

# 四频差动激光陀螺中差分损耗的探讨

杨在富 袁晓东 张 斌 金世龙

(国防科技大学应用物理系 长沙 410073)

**提要** 理论分析了四频差动激光陀螺中由于镜片的  $S$ - $P$  相位和  $Q$  的各向异性及光束不过水晶片光轴等因素所引起的左、右旋偏振模式间的差分损耗。这种差分损耗会导致激光陀螺中零漂的形成。这一问题的研究对陀螺性能的改进具有重要的参考价值。

**关键词** 激光陀螺,  $S$ - $P$  各向异性, 差分损耗

## 1 引 言

激光陀螺是利用光学 Sagnac 效应制成的一种敏感转速的光学元件, 作为捷联式惯性导航系统的理想器件, 它在许多方面具有机械陀螺仪所无可比拟的优点, 但这种陀螺尚存在一定的零点漂移现象<sup>[1]</sup>。围绕这一问题, 我们对环路中镜片  $S$ - $P$  的各向异性效应进行了理论探讨, 分析了由于  $S$ - $P$  各向异性及光束不严格过水晶片光轴所引起的差分损耗。

## 2 物理模型

圆偏振光环形激光器由偶数个(本文为 4 个)反射镜片组成(图 1), 腔内有一个水晶旋光晶体并充有增益介质。

用光学 Jones 矢量表示方法, 每个镜片对光束的作用可表示为<sup>[2]</sup>

$$\begin{bmatrix} E_P' \\ E_S' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{Pj} \exp(i\delta_{Pj}) & 0 \\ 0 & -r_{Sj} \exp(i\delta_{Sj}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_P \\ E_S \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中  $E_P, E_S$  及  $E_P', E_S'$  分别表示光束经镜片  $j$  反射前、后的电场在  $P, S$  方向的分量;  $r_{Pj}, r_{Sj}$  分别表示镜片  $j$  对入射光  $P, S$  偏振分量的振幅反射率;  $\delta_{Pj}, \delta_{Sj}$  分别表示镜片  $j$  对入射光束的  $P, S$  偏振矢量的相位延迟( $j = A, B, C, D$ )。环形腔中有一旋光晶体——水晶片, 一般光束并不严格过水晶片光轴, 设水晶片光轴与光束间夹角为  $\alpha$ , 水晶片的旋光角为  $\theta$ , 则水晶对光束的作用可表示为<sup>[3]</sup>

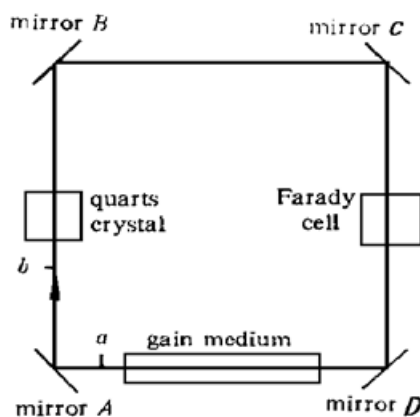


图 1 四频差动激光陀螺

Fig. 1 The differential laser gyro

$$\begin{bmatrix} E_P \\ E_S \end{bmatrix}' = \frac{1}{h^2 + 1} \begin{bmatrix} h^2 \exp(i\theta) + \exp(-i\theta) & 2h \sin\theta \\ -2h \sin\theta & \exp(i\theta) + h^2 \exp(-i\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_P \\ E_S \end{bmatrix} = \Theta \begin{bmatrix} E_P \\ E_S \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $h = \frac{|n_e - n_o| \sin^2 \alpha}{|n_L - n_R|} + \sqrt{1 + \frac{(n_e - n_o)^2 \sin^4 \alpha}{(n_L - n_R)^2}}$ , 式中  $n_e, n_o$  分别为水晶片对线偏振光  $e$  光,  $o$  光的折射率,  $n_L, n_R$  分别为水晶片对沿光轴的左旋圆偏振光、右旋圆偏振光的折射率。

