

单模光纤中三阶色散所致啁啾*

王 晶 苗洪利 李尚德 平子良

(内蒙古师范大学物理系 呼和浩特 010022)

提要 利用傅里叶变换法推出了三阶色散所致啁啾的解析表达式。研究结果表明:三阶色散所致啁啾是非线性的,存在极值,极值点在脉冲中心附近,并且与入射高斯脉冲的初始啁啾有关。

关键词 傅里叶变换,三阶色散,啁啾

1 引 言

光纤的二阶色散会导致传输光脉冲展宽^[1,2]。对于光通信来说,脉冲的展宽意味着误码率提高,使通信容量受到限制。因此,色散问题的研究成了最引人注目的焦点之一。

单模光纤中,存在着材料色散和波导色散。人们通过实验已获得了二阶色散随波长的变化曲线,发现单模光纤总色散在 $\lambda_D = 1.31 \mu\text{m}$ 处等于零,即二阶色散等于零, λ_D 称作零色散波长。由于波导色散具有对 β_2 的影响依赖于光纤设计参数的特性,依据此特性,人们把零色散波长 λ_D 移到有最小损耗的 $1.55 \mu\text{m}$ 附近。这种色散位移光纤在光通信中有潜在的应用价值^[3,4]。

在零色散波长处,光纤的色散主要由高阶色散决定,但是,高阶色散对脉冲的影响远小于二阶色散。因此,若入射脉冲波长为零色散波长,则光纤的色散作用就会大大减弱;同时,该处的损耗也很小,这就会降低误码率,提高通信质量。在零色散波长处,三阶色散对群速度色散(GVD)效应起主要作用。一些文献讨论了三阶色散对脉冲形状、宽度及群速度的影响^[5~7],但尚未见到三阶色散导致啁啾的讨论。本文推出了三阶色散产生啁啾的解析表达式,并对其进行了讨论。发现三阶色散导致非线性啁啾,啁啾有极值,极值点在脉冲中心附近,而且与入射脉冲的初始啁啾有关。

2 三阶色散导致啁啾的理论分析

皮秒高斯脉冲在单模光纤中传输满足广延非线性薛定谔方程^[8]

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \frac{i}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} - \gamma P_0 \exp(-\alpha Z) |U|^2 U \quad (1)$$

式中 Z 为传输距离, β_2, β_3 分别为二阶、三阶色散; α 为损耗系数; γ 为非线性系数; P_0 为入射脉冲的峰值功率; $U(Z, T)$ 为归一化振幅。

* 内蒙古教育厅基金资助项目。

光脉冲在光纤中传输时群速度色散效应和自相位调制效应共同起作用,由方程(1) 决定了光脉冲的演变。当输入功率和光纤长度使非线性效应可以忽略,即方程(1) 的最后一项可以忽略。脉冲演变过程中群速度色散效应起主要作用,则方程(1) 变为

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \frac{i}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} \quad (2)$$

若入射脉冲为带有初始啁啾的高斯脉冲

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{(1+iC)T^2}{2T_0^2}\right]$$

其中 C 为初始啁啾参数。

利用傅里叶变换法,方程(2) 有解析解

$$U(Z, T) = [1 - mn(1+iC)^2 - l^2(1+iC)^2 + i2l(1+iC)]^{-1/4} \exp\left\{\frac{2il}{n^2(1+iC)^2} - \frac{3imnl + 2il^3}{3n^2} + \frac{2 - 2[1 - (mn + l^2)(1+iC)^2 + i2l(1+iC)]^{3/2}}{3n^2(1+iC)^3} - \frac{mn + 2l^2}{n^2(1+iC)}\right\} \quad (3)$$

其中

$$m = -\frac{\sqrt{2}T}{T_0} \quad n = -\frac{\sqrt{2}\beta_3 Z}{T_0^3} \quad l = -\frac{\beta_2 Z}{T_0^2}$$

