的预置狭缝法物体应小于全息片宽度的3倍。

按照文献[6]的有关实验参数,即 $z_0 = 40$ cm, $z_h = 20$ cm,主全息干版的宽度(沿缝长度方向) $2h = 10$ cm,如果被记录物长 $2l = 9$ cm(文献[6]未给出物长,此处按文献[5]物长),利用(2)式可得 $x \approx 7.7$ cm,即采用斜放平面反射镜的预置狭缝法,有效狭缝长约 15 cm。此时采用带平面反射镜的预置狭缝法,有效狭缝长 10 cm;而由图 1 不难算出,采用预置狭缝法再现狭缝长 9 cm,有效狭缝仅长 3 cm。只有当不考虑物体大小,取物为 Z 轴上一点时, $l = 0$,利用(2)式可得 $x \approx 9.0$ cm,即采用斜放平面反射镜的预置狭缝法,有效狭缝长度约为 18 cm。此时采用带平面反射镜的预置狭缝法,有效狭缝长仍为 10 cm;而由图 1 不难算出,采用预置狭缝法再现狭缝长为 6 cm,有效狭缝长也为 6 cm,与文献[6]的结论相同。

与预置狭缝法相比,用带平面反射镜的预置狭缝法制作主全息图除了直接记录物体 S 投射到全息片上的光波外,还记录了两平面镜所形成的虚物 S' 及 S'' 的光波。两个平面镜都有很大的有效反射面,衍射效应可以忽略。只要三束物光波都与参考光波有足够大的夹角,同时记录这三束物光波与只记录一束物光波再现像质量不会有什么差别。再现时,形成虚物 S' 及 S'' 的二束光波沿原路返回,与形成的物像 S 完全重合,扩展了彩虹全息记录时的有效狭缝长度,即扩展了预置狭缝法彩虹全息记录的视角。采用斜放平面反射镜的预置狭缝法从设备到原理与文献[6]的带平面反射镜的预置狭缝法相比都没有区别,但是再现像的视角又得到进一步的扩展。

带平面反射镜的预置狭缝法制作彩虹全息图的优点是,不但保证了再现主全息图时有较高的能量利用率,而且可以有更宽的有效视角。这对拍摄大角度彩虹全息图非常有利。但是我们看到这几种方法(预置狭缝法、带平面反射镜的预置狭缝法和斜放平面反射镜的预置狭缝法)对物与全息片的大小的比都有限制,并不是对任意大小的物体和全息片都适用的。

参 考 文 献

- 1 P. Hariharan. Optical Holography. Cambridge: Cambridge University Press, 1986. 127
- 2 Xie Jinghui, Zhao Yeling, Yu Meiwen. Traversing area partition technique and its application in 2D/3D embossing holograms. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1988, 8(5): 410~ 416 (in Chinese)
- 3 Guo Shunshun. The application of the pre-arranged slit method in rainbow holography. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1987, 7

- (9): 794~ 798 (in Chinese)
- 4 Guan Chengxiang. A new method one-step rainbow holography without slit. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1990, **10**(8): 743~ 746 (in Chinese)
 - 5 Liu Yi, Wang Shifan. A simple method of making two-step rainbow hologram with high efficiency and high brightness. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1996, **A23**(4): 359~ 362 (in Chinese)
 - 6 Guo Chengshan, Cheng Chuanfu, Liu Wenxian *et al.*. Recording of rainbow holograms by using the method of a pre-existent slit. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(6): 543~ 545 (in Chinese)
 - 7 Yu Meiwen *et al.*. *Optical Holography and Information Processing*. National Defense Industry Press, 1984. 158~ 160 (in Chinese)

Theoretical Analysis of the View-angle of Rainbow Holograms Recorded Using a Pre-existent Slit

Chen Xiyuan

(*Fushun Petroleum Institute Physics Department, Fushun 113001*)

Abstract The view-angle of rainbow holograms which are recorded using a pre-existent slit or a pre-existent slit with mirrors is analyzed in detail. Then a simple method using a pre-existent slit with inclined mirrors is suggested. This method can extend the view-angle of the rainbow hologram further, while keeping a high energy efficiency of the rainbow hologram. The best position of the mirrors and the possible biggest view-angle of the hologram is studied and the relative formulas are given. Requirements and restriction of using the three methods are considered and their biggest view-angles are compared. A concept on efficiency reconstruction slit is proposed, so as to distinguish it from the normal reconstruction slit.

Key words rainbow hologram, primary hologram, slit, view-angle, brightness