磁旋光晶体对光束 Jones 矢量的作用及对差分损耗的影响在此暂不考虑。为了计算差分损耗, 我们也不考虑激光介质的增益。这样光束由增益介质区某点  $a$  出发, 沿环路顺时针运行一周后回到  $a$  点的总光学变换矩阵可表示为

$$A' = \exp(i\delta_S) A = \exp(i\delta_S) \begin{bmatrix} r_{P2} \exp(i\delta_2) & 0 \\ 0 & -r_{S2} \end{bmatrix} \Theta \begin{bmatrix} r_{P1} \exp(i\delta_1) & 0 \\ 0 & -r_{S1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $r_{P2} = r_{PBFPCFPCPD}$ ,  $r_{S2} = r_{SBFSCFSD}$ ,  $r_{P1} = r_{PA}$ ,  $r_{S1} = r_{SA}$ ,  $\delta_2 = \delta_{PD} - \delta_{SD} + \delta_{PC} - \delta_{SC} + \delta_{PB} - \delta_{SB}$ ,  $\delta_1 = \delta_{PA} - \delta_{SA}$ ,  $\delta_S = \delta_{SD} + \delta_{SC} + \delta_{SB} + \delta_{SA}$ 。

对于本征模(自再现模), 变换矩阵  $A$  需满足

$$A \begin{bmatrix} E_{Pa} \\ E_{Sa} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} E_{Pa} \\ E_{Sa} \end{bmatrix} \quad (4)$$

上式中本征值  $\lambda$  一般为复数, 这是因为我们没考虑光场空间渡越的相位延迟。这样激光束绕环路一周所受的损耗  $\gamma$  可表示为

$$\gamma = 1 - |\lambda|^2 \quad (5)$$

(4) 式仅当  $\text{Det}(A - \lambda I) = 0$  时才成立,  $I$  为单位矩阵, 于是得到

$$\lambda_{\pm} = \frac{A_{11} + A_{22} \pm \sqrt{(A_{11} - A_{22})^2 + 4A_{12}A_{21}}}{2} \quad (6)$$

其中下标 “ $\pm$ ” 分别表示左、右旋模式, 代入(5)式, 即可求得左、右旋模式间的差分损耗

$$\Delta\gamma = \gamma_+ - \gamma_- = |\lambda_-|^2 - |\lambda_+|^2 \quad (7)$$

### 3 分析讨论

为讨论方便, 设  $r_P = r_{P1}r_{P2}$ ,  $r_S = r_{S1}r_{S2}$ ,  $\delta_1 + \delta_2 = \delta$ ,  $\cos\varphi = \frac{2h}{h^2 + 1}$ ,  $\sin\varphi = \frac{h^2 - 1}{h^2 + 1}$ , 则由(2)和(3)式可得

$$\begin{cases} A_{11} = r_P e^{i\delta} (\cos\theta + i \sin\theta \sin\varphi) \\ A_{12}A_{21} = -r_P r_S e^{i\delta} \sin^2\theta \cos^2\varphi \\ A_{22} = r_S (\cos\theta - i \sin\theta \sin\varphi) \end{cases} \quad (8)$$

代入(6)式得

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} (r_P e^{i\delta} + r_S) \cos\theta + i (r_P e^{i\delta} - r_S) \sin\theta \sin\varphi \pm \frac{1}{2} \sqrt{[(r_P e^{i\delta} - r_S) \cos\theta + i (r_P e^{i\delta} + r_S) \sin\theta \sin\varphi]^2 - 4r_P r_S e^{i\delta} \sin^2\theta \cos^2\varphi} \quad (9)$$

根据(7)和(9)式知,  $\Delta\gamma$  一般是  $r_P, r_S, \delta, \theta, \varphi$  或  $h$  的函数, 情况比较复杂, 在此只分析几种特例。