GVD 效应产生的啁啾为

$$\delta\omega = \frac{\sqrt{2}}{T_0} \left[\frac{nx_3}{2(x_1^2 + x_2^2)} + \frac{x_3}{n(1+C^2)} + \frac{[x_1(1-C^2) + 2Cx_2]\sin x_4 + 2x_3\cos x_4}{n(1+C^2)^{3/2}(x_1^2 + x_2^2)^{1/4}} \right] \quad (4)$$

$$x_1 = 1 - (mn + l^2)(1 - C^2) - 2lC \quad x_2 = 2l - 2C(mn + l^2)$$

$$x_3 = C - l - C^2l \quad x_4 = \frac{3}{2} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2l - 2C(mn + l^2)}{x_1} - 3 \operatorname{tg}^{-1} C$$

在零色散波长处, $\beta_2 = 0$, 即 $l = 0$ 时, 啁啾为

$$\delta\omega = \frac{\sqrt{2}}{T_0} \left[\frac{nC}{2(x_1^2 + x_2^2)} + \frac{C}{n(1+C^2)} + \frac{[x_1(1-C^2) + 2Cx_2]\sin x_4 + 2C\cos x_4}{n(1+C^2)^{3/2}(x_1^2 + x_2^2)^{1/4}} \right] \quad (5)$$

$$x_1 = 1 - mn(1 - C^2), \quad x_2 = -2Cmn, \quad x_3 = C, \quad x_4 = \frac{3}{2} \operatorname{tg}^{-1} \frac{-2Cmn}{x_1} - 3 \operatorname{tg}^{-1} C$$

(5) 式就是由 β_3 产生的啁啾。该啁啾的表达式很复杂,除了与 β_2 和 β_3 有关外,还与初始啁啾 C 有关。

3 三阶色散导致啁啾的讨论

很难从(5) 式直接看出啁啾与三阶色散、初始啁啾的关系,下面分别讨论各种情况下啁啾的变化。当 $C = 0.5$ 时,若三阶色散不断增大,啁啾的变化曲线如图 1 所示。取 $n = -1, -10$, 此时 $\beta_3 > 0$, 则啁啾的变化曲线如图 1(a)。从图 1(a) 中可见,啁啾小于等于零,随着三阶色散的增大,啁啾由两个极值变为一个极值,而且啁啾只在脉冲中心的右侧,即脉冲的后沿附近,导致脉冲后沿畸变。三阶色散导致的啁啾,只在脉冲后沿附近为非线性,而且区域很小,其它位置啁啾为一常数,且趋近零。若取 $n = 1, 10$, 此时 $\beta_3 < 0$, 则啁啾的变化曲线如图 1(b)。这时啁啾大于等于零,啁啾只在脉冲前沿附近很小区域内是非线性的,从而导致脉冲前沿畸变。其它特点与 $\beta_3 > 0$ 类似。

当 n 取定值,初始啁啾的变化会产生不同的啁啾变化曲线,如图 2 所示。当 $n = -\sqrt{2}$, 取

$C = 0.5, 1.5$ 时, 啁啾变化曲线如图 2(a)。随着初始啁啾增大, 三阶色散产生的啁啾也增大, 在脉冲中心附近啁啾有负的振荡结构, 在脉冲边缘啁啾趋于单调增大。取 $C = -0.5, -1.5$ 时, 啁啾变化曲线如图 2(b)。在脉冲中心附近啁啾出现正的振荡结构, 在脉冲边缘啁啾单调减小。

