

基于一维快速傅里叶变换的 相位去包裹算法

韦春龙¹ 陈明仪²

王之江

(上海大学嘉定校区¹ 通信工程系,² 机械工程系 上海 201800) (中国科学院上海光机所 上海 201800)

提要 提出了一种新的相位去包裹算法,主要针对那些条纹数少,条纹质量相对较好,仅仅是由于少数低调制度点、散斑点、噪声或灰尘引起的去包裹失败的情形。该算法基于一维 FFT(快速傅里叶变换),简单且易于实现。

关键词 干涉术,条纹分析,FFT,去包裹算法

1 引 言

近年来,条纹图分析中的相位去包裹问题(Phase unwrapping)愈来愈引起研究者的关注。由于这一问题的复杂性和具体应用的特殊性,已出现了许多基于各自问题的算法。其中,较有代表性的有“支切”(Branch cut)算法^[1]、细胞自动机算法^[2]、二阶相位差分算法^[3]、最小价格匹配和稳态婚姻算法^[4,5]、基于数据相关系统(DDS)的算法^[6]、基于马尔可夫随机场模型的并行算法^[7]、运用赛可罗夫正则化理论的算法^[8]及离散余弦变换的算法^[9]。

但是,在实际应用中我们注意到这样一个事实:一些条纹图条纹数少,质量相对较好,仅仅由于少数低调制度点、散斑点、灰尘或噪声点的影响而引起相位去包裹的失败。运用以上算法进行相位去包裹,显得繁琐耗时。有鉴于此,本文在提出一些合理的假设的前提下,给出了一种基于一维快速傅里叶变换(FFT)的去包裹算法,简单有效,易于实现。

2 算法原理

2.1 相位去包裹分析

在条纹图分析中,由于所测相位由正切函数计算所得,其值域包裹于 $[-\pi, +\pi]$ 主值之间。Itoh 首先给出了传统去包裹算法的数学描述^[10]。

由正切函数计算所得的相位值可以看作是对被测相位的包裹运算结果,即

$$W_l[\Phi(n)] = \Phi_v(n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

其中 $\Phi_v(n)$ 为主值, l 为不同包裹运算符标记。上式等价于

$$W_l[\Phi(n)] = \Phi(n) + 2\pi k_l(n) \quad (2)$$

其中 $k_l(n)$ 为一整数序列,满足以下条件

$$-\pi \leq W_1[\Phi_n] \leq \pi \quad (3)$$

记

$$\Delta\Phi_n = \Phi_n - \Phi_{n-1} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

则相位主值差

$$\Delta W_1[\Phi_n] = \Delta\Phi_n + 2\pi\Delta k_l(n) \quad (5)$$

对其作包裹运算

$$W_2\{\Delta W_1[\Phi_n]\} = \Delta\Phi_n + 2\pi[\Delta k_l(n) + k_2(n)] \quad (6)$$

因为 W_2 产生的值处于 $\pm\pi$ 之间, 若

$$-\pi \leq \Delta\Phi_n \leq \pi \quad (7)$$

则

$$2\pi[\Delta k_l(n) + k_2(n)] = 0 \quad (8)$$

因此

$$\Delta\Phi_n = W_2\{\Delta W_1[\Phi_n]\} \quad (9)$$

从而

$$\Phi_m = \Phi(0) + \sum_{n=1}^m W_2\{\Delta W_1[\Phi_n]\} \quad (10)$$

上式表明, 通过相位主值差的包裹运算的求和, 可以进行相位去包裹。当由于不适当取样, 存在低调制度点、噪声或灰尘等使(7)式不被满足时, 则引起相位去包裹与路径有关的效应, 不能进行正确去包裹。因此, 正确去包裹的关键在于识别和消除那些不满足(7)式的点, 阻止其误差的传播。

R. M. Goldstein 首先给出了识别去包裹与路径有关的公式^[1]

$$d \begin{cases} = 0 & \text{与路径无关} \\ \neq 0 & \text{与路径有关} \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$d = \{[\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}]/2\pi\} + \{[\Phi_{i-1,j+1} - \Phi_{i-1,j}]/2\pi\} + \{[\Phi_{i-1,j} - \Phi_{i-1,j+1}]/2\pi\} + \{[\Phi_{i,j} - \Phi_{i-1,j}]/2\pi\} \quad (12)$$