特例 1:  $\delta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}$  时, 据(7) 和(9) 式, 有

$$\Delta\gamma = (r_P - r_S) \sin\varphi \sqrt{(r_P + r_S)^2 \sin^2\varphi + 4r_P r_S \cos^2\varphi} \quad (10)$$

由上式可以看出, 当  $r_S, r_P$  为定值时,  $|\Delta\gamma|$  随  $\varphi (\varphi < \pi/2)$  的增大而增大。

当  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$  时,  $\Delta\gamma$  的表达式要复杂一些, 在  $\delta = 0$  且  $r_S, r_P$  给定的情况下,  $|\Delta\gamma|$  随  $\theta, \varphi$  的变化曲线如图 2 所示。由图 2 可以看出, 在相当大的范围内,  $|\Delta\gamma|$  随  $\theta$  的变化十分微弱。

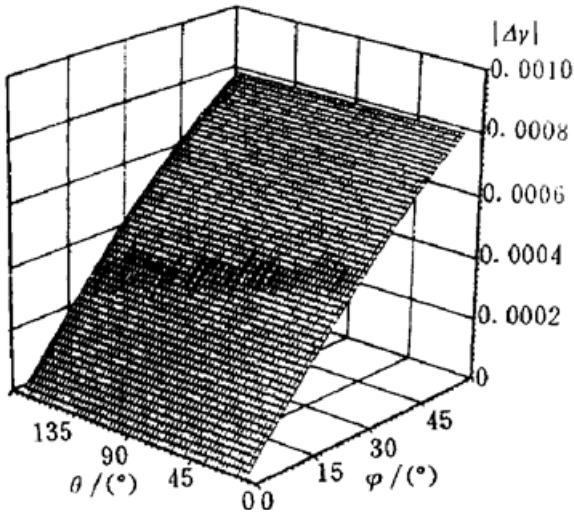


图 2 差分损耗  $|\Delta\gamma|$  随  $\theta$  和  $\varphi$  的变化

图中参数为  $\theta = 90^\circ, \delta = 0, r_{P1} = 0.9995, r_{S1} = 0.9999,$   
 $r_{P2} = 0.99992, r_{S2} = 0.99999$

Fig. 2 Loss difference  $|\Delta\gamma|$  vs  $\theta$  and  $\varphi$   
 Parameters are  $\theta = 90^\circ, \delta = 0, r_{P1} = 0.9995,$   
 $r_{S1} = 0.9999, r_{P2} = 0.99992, r_{S2} = 0.99999$

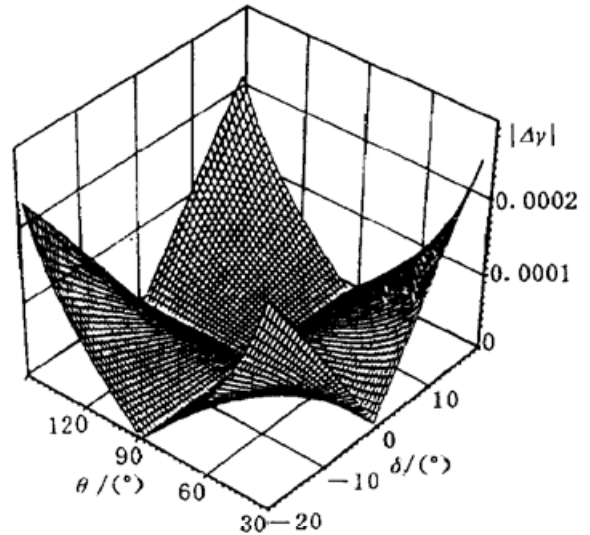


图 3 差分损耗  $|\Delta\gamma|$  随  $\theta$  和  $\delta$  的变化

图中参数除  $h = 1.0$  外与图 2 相同

Fig. 3 Loss difference  $|\Delta\gamma|$  vs  $\theta$  and  $\delta$   
 Parameters are the same as those in Fig. 2  
 except for  $h = 1.0$