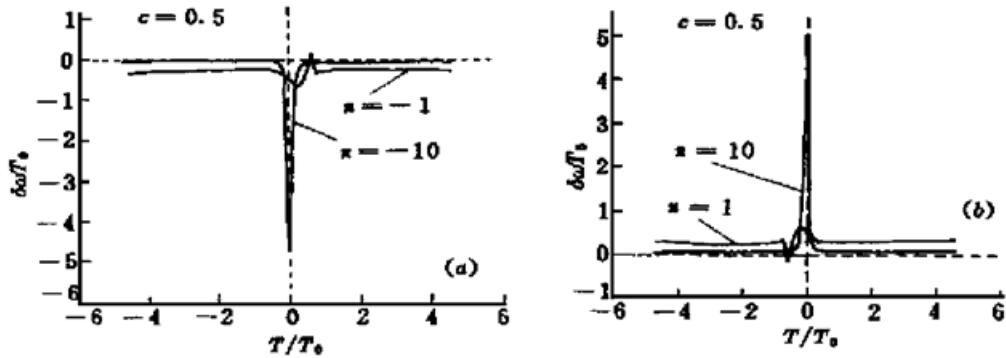


图 1 三阶色散导致啁啾变化曲线, 初始啁啾 $C = 0.5$

Fig. 1 Chirp for large third-order dispersion. The value on each curve represents the magnitude of n . $C = 0.5$. (a) $\beta_3 > 0$; (b) $\beta_3 < 0$

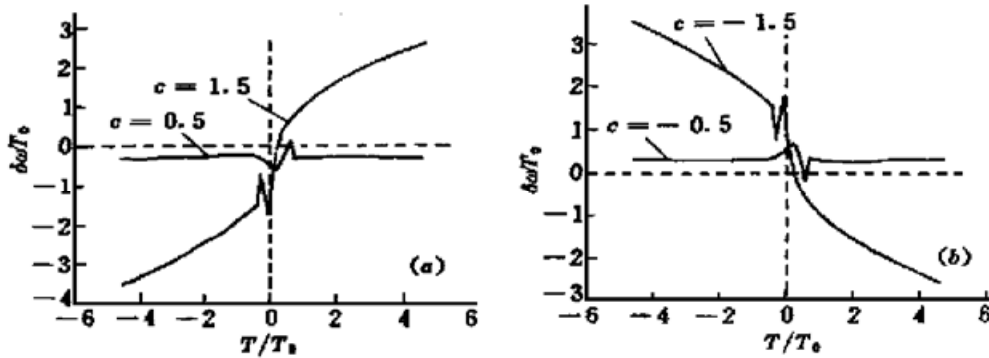


图 2 三阶色散导致啁啾随着初始啁啾的变化曲线

Fig. 2 Chirp for initial chirp. $n = -\sqrt{2}$, (a) $C > 0$; (b) $C < 0$

4 三阶色散与二阶色散、二阶和三阶色散所致啁啾的比较

为了更加深入分析三阶色散对啁啾的影响, 比较了三阶色散与二阶色散及二阶和三阶色散分别产生的啁啾, 见图 3(a)。由图 3(a) 可见, 二阶色散产生线性啁啾; 三阶色散只产生很小

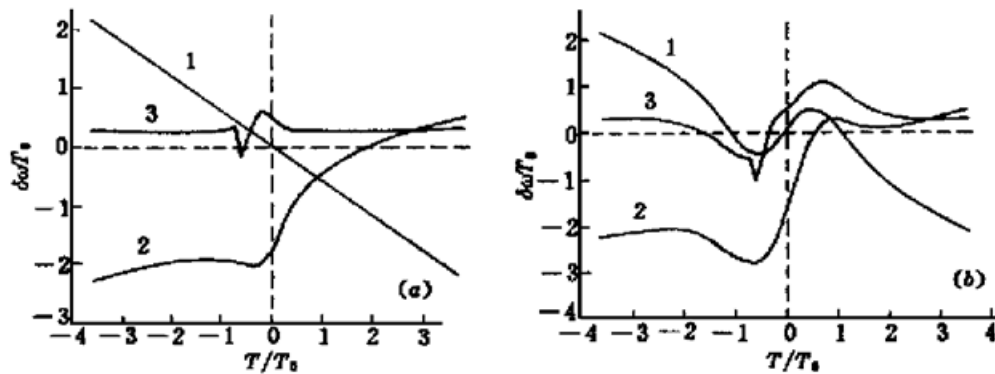


图 3 (a) 群速度色散效应导致啁啾, (b) 群速度色散效应和自相位调制效应导致啁啾

$C = 0.5, Z/L_D = Z/L_D' = Z/L_{NL} = 1, \beta_2 < 0, \beta_3 < 0$, 1: 二阶色散, 2: 二阶和三阶色散, 3: 三阶色散