上式为一正方形的相邻点相位差取最近整值。应该指出的是, 严格地说, 这一公式是正确去包裹的必要条件, 但非充分条件。J. Bone 给出了类似的结论^[3]。然而在大多数应用中, 只要满足该式, 则相应的相位点可进行正确去包裹。

本文提出的算法首先假定在条纹图中, 存在至少一条可用传统算法正确去包裹的水平线或垂直线。以此线为基准线, 垂直此线作传统相位去包裹, 可得一相邻直线, 如果基准线与该线所构成的任意相邻正方形相位点满足(11)式 $d = 0$, 则认为该线已正确去包裹, 并以该线为基准线继续下一相邻直线的去包裹。如果基准线与该线所构成的任意相邻正方形相位点不满足(11)式 $d = 0$, 则认为该线存在误差点。对其作 FFT, 并进行低通滤波, 将误差点滤除, 阻止误差的传播。如此重复直至边界。

2.2 新算法步骤

- 1) 首先寻找到一条经传统算法去包裹后正确的水平线或垂直线作为基准线;
- 2) 垂直该基准线作传统算法去包裹得相邻一直线 $\Phi_i, i = 1, 2, \dots, N$;
- 3) 判断以上两直线的任意相邻四相位点是否满足 $d = 0$; 若满足, 则如此继续下一行; 否

则, 进行下面 4), 5);

- 4) 对该直线作 FFT, 并进行低通滤波, 再作 IFFT, 得 $\Phi(i)$;
- 5) 设定一阈值 T , 例如 0.3π , 当 $|\Phi(i) - \phi(i)| > T$, 视为坏点, 并用 $\Phi(i)$ 取代 $\phi(i)$;
- 6) 重复 2)~5) 直至边界。

3 实 验

我们在一台 Fizeau 干涉仪上采用相移干涉术对一平面进行了测试。图 1(a) 显示采用传统去包裹算法的相位恢复表面。图中条状样表明进行了不正确的去包裹。图 1(b) 显示采用本文算法进行去包裹得到的结果, 可见, 表面变得光滑。图 2(a) 给出了对应图 1 沿 y 方向的相位线。从中可见, 由于不正确的去包裹, 出现了一些接近 2π 的跳变。图 2(b) 给出了对应图 1(b) 的相应正确情形。

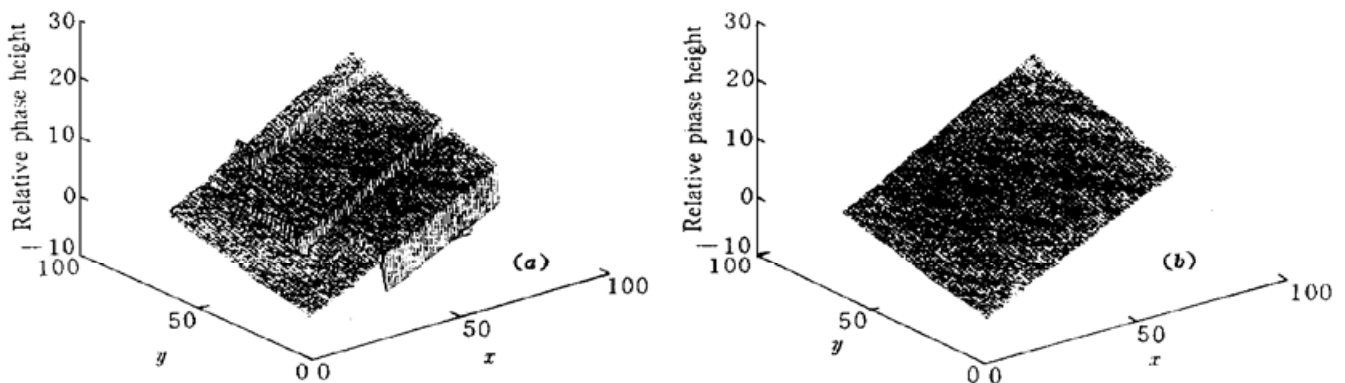


图 1 运用传统相位去包裹算法 (a) 和运用新相位去包裹算法 (b) 的相位图

Fig. 1 Phase map with the conventional phase unwrapping algorithm (a) and with the new phase unwrapping algorithm (b)