特例 2:  $h = 1$  (即  $\varphi = 0$ ) 时, 据(9) 式, 有

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ (r_P e^{i\delta} + r_S) \cos\theta \pm \sqrt{(r_P e^{i\delta} - r_S)^2 - (r_P e^{i\delta} + r_S)^2 \sin^2\theta} \right] \quad (11)$$

当  $\delta = 0$  时,

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ (r_P + r_S) \cos\theta \pm i \sqrt{4r_P r_S \sin^2\theta - (r_S - r_P)^2 \cos^2\theta} \right] \quad (12)$$

上式中  $\theta$  需满足椭圆偏振条件  $\text{tg}^2\theta > \frac{(r_P - r_S)^2}{4r_P r_S}$ 。将上式代入(7) 式, 易得  $\Delta\gamma = 0$ 。

当  $r_S = r_P = r$  时, 利用  $\text{tg}(\delta/2) = \frac{e^{i\delta} - 1}{i(e^{i\delta} + 1)}$ , (11) 式可化为

$$\lambda_{\pm} = \frac{r(e^{i\delta} + 1)}{2} \left[ \cos\theta \pm i \sqrt{\text{tg}^2(\delta/2) + \sin^2\theta} \right] \quad (13)$$

代入(7) 式, 经简单计算可得  $\Delta\gamma = 0$ 。

当  $\theta = \pi/2$  时,  $\lambda_{\pm} = \pm i \sqrt{r_P r_S} e^{i\delta/2}$  代入(7) 式, 亦可得  $\Delta\gamma = 0$ 。

至于更一般的情形,  $\gamma_+ - \gamma_-$  的表达式较复杂, 不拟列出。给定  $r_S, r_P, |\Delta\gamma|$  随  $\theta$  及  $\delta$  的变化曲线如图 3 所示, 由该曲线图可以看出, 即使光束严格过水晶片光轴, 由于  $S-P$  的各向异性, 左

右旋模式间仍存在较大的差分损耗。

由于影响  $\Delta\mathcal{Y}$  的因素太多,限于篇幅,各种讨论情况不拟一一列出。感兴趣的读者可仿上述讨论自行分析。

## 4 结 论

四频差动激光陀螺中光场的偏振态一般为椭圆偏振<sup>[4]</sup>,而左、右旋椭圆偏振状态之间的差分损耗将直接影响激光陀螺的使用精度,这种差分损耗来源于镜片的  $S-P$  相位和  $Q$  的各向异性。本文分析了获得左、右旋椭圆偏振态之间零差分损耗的各种可能途径,并且计算了  $|\Delta\mathcal{Y}|$  随  $\theta, \delta$  等的变化关系曲线,为四频差动激光陀螺的研制提供了参考。

### 参 考 文 献

- 1 Gao Bolong, Li Shutang. Laser Gyro. Changsha: NUDT Publishing House, 1984. 27~ 58 (in Chinese)
- 2 W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti *et al.*. The ring laser gyro. *Rev. of Modern Phys.*, 1985, **57**(1): 61~ 104
- 3 Gao Bolong. Some optical properties of quartz crystal (7). National Symposium on Lasergyro. Suzhou. 1981. 1~ 8 (in Chinese)
- 4 Yang Zaifu, Yuan Xiaodong, Zhang Bin *et al.*. The  $S-P$  anisotropy effects in differential laser gyros. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(9): 1255~ 1260 (in Chinese)

## The Loss Difference in Differential Laser Gyros

Yang Zaifu Yuan Xiaodong Zhang Bin Jin Shilong  
(The National University of Defence Technology, Changsha 410073)

**Abstract** This paper presents a theoretical study of the loss difference between the left and right elliptically polarized modes in differential laser gyro (DILAG), which is caused by the  $S-P$  phase and  $Q$  anisotropy of the cavity mirrors and the off-axial propagation of the laser in the quartz crystal. This loss difference could cause unexpected null-shifts of the DILAG and the study about it would be an important reference in improving the DILAG operation.

**Key words** laser gyro,  $S-P$  anisotropy, loss difference