Fig. 3 Chirp induced (a) GVD and (b) GVD and SPM with $C = 0.5, Z/L_D = Z/L_D' = Z/L_{NL} = 1, \beta_2 < 0,$ and $\beta_3 < 0$. 1: the second order dispersion, 2: the second and third order dispersions, 3: the third dispersion

的啁啾,且在脉冲前沿附近有极值;二阶和三阶色散产生非线性啁啾,在脉冲中心附近变化较大。

采用数值方法模拟了光纤中啁啾,见图 3(b)。从图 3(b) 看到,三阶色散效应与自相位调制效应共同作用产生的啁啾较小,而且,也只在脉冲中心很小区域内啁啾变化较大,其它区域啁啾趋于接近于零的常数。

由此可见,若脉冲的波长为 $1.55 \mu\text{m}$ 时,只有三阶色散起作用,所致啁啾很小,从而减小了色散作用。故可使脉冲基本上无畸变传输,只在脉冲主峰上产生小的振荡。

这个结果与文献[5, 8]给出的三阶色散导致脉冲形状的变化相一致。

5 结 论

二阶色散导致线性啁啾^[8],而三阶色散导致非线性啁啾,在无初始啁啾时,三阶色散所致啁啾趋于零。若入射脉冲带有初始啁啾,三阶色散产生啁啾与初始啁啾有关,并随着初始啁啾的增大而急剧增大。三阶色散越严重,在脉冲中心附近很小区域内的啁啾也增大,而且脉冲边缘处的啁啾趋于零。正、负啁啾取决于 β_{3c} 的符号, $\beta_{3c} > 0$, 啁啾小于等于零; $\beta_{3c} < 0$, 啁啾大于等于零。当 $\beta_3 > 0$ 时,非线性啁啾在脉冲后沿附近;当 $\beta_3 < 0$ 时,非线性啁啾在脉冲前沿附近。上述结果对于进一步研究光纤零色散波长处的脉冲传输提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 C. Pask, A. Vatarescu. Spectral approach to pulse propagation in a dispersive nonlinear medium. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1986, **3**(7) : 1018~ 1024
- 2 H. E. Lassen, F. Mengel, B. Tromborg *et al.*. Evolution of chirped pulses in nonlinear single-mode fibers. *Opt. Lett.*, 1985, **10**(1) : 34~ 36
- 3 G. Lenz, K. Tamura, H. A. Haus *et al.*. All-solid-state femtosecond source at $1.55 \mu\text{m}$. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(11) : 1289~ 1291
- 4 K. Tamura, C. R. Doerr, L. E. Nelson *et al.*. Technique for obtaining high-energy ultrashort pulses from an additive-pulse mode-locked erbium-doped fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(1) : 46~ 48
- 5 M. Miyagi, S. Nishida. Pulse spreading in a single-mode fiber due to third-order dispersion. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(5) : 678~ 682
- 6 G. P. Agrawal, M. J. Potasek. Nonlinear pulse distortion in single-mode optical fibers at the zero-dispersion wavelength. *Phys. Rev. A*, 1986, **33**(3) : 1765~ 1776
- 7 G. R. Boyer, X. F. Carlotti. Nonlinear propagation in a single-mode optical fiber in case of small group velocity dispersion. *Optics Comm.*, 1986, **60**(1) : 18~ 22
- 8 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Boston : Academic Press. 1989. 58~ 82

The Chirp Induced by Third-order Dispersion in a Single-mode Fiber

Wang Jing Miao Hongli Li Shangde Ping Zhiliang

(Department of Physics, Inner Mongolia Normal University, Huhhot 010022)

Abstract Taken into account the third-order dispersion in a single-mode fiber by means of Fourier-transform algorithm, an analytic expression of chirp is obtained. The results show that chirp is nonlinear and has extreme value near the center of the pulse and depends on the initial chirp.

Key words Fourier-transform, third-order dispersion, chirp