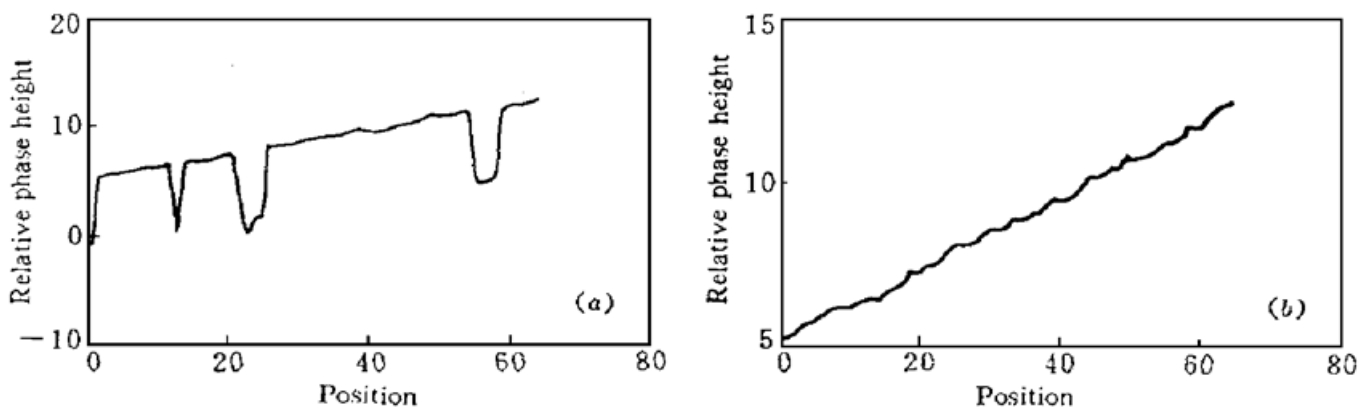


图 2 沿 y 方向的相位高度线

Fig. 2 Phase heights with a line along y direction

致谢 作者感谢浙江大学光科系现代光学仪器国家重点实验室白剑博士在实验中的帮助和有益的讨论。

参 考 文 献

- 1 R. M. Goldstein, H. A. Zebker, C. L. Werner. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase

- unwrapping. *Radio Science*, 1988, **23**(4): 713~ 720
- 2 D. C. Ghiglia, G. A. Mastin, L. A. Romero. Cellular-automata method for phase unwrapping. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(1): 267~ 280
 - 3 D. J. Bone. Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(25): 3627~ 3632
 - 4 J. R. Buckland, J. M. Huntley, S. R. E. Turner. Unwrapping noisy phase maps by use of a minimum-cost-matching algorithm. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(23): 5100~ 5108
 - 5 J. A. Quiroga, A. Gonzalez-Cano, E. Bernabeu. Stable-marriages algorithm for preprocessing phase maps with discontinuity sources. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(23): 5029~ 5038
 - 6 S. M. Pandit, N. Jordache, G. A. Joshi. Data-dependent systems methodology for noise-insensitive phase unwrapping in laser interferometric surface characterization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(10): 2584~ 2592
 - 7 J. L. Marroquin, M. Tapia, R. Rodriguez-Vera *et al.*. Parallel algorithm for phase unwrapping based on Markov random fields models. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, **12**(12): 2578~ 2585
 - 8 J. L. Marroquin, M. Rivera. Quadratic regularization functionals for phase unwrapping. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, **12**(11): 2393~ 2400
 - 9 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 107~ 117
 - 10 K. Itoh. Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(14): 2470

Phase Unwrapping Algorithm Based on One Dimension FFT

Wei Chunlong¹ Chen Mingyi²

(¹Department of Communication Engineering, ²Department of Mechanic Engineering,
Shanghai University (Jiading Campus), Shanghai 201800)

Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract A new phase unwrapping algorithm is presented. It is mainly used in the cases in which there are a few fringes and the quality of the fringes is relatively good, however, a failure of unwrapping is encountered only due to low modulation points and speckle points noises, or due to dusts. The algorithm is based on one dimension FFT. It is simple and easy to realize.

Key words interferometry, fringe pattern analysis, FFT, phase unwrapping